

## 力学的考察に基づいた 「入門用ちょんかけごま」の開発

田村 健治*	徳島ちょんかけごま愛好会	770-0022	徳島県徳島市佐古二番町 11-7 (自宅)
阿部 房次	徳島ちょんかけごま愛好会	772-0052	徳島県鳴門市三石字芙蓉山下 394 (自宅)
吉田 寿恵	徳島ちょんかけごま愛好会	771-0360	徳島県鳴門市瀬戸町明神字鳴谷 178 (故)
塚原 清伸	K&K おもちゃ工房	500-8211	岐阜県岐阜市日野東 6 丁目 26-3 (自宅)
山本 貞美	徳島ちょんかけごま愛好会 鳴門教育大学名誉教授	772-0051	徳島県鳴門市鳴門町高島字中島 412 (自宅)
和田 健	KEK 物質構造科学研究所	305-0801	茨城県つくば市大穂 1-1
兵頭 俊夫	KEK 物質構造科学研究所	305-0801	茨城県つくば市大穂 1-1

熊本県に伝わる伝承あそび「ちょんかけごま」はひもに掛けたまま空中で回すコマで、いろいろな技を楽しむ事ができる。しかし基本である「本掛け」という技が初心者には大変難しいことが普及への障害になっている。この「ちょんかけごま」に物理的考察を加えることにより、入門用の回し易いコマを開発した。徳島ちょんかけごま愛好会ではこの新しく開発したコマを初心者用として使用しているが、子供達に好評で普及活動に貢献している。

**キーワード** こま, ちょんかけごま, 角運動量, 慣性モーメント, トルク, 歳差運動

### 1. はじめに

熊本地方の伝統的な遊びに「ちょんかけごま」がある。図1のような、鉄製の軸が取り付けられた木のコマである<sup>1)</sup>。長さ2m弱のひもをコマの軸の付け根に掛け、左右の手で交互にひもを引く操作により、繰り返し回転を再加速することで、基本的に軸がひもに掛かった水平の状態ですべて回し続けることができる<sup>1), 2)</sup>。この基本の「本掛け」から始まって、「小ぶり」に進み、「鯉の滝登り」, 「掌(てのひら)落とし」など多彩な技がある<sup>1), 2)</sup>。



図1 標準的な木製ちょんかけごま市販品  
大人用 直径約135mm 質量350g程度  
子供用 直径約110mm 質量200g程度

熊本県出身で体育教育が専門の山本は、鳴門教育大学で主催した「ちょんかけごま公開講座」の受講者を中心

に「徳島ちょんかけごま愛好会」を組織し、身体運動能力の中でも「巧みさ」が発達するとされる10歳前後の子供たちにこれを普及させる活動を行ってきた。しかし「本掛け」は、コマの軸が水平の状態に戻ることに伴って、他のコマにはない難しさがある。それは、ひもが掛かる軸の付け根の回りの重力のモーメントのために、歳差運動(水平面内で軸が回転する運動)が起き、回し続けるとひもがよじれることである。

歳差運動に合わせて体を回せばひもはよじれないが、コマの回しはじめは歳差運動の周期が2~4秒と短く、目が回るので続けられない。そこで何時のころからか、歳差運動1回転ごとにコマを膝下から胸の位置まで投げ上げて、ひもを掛け替える技巧的な操作が開発され、伝承されている。ひもの摩擦を利用して回転を再加速させながらひもの掛け替えを継続的に行うこの「本掛け」が初心者には難しい。後で述べるように、コマの回転が遅いほど歳差運動が速く、操作がむずかしいからである。すなわち最も基本的な技でありながら「ゆっくり練習する」方法がない。

従来から初心者用には小型の木製コマが使われている。しかし価格が1個2,500円と少々高価なため、学校の備品として購入し練習の時に生徒に貸し出していた。そのために、コマに興味を持った生徒がいても個人で自由に練習する時間が限られるという難点があった。

そんな折、岐阜県で荷造り用の紙バンドを使ったコマ

\*E-mail : ktmrs@mb2.tcn.ne.jp

作りを子供たちに指導していた塚原が、2006年に鳴門教育大学で行われた「ちょんかけごま」講習会に参加して、紙バンドを使った「ちょんかけごま」の提案を行った。山本は千円以下でできるこのコマを「ちょんかけごま」教室で「個人持ち教材」として採用した。それによって生徒が好きなきに練習できるようになったが、「本掛け」の難しさは残った。

一方、当時放送大学の学生で兵頭の講義「運動と力」<sup>3)</sup>を受講していた田村は、その中の「ひもで片側のみをつるした車輪の実験」<sup>4),5)</sup>と「ちょんかけごま」の類似について仲間に向けて簡単なレポートを作った。それを山本の勧めで兵頭に送ったことから交流が始まった。当時兵頭は東京大学教養学部附属教養教育開発機構の教授、和田は助教をしていた関係で、2009年に東京大学駒場キャンパスで、コマの物理学の講義と「ちょんかけごま」の実習をセットした学生向けのイベントを行った。そこに徳島と岐阜の共著者らが協力者として参加した。その中で、紙製コマに改良の余地があることを確認した。そこで、田村、和田、兵頭が理論の検討とデータ解析、塚原と「ちょんかけごま愛好会」が試作、測定、回しやすさの評価を行って、最終的な形に達した。本論文はそのレポートである。

## 2. 「ちょんかけごま」の歳差運動の解析

自転車の車輪の軸に取っ手を付けて勢いよく回転させ、軸が水平の状態です輪の軸の片方につけたひもで吊ると、車輪は軸を水平に保ったままひものまわりを回転する<sup>4),5)</sup>。これが歳差運動である。図2に示す水平に回っているときの「ちょんかけごま」の動きはまさにこの車輪の動きと同じである。

「本掛け」では掛け替えの際にコマの回転の加速も行うので、回しはじめから1回目の掛け替えまでの回転が特に遅い。困ったことに歳差運動の速度はそのときが最

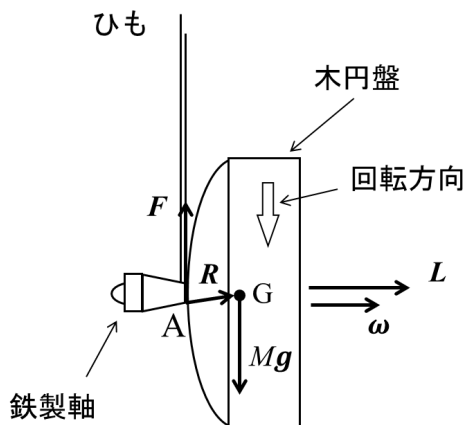


図2 水平に回転中の「ちょんかけごま」

も速く、短時間で掛け替えが必要である。それだけでなく、コマの回転が遅いと角運動量が小さいため少しの外力で軸の向きが変わり易く、ひもから外れてしまう。このように最大の難関が回しはじめにあるので、初心者には練習が大変むずかしく、学び始めに大きな壁がある。

そこで、「ちょんかけごま」の歳差運動を解析して、初心者に優しい、歳差速度の遅いコマを求めた。

「ちょんかけごま」はまず軸を指でつまんでひねって回す<sup>1),2)</sup>。右利きの人が回してひもを軸の付け根に掛けると、回転は、図2のように円盘面の方(右方)から見て反時計回りである。すなわち回転の角速度ベクトル  $\omega$  の向きはこの図の右向きである。軸のまわりの慣性モーメントを  $I$  とすると、角運動量ベクトル  $\mathbf{L} = I\omega$  も右向きである。

コマの歳差運動の角速度  $\Omega$  を知るために、まず、ひもが掛っている位置 A のまわりの重力のモーメントを考える。簡単のために、コマは軸を水平に保って回っているとす。コマに働いている力は、ひもからの上向きの力  $\mathbf{F}$  と、重心に働いている下向きの重力  $M\mathbf{g}$  である。ここで  $M$  はコマの質量、 $\mathbf{g}$  は重力加速度である。コマがひもで吊るされて鉛直方向の加速がないとき、これらの合力は0だから、 $\mathbf{F} = -M\mathbf{g}$  である。位置 A を原点とする重心の位置ベクトルを  $\mathbf{R}$  とすると、A のまわりの重力のモーメントは  $\mathbf{R} \times M\mathbf{g}$  で、ひもからの力  $\mathbf{F}$  のモーメントは0である。

よってこのコマの A のまわりの角運動量の変化を表す方程式は

$$d\mathbf{L}/dt = \mathbf{R} \times M\mathbf{g} \quad (1)$$

であり、微小時間  $\Delta t$  の間の  $\mathbf{L}$  の変化は

$$\Delta\mathbf{L} = \mathbf{R} \times M\mathbf{g} \Delta t \quad (2)$$

となる。 $\Delta\mathbf{L}$  は  $\mathbf{R}$  と  $\mathbf{g}$  の両方に垂直、つまり  $\mathbf{R}$  と  $\mathbf{g}$  を含む鉛直面に垂直である。したがって水平な方向を向いている。 $\mathbf{L}$  と  $\Delta\mathbf{L}$  を上から見下ろすと図3のようになるから、 $\Delta t$  後の  $\mathbf{L}$  は紙面に垂直な軸を中心に反時計回りに少し回転したものになる。歳差運動はこれが継続したものである。

$\Delta t$  の間に  $\mathbf{L}$  が向きを変える角度は

$$\Delta\theta = \frac{|\Delta\mathbf{L}|}{L} = \frac{|\mathbf{R} \times M\mathbf{g}| \Delta t}{I\omega} \quad (3)$$

だから歳差運動の角速度  $\Omega$  の大きさは

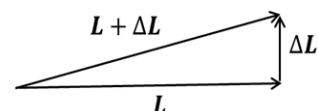


図3 角運動量の変化の様子を上から見た図

$$\Omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{|R \times Mg|}{I\omega} \quad (4)$$

である。コマの材質が一様であれば、 $I$  は質量に比例するので  $M/I$  は形状だけに依存するが、今考えているコマの材質は一様でない。

この式から、初心者にとって難しい点として述べた、回しはじめのコマの回転の角速度の大きさ  $\omega$  が小さいときほど歳差運動の角速度の大きさ  $\Omega$  が大きいことを理解できる。また

$$\omega\Omega = \frac{|R \times Mg|}{I} = \frac{R_{\text{水平}}Mg}{I} \quad (5)$$

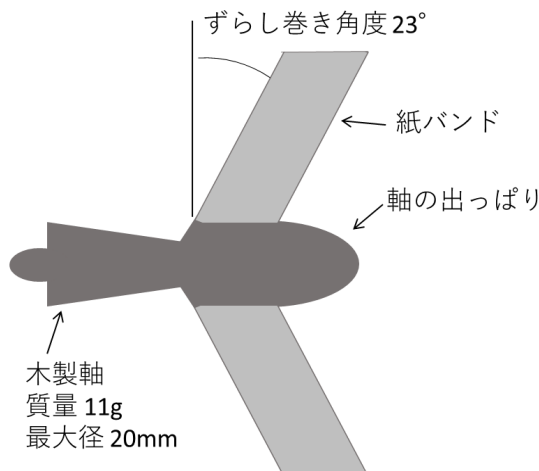
を、「ちょんかけごま」の材質と形状によってきまる特性パラメタと見なせることが分かる。 $R_{\text{水平}}$  はコマの軸が水平のときの  $R$  の水平成分である。このパラメタが小さいほど、同じ  $\omega$  であれば  $\Omega$  が小さく、「初心者に優しいコマ」ということになる。その値から、同じ  $\omega$  で比べたときの  $\Omega$  の値は簡単にわかる。

$R_{\text{水平}} \approx R$  なので、新しい「入門用ちょんかけごま」の開発方針を、 $RM/I$  を小さくすることとした。

### 3. 紙コマの改良

#### 3.1 塚原作オリジナル紙コマ

塚原が最初に持ち込んだ荷造り用の紙バンドを利用したコマは図4のようなものであった。巻いた紙バンドが主要部分のこのコマを、ここでは「塚原オリジナル紙コマ」と呼ぶ。それには、紙バンドを軸に巻くとき軸を保持するための取っ手の名残りで、軸の反対側に出っ張りがある。また、市販の木製コマの形（図1）に似せて、ずらし巻き角をつけて紙バンドが巻かれている。



コマ質量 約126g 巻径  $\phi 104\text{mm}$

図4 塚原オリジナル紙コマの断面

#### 3.2 改良の方向

コマの  $RM/I$  を小さくするには、ひもが掛る位置と重心の距離  $R$  を小さくし、コマの質量と慣性モーメントの比  $M/I$  を小さくすればよい。たとえば、軸の両側に円盤を付けて対称形にすると  $R=0$  が可能で歳差運動が起きず、よって掛け替え操作は不要になる。しかし本研究の目的は、「ちょんかけごま」の多彩な伝統的遊び方に早く熟達するための「入門用ちょんかけごま」を、塚原のオリジナル紙コマの改良で実現しようというものである。そのため形状の特徴を保ちつつ歳差運動の速度を遅くすることを目的として、次の具体的改良項目を考えた。

- (1) 紙バンドのずらし巻角度を小さく、軸に垂直に近づけて、重心位置をずらす： $R$  を小さく
- (2) 軸の前の出っ張り部分をなくす： $R$  を小さく
- (3) 紙バンドの巻量を増して円盤部の径を大きくする： $M/I$  を小さく
- (4) 軸の手回し部（後の出っ張り全体）を重くして、重心位置をずらす： $R$  を小さく
- (5) 円盤周辺部の質量を増す： $M/I$  を小さく

#### 3.3 改良の作業

##### 3.3.1 一次改良（紙バンド巻角度と軸でっぱり変更）

- ・紙バンドのずらし巻角度を  $23^\circ$  から限界に近い  $12^\circ$  に減らした。巻角度を小さくし過ぎるとひもが円盤部に触れ易くなり、回すのが難しくなる（改良項目 (1) に対応）。
- ・軸の円盤側の出っばりをできる限りカットした（改良項目 (2) に対応）。

##### 3.3.2 二次改良（紙バンド巻量変更）

- ・紙バンド巻量を  $8\text{m}$  から  $10\text{m}$  に増した。円盤部の径は約  $10\%$  大きくなった（改良項目 (3) に対応）。

##### 3.3.3 三次改良（軸の材質、形状変更）（図5）

- ・軸全体を鉄製に変え、さしこみ部分の径は細くした。一方で、紙バンド部との接着部を太くして接着強度を保つために、軸の細い部分に木の円筒形のブッシュをかぶせた（改良項目 (4) に対応）。

なお、(5) 円盤周辺の質量増加については“外周に市販の鉛薄板を巻付ける”などを考えたが、コストと安全性を考慮して、実施しなかった。

初心者用市販品、塚原オリジナル紙コマ、三次改良品の形状が分かる写真を図6に示す。

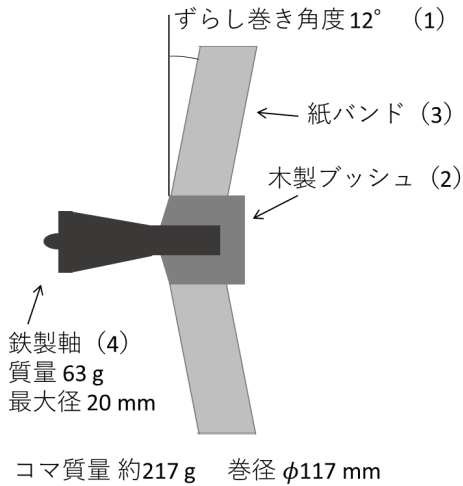


図5 三次改良品コマの断面

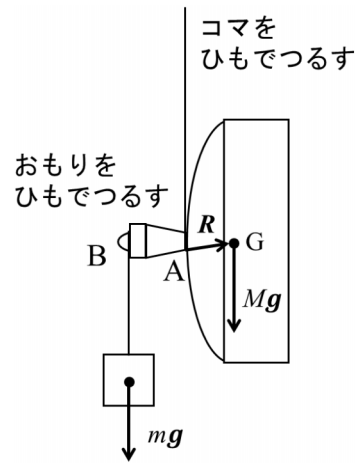


図7 おもりを使って  $R_{\text{水平}}$  を実測

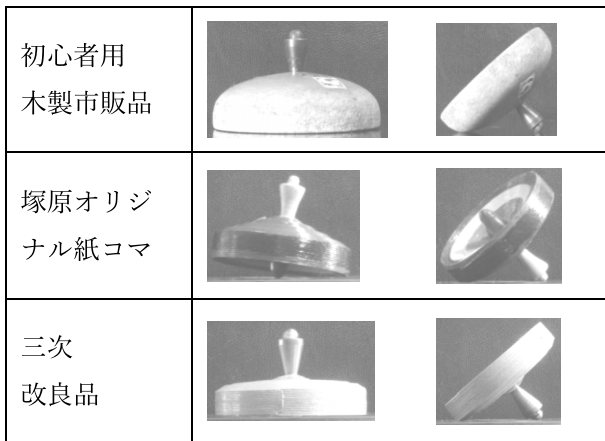


図6 3種類のコマの写真

#### 4. 「ちょんかけごま」試作品の特性

##### 4.1 形状からの $R_{\text{水平}}M/I$ の計算

市販品の初心者用木コマ、塚原オリジナル紙コマ、および一次～三次改良品の5種類について、必要な量を測定して  $R_{\text{水平}}Mg/I$  を求めた。

##### 4.1.1 ひも接点 A とコマの重心 G の水平距離 $R_{\text{水平}}$

質量の測定は最小表示 0.1 g のデジタル秤、長さの測定にはノギスを用いた。

コマの中心軸上にある重心 G の位置は密度分布を計算すれば求められるが、今必要なのは  $R_{\text{水平}}$  なのでそれを計算する必要はなく、次のような測定で直接求めることができる。図7のようにコマ軸の B 点におもりをつるし、それを増減してつりあいをとる。つり合ったときの重りの質量を  $m$  とすると、

$$(AB\text{間の水平距離}) \times m = R_{\text{水平}} \times M \quad (5)$$

から、 $R_{\text{水平}}$  が得られる。

##### 4.1.2 軸のまわりの慣性モーメント $I$

慣性モーメント  $I$  の計算は、コマを次のように各部分に分け、その質量と位置から計算して合計した。

- ・木製コマの円盤部：軸を上にして横から撮影したコマの拡大写真を切り抜き方眼紙上で外形をトレースし、コマ直径の実測値とトレースしたコマ外形からコマの実形状を求めた。軸を抜いた円盤部質量及びコマ形状から厚さ 0.5 mm 刻みの円盤近似で慣性モーメントを計算した。
- ・紙バンド円盤部：ドーナツ型の円盤として質量と外形から計算した。
- ・軸：木部、鉄部に分け、更にそれを円盤、円錐、半球、半楕円体の組み合わせとして計算した。

結果とそれより求めた  $R_{\text{水平}}M/I$  を表1にまとめた。

表1 5種類のコマの形状、質量の測定値と特性パラメタ

コマの種類	市販品木コマ	オリジナル紙コマ	一次改良品	二次改良品	三次改良品
バンド巻 量 /m		8	8	10	10
ずらし巻 角度		23°	12°	12°	12°
コマ質量 /kg	0.202	0.126	0.119	0.154	0.217
コマ直径 /m	0.111	0.104	0.103	0.114	0.117
$R_{\text{水平}}/m$	0.0168	0.0223	0.0179	0.0164	0.0093
重力 モーメント /N m	0.0333	0.0274	0.0208	0.0246	0.0198
$I/\text{kg m}^2$ $\times 10^3$	0.233	0.162	0.151	0.242	0.266
$R_{\text{水平}}Mg/I$ /rad <sup>2</sup> s <sup>-2</sup>	143	170	138	102	74

### 4.2 「本掛け」時の $\omega$ と $\Omega$ の実測

次に、実際に上の5種の「ちょんかけごま」を回して動画に撮影し（図8）、コマの角速度の大きさ  $\omega$  と歳差運動の角速度の大きさ  $\Omega$  を求め、 $\omega\Omega$  を計算した。



図8 回転速度と歳差運動の速度を測定するための「本掛け」の様子

図9のようにコマの両面に目印を付け、直径2mmのヒモを使って本掛けを行い、デジタルカメラ（CASIO EXILIM EX-150）を用い8倍速（240 fps）で撮影した。本掛け周期が安定した状態の画像をWindowsムービーマーカーに取り込みタイムライン上で歳差運動周期とコマの回転数を計測した。それとは別にストウオッチを同様に撮影、タイムライン上で分析しても時間の誤差がほとんどない事を確認した。

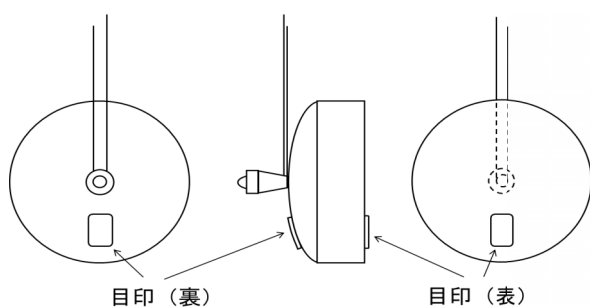


図9 コマの両面に貼った目印

歳差運動周期はコマの側面がカメラの方を向く位置からもう一度側面が向くまでの半回転の時間を測定し、それを使って角速度  $\Omega$  を求めた。また、コマの回転数をコマにつけた目印を使って数え、回転角速度  $\omega$  を求め

た。各4回測定を行ったときの平均値を表2に示す。表2の一番下の特性パラメタの不確かさは、平均値から最も離れた値によるものを示した。

なお、上級者の本掛けでの平均回転速度は約30回転/sで、これは  $\omega \approx 190 \text{ rad/s}$  に相当する。

表2 5種類のコマの「本掛け」時の回転角速度の大きさ  $\omega$ 、歳差運動の角速度の大きさ  $\Omega$  と、特性パラメタ  $\omega\Omega$

コマの種類	市販品 木コマ	オリジナル紙 コマ	一次 改良	二次 改良	三次 改良
$\Omega$ /rad s <sup>-1</sup>	0.79	1.04	0.72	0.62	0.36
$\omega$ /rad s <sup>-1</sup>	193	160	180	168	188
$\omega\Omega$ /rad <sup>2</sup> s <sup>-2</sup>	152 ± 6	164 ± 7	130 ± 4	103 ± 3	75 ± 3

表2に結果を示す。表2の特性パラメタ  $\omega\Omega$  の値は、表1の特性パラメタ  $R_{\text{水平}}M/I$  の値とよく一致しており、正しい解釈で解析したことが分かる。また、めざした方向に改良が進んだことが分かる。すなわち、改良が進むにしたがって、ヒモの接点のまわりの重力のモーメントが小さくなり、軸のまわりの慣性モーメントは大きくなり、三次改良によって「ちょんかけごま」の特性パラメタ  $\omega\Omega$ （小さいほど歳差運動速度が遅い）は、市販品木コマやオリジナル紙コマの約半分となった。

### 5. おわりに

コマの歳差運動の理論を使って「ちょんかけごま」の改良を行った。改良の効果は絶大で、1日の講習で「本掛け」に成功する生徒は改良前には1学級約30人に1人以下であったが、改良後は各班6~8人に1人程度となった。「徳島ちょんかけごま愛好会」では更に軸部と円盤部の接続方法を改良して耐久性を向上させたコマを提供しており、既に累積数が1,200個に達している。

### 引用文献

- 1) 山本貞美：「ちょんかけごま」（文芸堂，2004）。
- 2) 「肥後ちょんかけごま保存会ホームページ」  
<https://higochonkakegoma.jimdofree.com/>
- 3) 兵頭俊夫：「運動と力」（放送大学教育振興会，2005）。
- 4) 文献3）205-207。
- 5) 兵頭俊夫：「考える力学（第2版）」（学術図書出版社，2021）260-262。

（2022年5月10日初回原稿受付）

（2022年9月25日改訂原稿受付）