

大型シミュレーション研究実施報告書

研究課題 格子 QCD によるハドロンの散乱と共鳴

課題番号 大型-09-20

研究組織

研究責任者	森松 治	高エネルギー加速器研究機構	准教授
研究従事者	矢木 拓也	東京大学理学系研究科	博士 3 年
	大谷 宗久	杏林大学医学部	講師
	橋本 省二	高エネルギー加速器研究機構	准教授

研究の動機

ハドロンの相互作用を理解することは、強い相互作用の物理の最も重要な課題の一つである。低エネルギーにおけるハドロンの相互作用は、QCD の非摂動的な現象であり、模型等によらずに理論的な解析を行うためには、格子 QCD によるシミュレーションがほとんど唯一の方法である。

ハドロンの相互作用を理解することは、強い相互作用の物理の最も重要な課題の一つである。特に、核力（核子-核子相互作用）は、最も古くから知られる強い相互作用の現象であり、原子核を作るために不可欠である。すなわち、核力は、我々の世界を世界たらしめる最も基本的な力の一つである。しかしながら、ハドロンの相互作用は、いまだに十分に理論的に解明されているとは言えない。

核子-核子相互作用をバリオン-バリオン相互作用としてとらえると、核子-核子のチャンネルではアクセス不可能で、ハイペロン-核子のチャンネルで初めてアクセス可能となるバリオン-バリオンの状態が存在することがわかる。したがって、バリオン-バリオン相互作用を理解するためには、核子-核子だけでなくハイペロン-核子チャンネルも同時に調べることが重要である。

実験的には、J-PARC において、ハイペロン-核子相互作用が中心課題の一つとして研究されることになっている。J-PARC における実験を理論的にサポートする意味においても、本研究は重要であると考えられる。

また、最近 Belle グループによる実験において、X(3872)、Y(4260)、X(3940)、Y(3940)、Z(4430) 等の新しい共鳴状態の中間子が発見された。特に Z(4430) は、1 個のクォークと 1 個の反クォークでできた中間子としてその性質を理解することは非常に困難であり、通常のハドロンとは異なるエキゾチックな粒子の候補として注目されている。

本研究の目的は、ハドロンの相互作用を特徴づける物理量である散乱振幅を、格子 QCD に基づくシミュレーションによって計算することである。また、ハドロンのエキゾチックな共鳴状態を、共鳴エネルギー近傍の散乱位相差の振る舞いを調べることによって研究する。

研究の詳細

計算方法の概略

有限体積中 L^3 における 2 粒子系 (質量 m_1, m_2) のエネルギーの無限体積中からのずれ、 ΔE 、と 2 粒子の散乱長、 a_0 、は、以下の関係式 (Lüscher の公式) を満たす。 $(c_1, c_2$ は定数)

$$\Delta E = -\frac{2\pi(m_1 + m_2)a_0}{m_1 m_2 L^3} \left[1 + c_1 \frac{a_0}{L} + c_2 \left(\frac{a_0}{L} \right)^2 \right] + O(L^{-6})$$

$$\frac{1}{\tan \delta} = \frac{1}{2\pi^2 q \gamma} \sum_{\vec{r} \in \Gamma} \frac{1 + (3r_3^2 - r^2)/q^2}{r^2 - q^2}$$

ハドロンの 2 点関数、4 点関数は、それぞれ次のように振る舞う。

$$\begin{aligned} C_h(t, 0) &= \left\langle \sum_{\vec{x}_2} O(\vec{x}_2, t) \sum_{\vec{x}_1} O^\dagger(\vec{x}_1, 0) \right\rangle \\ &= Z_h \exp(-m_h t) + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{h_1 h_2}(t, 0) &= \left\langle \sum_{\vec{x}_4} O(\vec{x}_4, t) \sum_{\vec{x}_3} O(\vec{x}_3, t) \sum_{\vec{x}_2} O^\dagger(\vec{x}_2, 0) \sum_{\vec{x}_1} O^\dagger(\vec{x}_1, 0) \right\rangle \\ &= Z_{h_1 h_2} \exp(-E_{h_1 h_2} t) + \dots \end{aligned}$$

ハドロンの 4 点関数と 2 点関数の比を取ることにより、有限体積中におけるエネルギーのずれ、 ΔE 、が求まる。

$$\begin{aligned} R(t) &= \frac{C_{h_1 h_2}(t, 0)}{C_{h_1}(t, 0) C_{h_2}(t, 0)} \\ &\sim \frac{Z_{h_1 h_2}}{Z_{h_1} Z_{h_2}} \exp(-(E_{h_1 h_2} - m_{h_1} - m_{h_2})t) \\ &\propto \exp(-\Delta E t) + \dots \end{aligned}$$

これより、Lüscher の公式から 2 粒子の散乱長が得られる。

したがって、格子 QCD に基づくシミュレーションによって有限体積中のハドロンの 4 点関数と 2 点関数を計算することにより、ハドロン-ハドロンの散乱長を求める。

また、ハドロンの共鳴状態を散乱位相差の振る舞いから調べるためには、有限な運動量における散乱位相差を求める必要がある。Lüscher の公式の有限な運動量への拡張は、以下の Rummukainen-Gottlieb の公式によって与えられる。

$$\frac{1}{\tan \delta} = \frac{1}{2\pi^2 q \gamma} \sum_{\vec{r} \in \Gamma} \frac{1 + (3r_3^2 - r^2)/q^2}{r^2 - q^2}$$

ここで、 $q = kL/(2\pi)$ 、 k は散乱の運動量、 γ は Lorents boost 因子である。また、 \mathbf{r} に対する和は、以下の集合について取られる。

$$\Gamma = \{\mathbf{r} | r_1 = n_1, r_2 = n_2, r_3 = (n_3 + \frac{pL}{22\pi})/\gamma, \mathbf{n} \in Z^3\}$$

ハドロンの共鳴エネルギーは、散乱位相差が $\pi/2$ となるエネルギー、また幅は、散乱位相差の共鳴エネルギー近傍における散乱位相差の振る舞いから決定される。

今年度前半得られた結果

今年度前半は、主に D_1 と \bar{D}^* の散乱の研究を行った。

KEK において Belle によって観測された $Z^+(4430)$ の質量は、 D_1 と \bar{D}^* の質量の和と非常に近いので、 $Z^+(4430)$ を、 $D_1\bar{D}^*$ が S-wave で緩やかに結合した分子状態 (“loosely bound state”) であると考えられる案が提出されている。このとき $Z^+(4430) \rightarrow \pi^+\psi(2S)$ より、系のアイソスピン・Gパリティが決定され、これと D_1, \bar{D}^* の J^P がそれぞれ $1^+, 1^-$ であることと合わせて、 $Z^+(4430)$ の $I^G(J^P)$ は $I^G(J^P) = 1^+(0^-, 1^-, 2^-)$ と推定される。我々は $Z^+(4430)$ の性質について何らかの手がかりを得ることを目的として、QCD 格子によって $D_1\bar{D}^*$ 散乱を調べる。

ハドロンの相対運動が S 波であると仮定すると、 $D_1\bar{D}^*$ チャンネルと結合するのは、 $DD_0^*, J/\psi a, \chi_{C1}(1P)\rho$ のチャンネルなので、これらの4つのチャンネルの対角行列要素と非対角行列要素を考慮に入れて計算を行う。

入力パラメータ・計算条件の中で、特に重要なものを Table 1 にまとめる。

Table 1: 入力パラメータ・計算条件

gauge configuration	
gauge action	pure gauge
lattice size	$24^3 \times 48$
coupling	$\beta = 6.15$
gauge fixing	Coulomb gauge
statistical number	1000
quark solver	
quark action	Wilson action
light quark mass	$\kappa = 0.152, 0.1528, 0.1531$
heavy quark mass	$\kappa = 0.136$

それぞれのチャンネルにおいて interpolating field を作り、ハドロンの4点関数を4つのチャンネルの対角行列要素と非対角行列要素について計算した。得られた4点関数から有効質量 (effective mass)、 W_{eff} を次式によって定義する。

$$W_{eff}(t) \sim \frac{C_{ij}(t+1)}{C_{ij}(t)}$$

得られた有効質量を Figure 1 に示す。ここで、A(a)、B(b)、C(c)、D(d) はそれぞれ、チャンネル $D_1\bar{D}^*, J/\psi a, \chi_{C1}(1P)\rho, DD_0^*$ を表す。

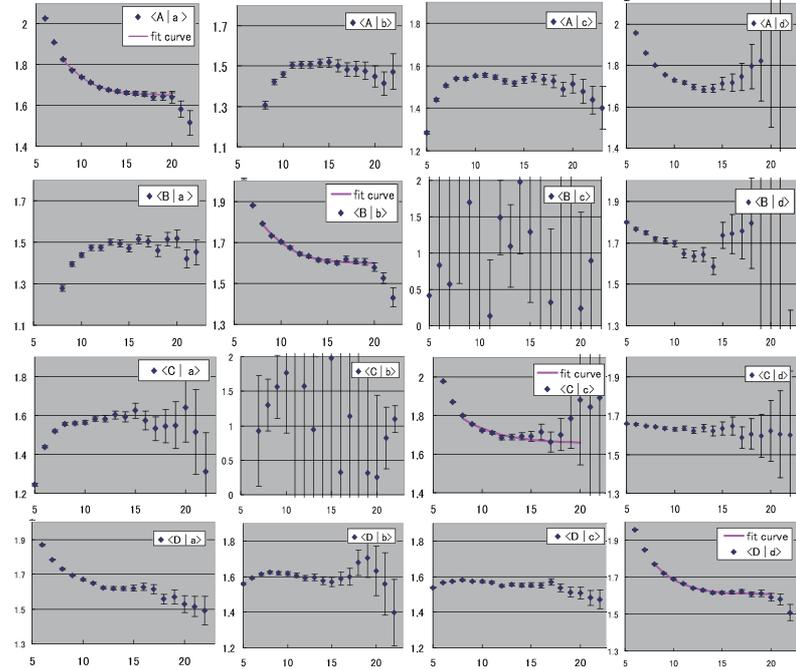


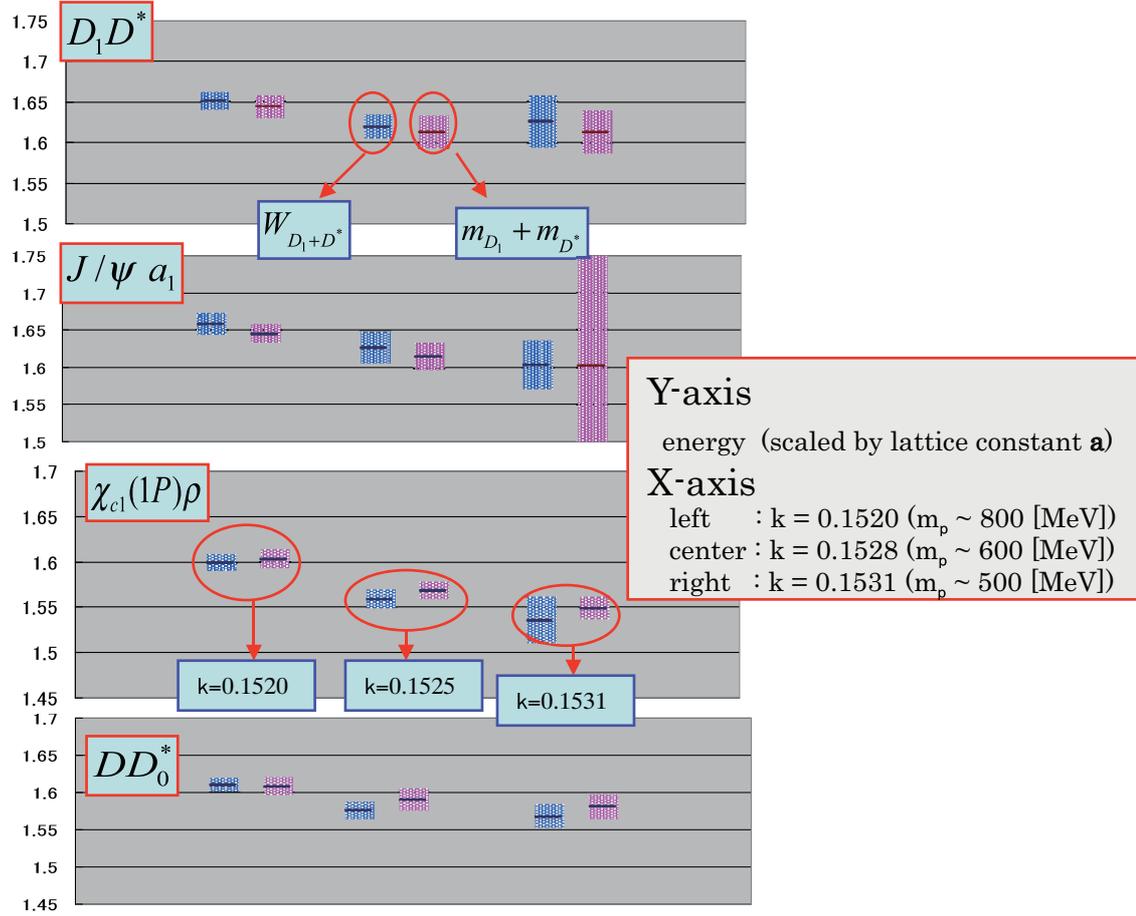
Figure 1:

これらの非対角行列要素の振る舞いを我々は完全には理解していない。そこで、非対角行列要素まで含めた解析は今後の課題とし、まずは、対角行列要素のみを解析することとした。それぞれの対角行列要素を2つの指数関数の和としてフィットすることによりそれぞれのチャンネルにおける有限体積中でのエネルギーを求めた。その結果を Figure 2 に示す。

図からわかるように、有限体積中における2粒子状態のエネルギー（ピンクのバンド）と2つの中間子の質量の和（ブルーのバンド）の差は非常に小さい。しかし、幾つかのチャンネルにおいては、これら2つのエネルギーは強く相関しているため、その差には意味があると考えられる。また、クォーク質量が小さくなるにつれて統計誤差が非常に大きくなり、エネルギー差を得ることが困難になる。

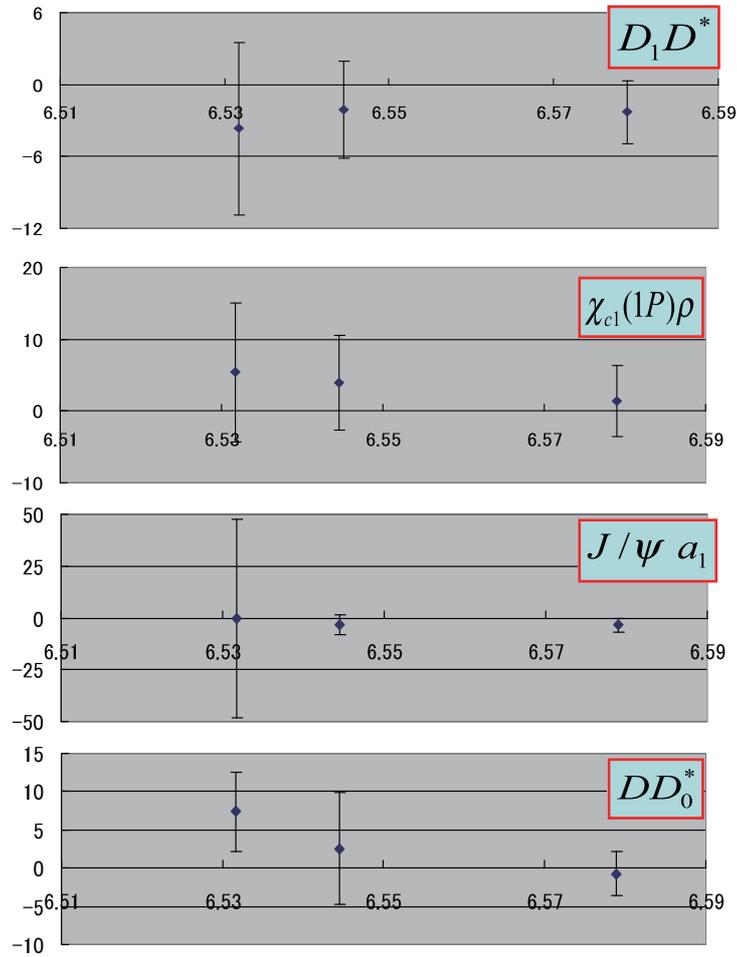
次に、これらのエネルギー差から Lüscher の公式によって得られた散乱長を Figure 3 に示す。

有限体積中のエネルギー差から得られた散乱長は $D_1 \bar{D}^*$ チャンネルでは弱い斥力であり、 $\chi_{C1}(1P)\rho$ チャンネルでは弱い引力であることがわかった。しかし、現段階では、すべてのチャンネルにおいて統計誤差が大きすぎるため、はっきりした結論を出すことはできない。



blue band : energy of two particle state : \mathbf{W}
pink band : sum of the mass of two mesons : $\mathbf{m_a + m_b}$

Figure 2:



$\left\{ \begin{array}{l} \text{X-axis: } 1/\kappa \\ \text{Y-axis: Scattering lengths } a^0 \text{ (scaled by lattice constant } a) \\ \text{(} a^0 > 0 \text{ : attractive, } a^0 < 0 \text{ : repulsive)} \end{array} \right.$

Figure 3:

今後の課題

今後は、さらに統計を増やすことによって統計誤差を小さくすることが重要である。また、今回は解析に含めなかった非対角行列要素も含めて解析しなければならない。さらに、体積依存性を調べることにより、有限体積中で得られたエネルギーが散乱状態のものであるか、束縛状態あるいは共鳴状態のものであるかも確認しなければならない。