

平成 21 年度前期 KEK 大型シミュレーション研究 実施報告書

研究グループ: scnfqcd

研究科題名: 格子 QCD による核力の研究

Nuclear force from lattice QCD

東京大学大学院理学系研究科 教授

初田哲男

2009 年 11 月 6 日

1. 研究組織

研究責任者 初田哲男 (はつだてつお) 東京大学 大学院理学系研究科 教授

共同研究者 青木慎也 (あおきしんや) 筑波大学 大学院数理物質科学研究科教授

共同研究者 池田陽一 (いけだよういち) 東京大学大学院理学系研究科特任研究員

共同研究者 石井理修 (いしいのりよし) 東京大学大学院理学系研究科特任研究員

共同研究者 井上貴士 (いのうえたかし) 筑波大学 大学院数理物質科学研究科研究員

共同研究者 佐々木健志 (ささきけんじ) 筑波大学 大学院数理物質科学研究科研究員

共同研究者 土井琢身 (どいたくみ) 筑波大学 大学院数理物質科学研究科学振特別研究員

共同研究者 根村英克 (ねむらひでかつ) 東北大学 大学院理学研究科 助教

共同研究者 村野啓子 (むらのけいこ) 筑波大学大学院数理物質科学研究科 大学院生

2. 当該年度の実施報告の詳細

原子核を結合させている力(核力)は原子核物理において最も基本的で重要な概念である。現象論的には、長距離の OPEP(One Pion Exchange Potential)を伴った中間距離の引力と、近距離の斥力芯の存在の存在が重要である。中間距離の引力は、核子束縛系としての原子核の存在に必須であり、中間子論の立場から理解可能である。一方、近距離の斥力芯は、原子核の安定性、超新星爆発、高密星の上限質量等の様々な方面で重要な影響を与えるのだが、その存在理由に関しては現在決着が付いていない。この領域では核どうしが重なりあうため、quark/gluon の言葉による核子の構造の理解が重要な鍵を握っている。そのため格子 QCD を使った第一原理の方法による核力の研究が長い間切望されてきた。しかしながら、格子 QCD から核力へアプローチする確固たる方法も存在せず、計算できるとしても膨大な数値計算を必要とすることが考えられていたため、最近まで全く手つかずの状況であった。

我々は平成 18 年度の研究において、格子 QCD 計算によりこれらの重要な性質(中間距離の引力と近距離の斥力芯)を同時に再現する有望な方法に到達した。格子 QCD を用いて 2 核子 Bethe-Salpter (BS) 波動関数(同時刻)を生成し、それを再現するように核力を逆構成するという方法である。非常に直感的には、BS 波動関数は二つの核子を特定の位置に見出す amplitude を計算しているような行列要素であるため、それを再現するように作った核力ポテンシャルは我々の物理的直観に概ね沿うものになることが期待される。しかしながら、さらに進んで、この方法は、格子 QCD で散乱位相差を計算する標準的な方法である Lüscher の有限体積の方法の拡張として定式化可能であり、散乱位相差に忠実な核力ポテンシャル生成する方法として定式化可能である点を強調する。Lüscher の方法は、BS 波動関数の長距離部分に埋め込まれている散乱位相差の情報を、有限体積中のエネルギー・スペクトルの情報から計算するというものである。ここで BS 波動関数は次のように定義されるもので、

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \equiv \left\langle 0 \left| N(\vec{r})N(0) \right| N(\vec{k})N(-\vec{k}), \text{in} \right\rangle \quad (1)$$

その長距離での振る舞いは散乱位相差 $\delta(k)$ により特徴づけられ、かつ、次のように非相対論的量子力学の散乱状態の振舞と全く合致している。

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \sim e^{i\delta_0(k)} \frac{\sin(kr + \delta_0(k))}{kr} + \dots \quad (\text{s-wave}) \quad (2)$$

核力ポテンシャルの構成は、Lüscher の方法でしばしば現れる次の effective Schrödinger 方程式を用いて行う。

$$(\Delta + k^2) \psi_{\vec{k}}(\vec{x}) = m_N \int d^3x' U(\vec{x}, \vec{x}') \psi_{\vec{k}}(\vec{x}') \quad (3)$$

ここで、 $U(\vec{x}, \vec{x}')$ はエネルギーによらないように定義することが可能であることに注意する。この場合、最も一般に $U(\vec{x}, \vec{x}')$ は non-local ポテンシャルとなる。さて、広いエネルギー領域の BS 波動関数によって同時に effective Schrödinger 方程式が満たされることを要請して、核力ポテンシャル $U(\vec{x}, \vec{x}')$ を逆構成する。このように構成することで、QCD が予言する散乱位相差の情報を直接埋め込んだ核力ポテンシャルを生成することが可能となり、格子 QCD 第一原理計算によって散乱位相差に忠実な現実的核力ポテンシャルを計算することに道が開ける。

この方法はハイペロン力へ拡張することも極めて容易である。現在直接のハイペロンビームが存在しないため、ハイペロン力の決定に際して非常に限られた範囲の実験的情報しか利用できない。我々の方法では、ハイペロン散乱に忠実なハイペロン力を格子 QCD を用いて理論的に生成できる。ハイペロン力の決定は、現在稼働中の J-PARCにおいて原子核物理の最重要テーマと直結しており、今後急速に発展する可能性が高い。

我々はこの方法を用いて平成 18 年度より、核力と同時にハイペロン力の研究を進めてきた。平成 21 年度前期の主な進展は、(i) 「核力のエネルギー依存性 (続)」 (ii) 「 ΛN 間ポテンシャル (続)」 (iii) 「flavor SU(3) limit でのバリオン間相互作用」である。以下、順を追って説明する。

2.1. 核力のエネルギー依存性

non-local ポテンシャル $U(\vec{x}, \vec{x}')$ を直接求めるためには、無限に多くの BS 波動関数を導入する必要があるが、これは不可能である。現実的には、有限体積のために離散化したスペクトルにおいて、基底状態から数本分の BS 波動関数を使って核力ポテンシャルを計算することになる。これを可能にするため、微分展開を導入する。核力ポテンシャルの満たすべき様々な条件を課した後、微分展開を適用することによって、non-local ポテンシャル $U(\vec{x}, \vec{x}')$ を次のように表す。

$$\begin{aligned} U(\vec{x}, \vec{x}') &= V_{NN}(\vec{x}, \vec{\nabla})\delta(\vec{x} - \vec{x}') \\ V_{NN}(\vec{x}, \vec{\nabla}) &= V_C(r) + V_T(r)S_{12} + V_{LS}(r)\vec{L} \cdot \vec{S} + O(\vec{\nabla}^2) \\ S_{12} &\equiv 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{x})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{x})/\vec{x}^2 - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2. \end{aligned} \tag{4}$$

$V_C(r)$, $V_T(r)$, $V_{LS}(r)$ はそれぞれ、中心力、テンソル力、LS 力と呼ばれ、原子核物理では非常に重要な役割を演じる。微分展開を最低次で打ち切り、微分を含まない中心力とテンソル力のみに限ると、(一つのエネルギー E における) 一つの BS 波動関数だけから核力ポテン

シャルを逆構成できる。例えば、 1S_0 では、次のようになる。

$$V_C(r) = E + \frac{\Delta\psi_{\vec{k}}(\vec{r})}{\psi_{\vec{k}}(\vec{r})}, \quad V_T(r) = 0, \quad E = \frac{\vec{k}^2}{m_N}. \quad (5)$$

微分展開の最低次で近似されたポテンシャルに explicit に埋め込まれている散乱情報はエネルギー E でのものだけであることに注意する。 E 以外での状況を調べるために微分展開の打ち切り誤差を評価する必要がある。このために、空間方向の境界条件を駆使して二つのエネルギー $E_0 \simeq 0$ MeV(周期境界条件) と $E_1 \simeq 45$ MeV(反周期境界条件) で BS 波動関数を生成し、それらのエネルギーにおいて別々に微分展開の最低次のポテンシャルを構成して違いを比較する。現れた違いは、微分展開の打ち切り誤差の大きさの目安となる。

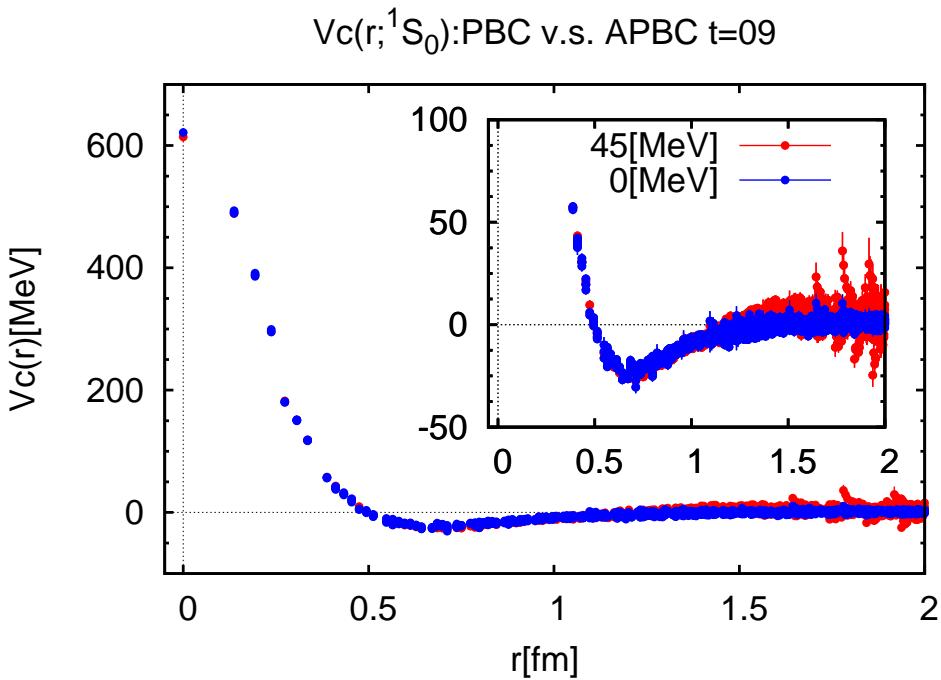


FIG. 1: $E \simeq 0$ MeV (PBCによる) と $E \simeq 45$ MeV(APBCによる) の比較。

1S_0 において、この二つのポテンシャルを比べた図を FIG. 1に示す。近距離に非常に小さな相違が存在しているが、これはほとんど negligible である。 $E \simeq 45$ MeVでのポテンシャルは、 $r > 1$ fmで爆発しているような振舞がある。この振る舞いは($E \simeq 0$ MeVの核力ポテンシャルから予想される)到達距離の外側で起こっているため、とりきれなかった励起状態の寄与であると考えてきた。しかしながら、この点はいつかはっきり裏付けを与える必要があった。最近この寄与が本当に励起状態の寄与であり、かつその励起状態の正体を解明することに成功した。反周期境界条件下において、相対運動量 $\vec{k} \simeq (\pm\pi/L, \pm\pi/L, \pm\pi/L)$ に対応

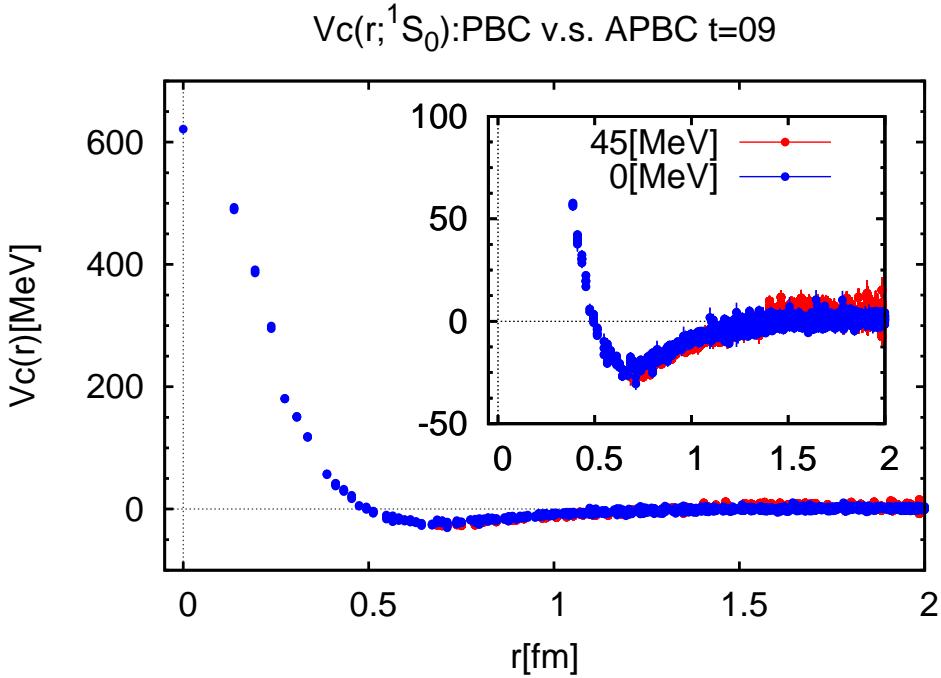


FIG. 2: 相対運動量 ($\pm 3\pi/L, \pm 3\pi/L, \pm 3\pi/L$) に対応する励起状態の寄与が少ない領域に限って、 $E \simeq 0$ MeV (PBC による) と $E \simeq 45$ MeV(APBC による) の比較したもの。

する基底状態 ($E \simeq 45$ MeV) に、約 1%程度相対運動量 $\vec{k} \simeq (\pm 3\pi/L, \pm 3\pi/L, \pm 3\pi/L)$ に対応する励起状態 ($E \simeq 390$ MeV) として含まれていて、この励起状態のせいで $r > 1$ fm でポテンシャルに、爆発するような振舞が現れている。空間的にこの励起状態の寄与が少なくなる領域が存在するので、この領域に限ってポテンシャルをプロットすると FIG. 2 のようになり、爆発するような振舞がなくなり、一致がさらによくなっている。これらの事実が意味することは、(i) 「微分展開が非常にうまくいっている」 (ii) 「特に、 $E \simeq 0 - 45$ MeV の領域では、微分展開の最低次の近似で得られた核力ポテンシャルが有効に使える」である。ここで用いた $L = 4$ のグリーン関数を駆使する方法は、非常に巧妙な方法であり、今後散乱位相差の計算や核力ポテンシャルの計算に応用していくことを考えている。

3S_1 の中心力とテンソル力について同様の比較を FIG. 3 に示す。 $E \simeq 0$ MeV と $E \simeq 45$ MeV で極めてよく一致している。(こちらの方はまだ励起状態の寄与を減らす処理を施していない) このため、このチャンネルでも微分展開が非常にうまくいっており、 $E \simeq 0 - 45$ MeV でこれらのポテンシャルは有効に使えることを意味している。

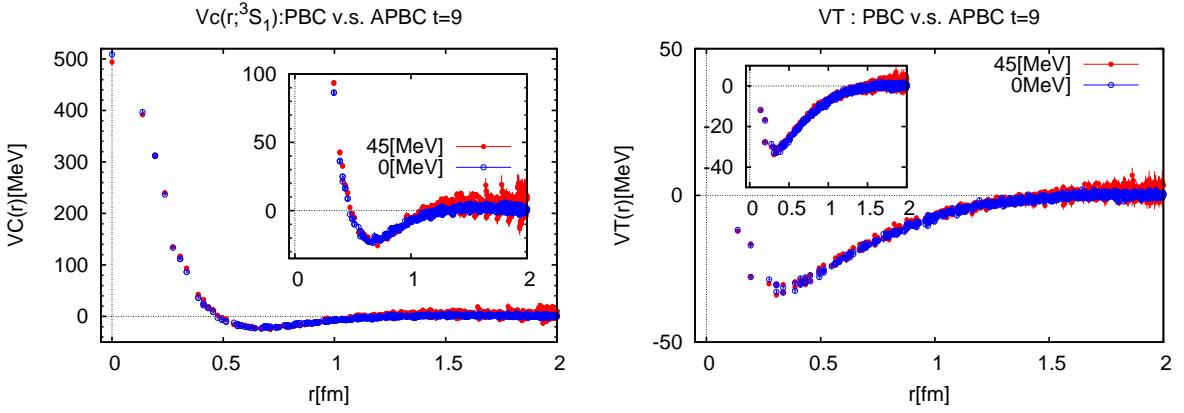


FIG. 3: $E \simeq 0$ MeV(PBCによる) と $E \simeq 45$ MeV(APBC) によるで、 $^3S_1 - ^3D_1$ の中心力 $V_C(r)$ と テンソル力 $V_T(r)$ を比較したもの。

2.2. ΛN 間ポテンシャル

2009年度前半までにおいての新たな進展として、同じ格子サイズ ($32^3 \times 48$) で u,d クオーケンチ QCD 計算を行い ($m_\pi \simeq 400$ MeVに対応)、 ΛN ポテンシャル (FIG. 4, FIG. 5) および散乱長 (FIG. 6) のクオーク質量依存性を見た。

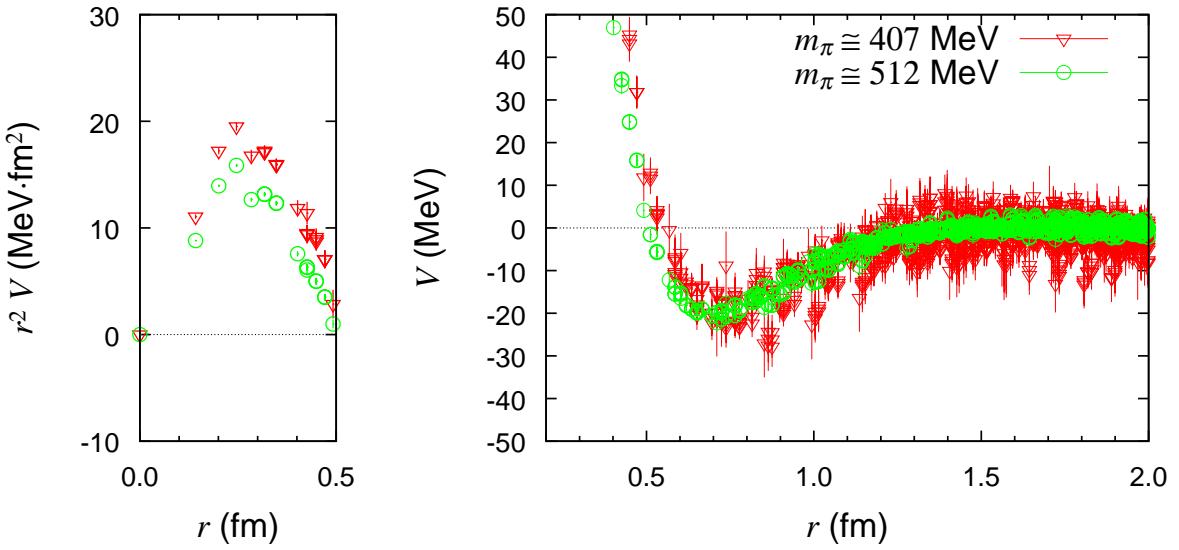


FIG. 4: スピン一重項チャネルの ΛN 中心力ポテンシャル。u,d クオーケンチ質量が軽い場合 (∇) と 重い場合 (\circ) を比較している。

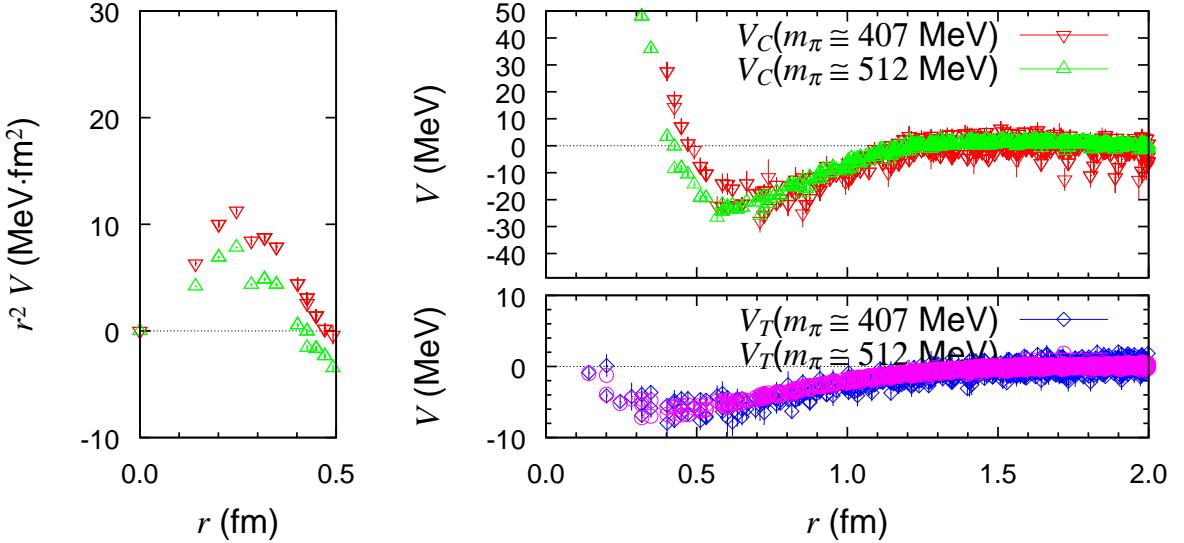


FIG. 5: スピン三重項チャネルの ΛN 中心力ポテンシャルおよびテンソル力ポテンシャル。u,d クォーク質量が軽い場合（中心力（▽）、テンソル力（◇））と重い場合（中心力（△）、テンソル力（○））を比較している。

FIG. 4 では、 1S_0 チャネルの中心力ポテンシャルについて、左側のパネルに短距離の斥力部分を、右側のパネルに中長距離の引力を含む部分までをプロットした。FIG. 5 では、 $^3S_1 - ^3D_1$ チャネルのポテンシャルについて、左側のパネルに中心力ポテンシャルの短距離の斥力部分を、右上側のパネルに中心力ポテンシャルの中長距離の引力を含む部分までを、右下側のパネルにテンソル力ポテンシャルをプロットした。左側パネルの短距離部分では、動径座標の積分に伴う体積因子 ($4\pi r^2 dr$) からくる r^2 を掛けてある。これらの図からわかるように、中心力に関しては、クォーク質量を軽くすることにより、短距離部分の斥力は増大する一方、引力部分はその深さはあまり変化せず相互作用の到達距離がより遠方へひろがって行く傾向が見られた。テンソル力については、クォーク質量依存性が小さいという結果が得られた。

FIG. 6 の散乱長の結果からは、これまでの比較的重い u,d クォーク質量では、散乱長の値の大きさのクォーク質量依存性は小さかったが、新たな計算結果は、さらに軽い u,d クォーク質量領域では、散乱長が増大する傾向を示す結果が得られた。

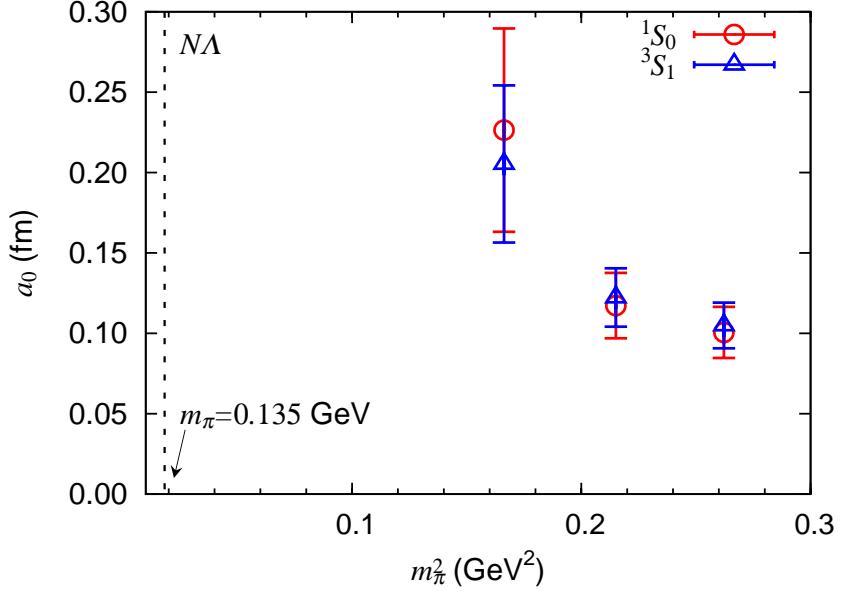


FIG. 6: ΛN の散乱長を m_π^2 (GeV 2) の関数としてプロットしたもの。正の小さな値の散乱長は、弱い引力に対応する。

2.3. Flavor SU(3) limit の Baryon-Baryon 相互作用

baryon 間相互作用の全体像を把握し、特に近距離の斥力芯の物理的起源について理解を深めることを目的として、flavor SU(3) の idealized limit で baryon 間相互作用を格子 QCD により計算する。flavor SU(3) limit では、二つの octet baryon の系は、次のように 6 つの flavor SU(3) の規約表現によって分類できる。

$$8 \otimes 8 = (1 \oplus 8 \oplus 27) \oplus (8 \oplus 10^* \oplus 10) \quad (6)$$

(symmetric) (anti-symmetric)

Fermi 統計に従う baryon は、軌道角運動量を一つ固定すると、6 つの独立な状態をとりえる。特に s-wave に限ると、spin singlet(1S_0) では flavor 1, 8, 27 表現が存在し、spin triplet(3S_1) では flavor 8, 10*, 10 表現が存在する。これら 6 つの状態に対応するポテンシャルを格子 QCD で計算して、それらの間の関係を議論する。この目的のため、JLDG/ILDG から公開されている 3 flavor のゲージ配位を用いる。実際に使ったものは、CP-PACS/JLQCD Coll. により生成されたもので、 $16^3 \times 32$ 格子上で Iwasaki gauge action ($\beta = 1.83$) + O(a)-improved Wilson quark action ($\kappa_{ud} = \kappa_s = 0.13760$) を用いて生成されたゲージ配位である。ここでは現在までに完成している $V^{(27)}(r)$, $V^{(10^*)}(r)$, $V^{(10)}(r)$ を紹介する。

Flavor SU(3) 27 表現 (spin singlet) の中心力ポテンシャル $V^{(27)}(r)$ を FIG. 7 に示す。(使った状態のエネルギーに起因する零点補正は無視している) このポテンシャルは、NN(1S_0) の中心力の SU(3) limit に対応し、近距離の斥力芯とそれを囲むように存在する引力 ($r \sim 0.6$ fm) がみられる。

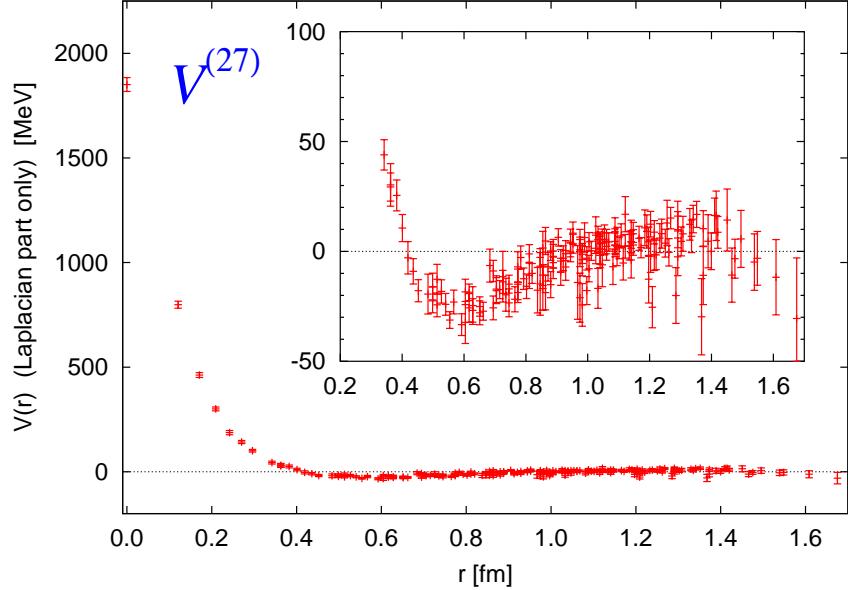


FIG. 7: Flavor 27 表現の中心力ポテンシャル $V^{(27)}(r)$

Flavor SU(3) 10* 表現 (spin triplet) の有効中心力ポテンシャル $V^{(10*)}(r)$ を FIG. 8 に示す。(使った状態のエネルギーに起因する零点補正は無視している) このポテンシャルは、NN(3S_1) の有効中心力の SU(3) limit に対応する。27 表現の中心力よりも、弱めの斥力芯と若干ひろがった引力のポケットが見られ、全体として引力が強まっている。

Flavor SU(3) 10 表現 (spin triplet) の有効中心力ポテンシャル $V^{(10)}(r)$ を FIG. 9 に示す。(使った状態のエネルギーに起因するゼロ点補正は無視している) これまでよりも、高くてかつ広い斥力芯が見られる。constituent quark 模型によると、flavor 10 表現は Pauli semi-forbidden state であり、非常に強い斥力芯の存在が予言されている channel である。我々の格子 QCD の計算はこの意味で Pauli principle picture と compatible な結果を与えていているといえる。この図でははっきりしないが、様々な time-slice で作ったポテンシャルから総合評価すると、斥力芯の回り ($r \sim 0.8$ fm) に浅い引力のポケットが存在するようである。

現在残りの flavor singlet と二つの octet channel のポテンシャルを計算中である。これらが完成することによって、flavor SU(3) sector のバリオン間相互作用の全体像を把握できるようになる。

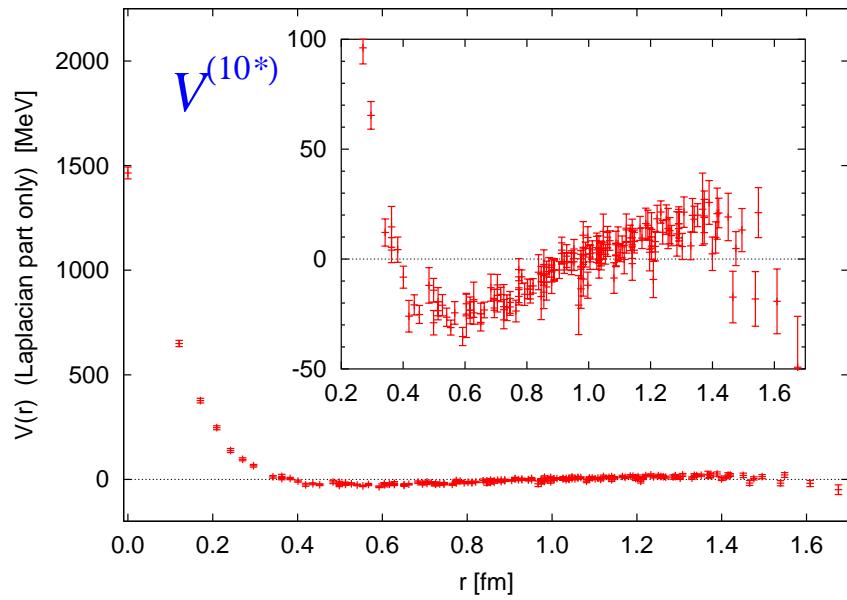


FIG. 8: Flavor 10^* 表現 (spin triplet) の有効中心力ポテンシャル $V^{(10^*)}(r)$

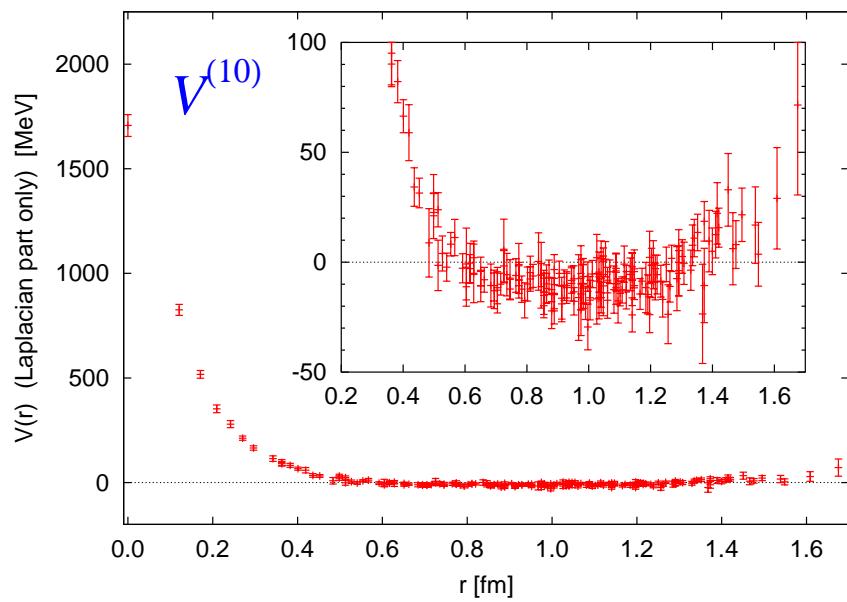


FIG. 9: Flavor 10 表現 (spin triplet) の有効中心力ポテンシャル $V^{(10)}(r)$