

# H24年度 KEK 大型シミュレーション研究 実施報告書

## 格子シミュレーションによる有限密度 QCD の研究

### 1 研究組織

中村 純 (なかむら あつし) 広島大学情報メディアセンター・教授

永田 桂太郎 (ながた けいたろう) 広島大学情報メディアセンター・研究員

元木伸治 (もとにしんじ) KEK・研究員

### 2 当該期間の実施報告の詳細

QCD 真空は温度や密度の変化に伴い異なる様子を示す。カイラル対称性と閉じ込めはクォーク質量やクォーク間相互作用などの重要な性質を特徴づけているため、有限温度・密度下で QCD は様々な状態を形成すると予想されている。高エネルギー重イオン衝突や宇宙初期の高温における QGP 状態やコンパクト天体内部の高密度物質などがあり、これらを理解することは近年の重要なテーマである。

クォーク化学ポテンシャル  $\mu$  が有限の場合にはクォーク行列式が複素数となり符号問題が生じてモンテカルロ法を用いることが出来ない。この符号問題を克服し、有限密度系を格子 QCD によって調べる試みはもともとチャレンジングなシミュレーションとなっている。現在も続けられている。

$\mu$  が純虚数の場合、クォーク行列式は実となり符号問題は発生せず、モンテカルロ法が可能である。また、同一相内での物理量の熱力学的連続性より、虚数化学ポテンシャル領域と実化学ポテンシャル領域で物理量は解析接続する。このことから、虚数化学ポテンシャル領域において格子 QCD シミュレーションを行い、その結果を解析接続することで実化学ポテンシャル側を調べることが出来る。この方法は有限密度系の解析方法の一つとしてこれまでいくつかの研究が行われている。そこでは非閉じ込め相転移線の関数型の導出や、Roberge-Weiss 相転移点の位置や次数など主に QCD 相転移温度近傍が調べられている。本計画では、QCD 相図の虚数化学ポテンシャル領域の特徴を利用して低温への拡張を試みる。虚数化学ポテンシャルの方法は解析接続のために物理量の  $\mu$  についての関数型を必要とする。特に、実側の高密度領域まで調べるためには、高次項の精度良い決定が必要となる。これは一般的には困難な課題である。しかしながら、以下の2つの特徴からこの困難を克服できる可能性がある。

- (1) 化学ポテンシャルが虚数かつ低温の領域には相転移が存在せず関数型の決定に利用可能な広い定義域 ( $0 \leq \mu_I/T \leq 2\pi/3$ ) が存在する。
- (2) Roberge-Weiss 周期性と呼ばれる  $\mu_I/T = 2\pi/3$  の周期性があり、フーリエ展開等が可能である。これにより一般のべき展開に比べて収束性の改善が期待できる。

一方で、低温領域の格子計算ではポリヤコフープや圧力、クォーク数密度などの値が小さく密度効果がノイズに埋もれる困難がある。このため、低温の計算は高い統計数を必要とし、容易ではない。しかしながら、我々は最近の研究で  $T/T_{pc} = 0.5$  の格子計算を行い、シグナルノイズ比は小さいものの低温領域でポリヤコフープが  $\mu_I/T$  について周期的振る舞いを示すことを確認した。本研究では Clover 項を持つ Wilson 型フェルミオンと繰り込み群による改良ゲージ作用を用いた。いくつかの秩序変数の化学ポテンシャル依存性を虚数側で調べ、解析接続を行った。そのために多くの  $\mu_I$  に対してシミュレーションを行い。それを幾つかの温度  $T/T_{pc} = 0.5 \sim 1$  で行った。格子サイズは  $N_s^3 \times N_t$  , ( $N_s = 8, 10, 12$ ,  $N_t = 4, 6, 8$ ) を用いた。

これまで虚数化学ポテンシャルから実数化学ポテンシャルへの接続は相転移線が主であったが、以下のような新しい手法を開発して適用した。

分配関数は

$$Z = \sum_n Z_n \xi^n, \quad \text{ただし } \xi = \exp(\mu/T) \quad (1)$$

とフガシティ  $\xi$  で展開できる。さらに、粒子-反粒子対称性から、 $\xi$  と  $\xi^*$  について同じ形をすることが必要である。このことから、多くの物理量は

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int O \sum_n C_n \xi^n e^{-S_G} \mathcal{D}U \quad (2)$$

$$= \frac{\sum_i a_i (\xi^i + (\xi^*)^i)}{\sum_j b_j (\xi^j + (\xi^*)^j)} \quad (3)$$

とフガシティの有理関数で展開できる。 $a_i, b_j$  をパラメータとして虚数化学ポテンシャル領域での格子測定量をフィットすることにより、自然に実化学ポテンシャル領域に解析接続することができる。

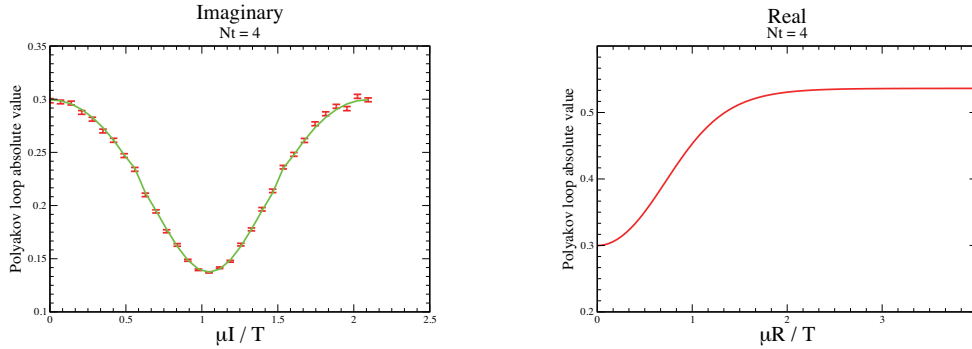


Figure 1: 虚数化学ポテンシャル領域で測定した Polyakov Loop とそのフィット (左図)、及び実化学ポテンシャル領域への接続結果 (右図)。  $N_t = 4$

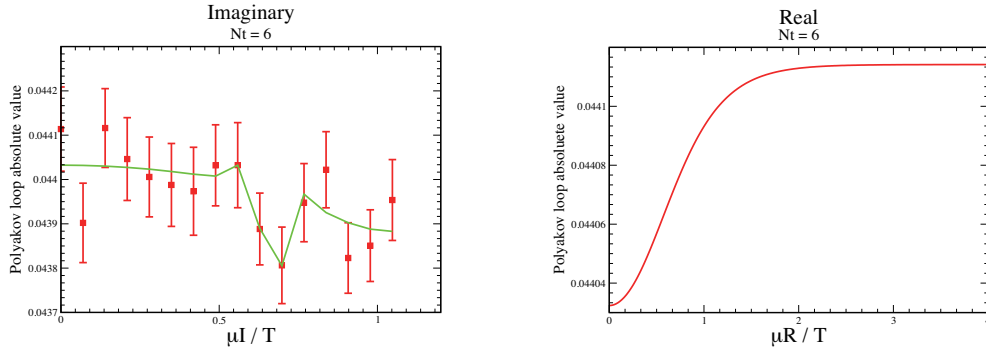


Figure 2: 虚数化学ポテンシャル領域で測定した Polyakov Loop とそのフィット (左図)、及び実化学ポテンシャル領域への接続結果 (右図)。  
 $N_t = 6$

## References

- [1] K. Nagata, A. Nakamura and S. Motoki, "Low temperature limit of lattice QCD", Proceedings of The 30 International Symposium on Lattice Field Theory, 2012
- [2] Keitaro Nagata, Shinji Motoki, Yoshiyuki Nakagawa, Atsushi Nakamura and Takuya Saito, "Towards extremely dense matter on the lattice", Progress of Theoretical and Experimental Physics 2012; doi: 10.1093/ptep/pts003.
- [3] Keitaro Nagata and Atsushi Nakamura, "EoS of finite density QCD with Wilson fermions by Multi-Parameter Reweighting and Taylor expansion", Journal of High Energy Physics April 2012, 2012:92
- [4] S. Motoki, K. Nagata and A. Nakamura, "Study of the low temperature and high density states by using lattice QCD simulations", Proceedings of The 30 International Symposium on Lattice Field Theory, 2012