

# 実施報告書

研究課題名 「有限温度・有限密度 QCD の非摂動論的研究」

(Non-perturbative study of hot and dense QCD)

筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授

金谷 和至

2012 年 12 月

## 1 研究組織 (研究実施開始時)

	氏名	所属 職名 / 研究分担
研究責任者	金谷和至 (かなやかずゆき)	筑波大学大学院数理物質系 教授 研究の統括と解析
共同研究者	青木慎也 (あおきしんや)	筑波大学大学院数理物質系 教授 相構造と臨界指数の研究
共同研究者	初田哲男 (はつだてつお)	理化学研究所仁科加速器研究センター 主任研究員 最大エントロピー法による相関関数の研究
共同研究者	江尻信司 (えじりしんじ)	新潟大学大学院自然科学研究科 准教授 有限密度 QCD の研究
共同研究者	梅田貴士 (うめだたかし)	広島大学大学院教育学研究科 講師 シミュレーションの実行とプログラム開発
共同研究者	中川 義之 (なかがわよしゆき)	新潟大学大学院自然科学研究科 研究員 有限密度 QCD の研究
共同研究者	吉田信介 (よしだしんすけ)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 研究員 シミュレーションの実行とデータの解析
共同研究者	斎藤華 (さいとうはな)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 博士課程院生 シミュレーションの実行とデータの解析

## 2 研究課題の内容

クォークは通常、陽子、中性子などのハドロンに閉じこめられているが、約 1 兆度以上の超高温では溶け出して、クォーク・グルオン・プラズマ (QGP) 状態に相転移すると考えられている。この相転移の解明は宇宙の初期進化や物質創成を理解する上で重要である。これまでにブルックヘブン国立研究所の RHIC において実験的検証に主目的とした高エネルギーハドロン衝突実験が行われ、さらに CERN の LHC において高エネルギー領域での大規模実験も始まった。終状態に数千個～数万個以上の粒子を含む複雑な重イオン衝突実験データから QGP の熱力学特性を引き出すためには、QGP の物性に関する QCD 第一原理からの理論的予言が不可欠である。そのための現在唯一の研究方法が、格子 QCD に基づく数値シミュレーションである。実験データと格子 QCD の理論的解析により QGP の性質が精密に理解できると期待される。

本研究では、有限温度・有限密度における QCD の性質を、クォークの対生成・対消滅効果を取り入れた格子 QCD の数値シミュレーションにより、非摂動的に研究する。世界的には、計算の楽なスタガード型格子クォークを使った研究が主流で、クォーク間ポテンシャルのチャンネル依存性や、有限密度 QCD に関しては、少数のグループを除き、ほとんどスタガード型クォークでのみ調べられているのが現状だが、スタガード型クォークには原理的な問題があり、これだけでは格子化誤差のコントロールが十分ではない。格子化誤差を取り除いて、実験と比較できる結果を導くためには、原理的問題が無いウィルソン型クォークによる追試と比較が必要である。また、初期宇宙や重イオン衝突における QCD 相転移の次数を決める上で重要なカイラル相転移のユニバーサリティークラスに関する研究では、むしろウィルソン型クォークによる研究の方が先行している。そこで、このプロジェクトでは、ウィルソン型クォークで有限温度・有限密度のクォーク物質の性質を研究する。

具体的には、非摂動的に改良されたウィルソン型クォーク（クローバークォーク）作用と岩崎改良ゲージ作用を組み合わせた作用を、厳密なアルゴリズムを用いてシミュレーションする。近年の PACS-CS グループの研究などにより、その格子上の作用を用いたゼロ温度での基礎研究が進んでおり、そこで得られた結果を本研究で最大限利用することができる。s クォークまで正しく取り入れた  $N_f = 2 + 1$  QCD で、最終的には現実世界のクォーク質量に合わせた時の有限温度 QCD 転移の相転移温度と相転移次数の決定、RHIC で実験を行っている相転移点  $T_c$  周辺から、LHC で到達可能な  $10T_c$  程度までをカバーする広い温度範囲で、物理量（状態方程式や音速などの熱力学量、及びチャーモニウムをはじめとするハドロンの質量や幅、時空相関などの諸性質）の温度依存性の解明を目指している [1-2]。

### 3 平成 24 年度の研究の概要

昨年度までの研究に基づき、**固定格子間隔法による  $N_f = 2 + 1$  QCD の有限温度状態方程式**の結果を発表した [1-1]。

固定格子間隔法では、従来の熱力学量の計算方法と異なり、ゲージ結合定数ではなく、時間方向の格子サイズによって温度を変える。これにより、ゼロ温度のくりこみにかかわる計算時間を抑えると同時に、微調整無しに、純粋に温度だけを変化させた場合の系の振る舞いを直接調べることが出来る。これは、ウィルソン型クォークによる QCD 状態方程式として、 $N_f = 2 + 1$  で最初の結果である。また、固定格子間隔法を用いた自由エネルギーの評価を行い、重いクォーク間の有効相互作用を調べた結果を公表した [1-3]。

上記の研究は、 $u, d$  クォークがまだ現実のものよりかなり重いのが、現在、固定格子間隔法による状態方程式の評価を物理点直上に拡張するための準備を進めている [3-3, 4-1]。

**ヒストグラム法による有限温度・有限密度 QCD の相構造の研究**も引き続き進めた。

まずクォークが重い領域で有限温度・密度の相構造を計算した [2-2, 2-3, 3-1, 3-4, 3-5, 3-6, 4-2, 4-4]。ヒストグラム法では、適当な物理量に注目して状態をラベルして、その状態がどれだけの確率で発生するかを表す確率密度関数の対数として、「有効ポテンシャル」を定義する。一次相転移があれば、同時に 2 つの状態が等確率で現れるため、着目している物理量が相転移に敏感な量であれば、確率密度関数に 2 つのピークが現れ、それにより一次相転移が起こるかどうかが判定できる。まず、比較的計算が簡単なクォーク質量が重い場合にこの方法の有効性をテストした。クォークが重い極限として、動的クォークを含まないクエンチ・シミュレーションを行い、再重み付け法により、（重いのが）有限のクォーク質量を持ち、さらに有限の化学ポテンシャルが有る効果を取り入れた。再重み付け係数は、

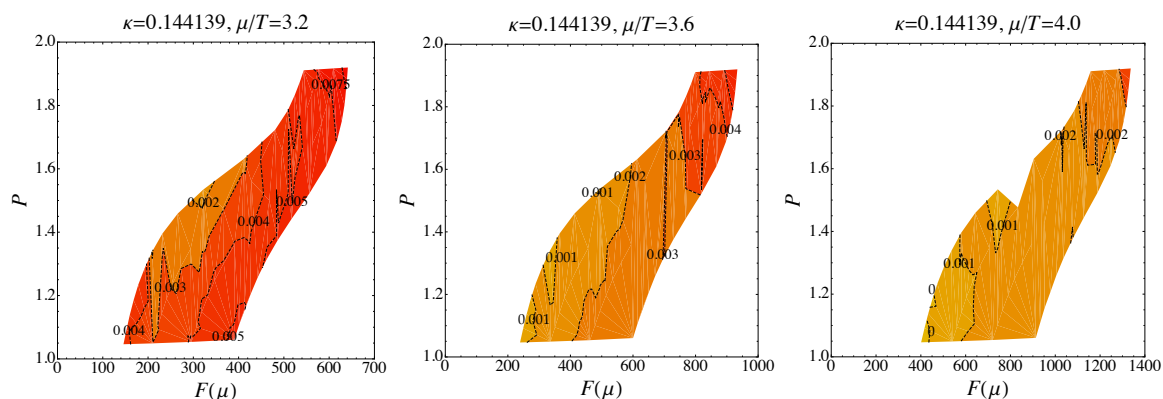


図 1: 有限密度  $N_f = 2$  QCD の臨界端点の研究：有効ポテンシャル  $V_{\text{eff}}$  の  $F$  方向 2 階微分。これが負になるとクロスオーバーが 1 次相転移になる。 $\mu/T = 4.0$  まで化学ポテンシャルを大きくすると、右端の図のように 2 階微分がゼロとコンシステントな領域が現れる。ここに 1 次相転移に移行する臨界点が存在すると示唆される。[2-1]

クォークが重いとして、ホッピング・パラメータ展開で評価した。また、有限密度における位相の効果は、キュムラント展開法を用いて評価した。それにより、クォーク質量を減少させると、質量無限大極限での一次相転移がクロスオーバーに変化することを確認し、一次相転移の終点を特定した。

より現実的な、クォークが軽い場合の相構造をヒストグラム法により解明する為に、 $N_f = 2$  QCD で、クォーク行列式の位相をクエンチしたシミュレーションを実行した。位相の効果を重ねみ付け法で取り入れ、キュムラント展開法を用いて評価した。重ねみ付け法の様々な技法を組み合わせることにより、一般化されたプラケット  $P$  ( $\approx$  ゲージ場のエネルギー密度) とクォーク行列式の対数の実部  $F$  ( $\approx$  クォークのエネルギー密度) に関する有効ポテンシャル  $V_{\text{eff}}(P, F)$  を、化学ポテンシャルがある程度大きいところまで評価することに成功した。これを用いて、クォークが軽い領域での相構造を調べ、化学ポテンシャルが十分小さいときの非閉じ込めクロスオーバーが化学ポテンシャルを大きくすることで 1 次相転移に移行する様子を研究した (図 1) [2-1, 2-3, 3-1, 3-2, 3-6, 4-3, 4-4, 4-6, 4-7]。

## 4 研究成果の公表

### 4.1 論文

- [1-1] T. Umeda, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, K. Kanaya, Y. Maezawa, and H. Ohno,  
 “Equation of state in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks by the fixed scale approach”,  
 Phys. Rev. D 85, No.9 (2012) ref.094508, pp.1-11  
[\[http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.094508\]](http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.094508)
- [1-2] Shinji Ejiri, Kazuyuki Kanaya, and Takashi Umeda,  
 “Ab initio study of the thermodynamics of quantum chromodynamics on the lattice at zero and finite densities”,  
 Prog. Theor. Exp. Phys. 2012, No.1 (2012) ref.01A104, pp.1-35  
[\[http://ptep.oxfordjournals.org/content/2012/1/01A104.full.pdf+html\]](http://ptep.oxfordjournals.org/content/2012/1/01A104.full.pdf+html)

- [1-3] Y. Maezawa, T. Umeda, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, K. Kanaya and H. Ohno,  
“Application of fixed scale approach to static quark free energies in quenched and 2 + 1 flavor  
lattice QCD with improved Wilson quark action”,  
Prog. Theor. Phys., 128, No.5 (2012) 955-970  
[<http://ptp.ipap.jp/link?PTP/128/955/>]

## 4.2 国際会議プロシーディングス

- [2-1] Y. Nakagawa, S. Ejiri, S. Aoki, K. Kanaya, H. Ohno, H. Saito, T. Hatsuda, T. Umeda,  
“Histogram method in finite density QCD with phase quenched simulations”,  
PoS (LATTICE 2011) (2012) ref.208, pp.1-7  
[[http://pos.sissa.it/archive/conferences/139/208/Lattice%202011\\_208.pdf](http://pos.sissa.it/archive/conferences/139/208/Lattice%202011_208.pdf)]
- [2-2] H. Saito, S. Aoki, K. Kanaya, H. Ohno, S. Ejiri, Y. Nakagawa, T. Hatsuda, T. Umeda,  
“Finite density QCD phase transition in the heavy quark region”,  
PoS (LATTICE 2011) (2012) ref.214, pp.1-7  
[[http://pos.sissa.it/archive/conferences/139/214/Lattice%202011\\_214.pdf](http://pos.sissa.it/archive/conferences/139/214/Lattice%202011_214.pdf)]
- [2-3] S. Ejiri, S. Aoki, T. Hatsuda, K. Kanaya, Y. Nakagawa, H. Ohno, H. Saito, T. Umeda,  
“Numerical study of QCD phase diagram at high temperature and density by a histogram  
method”,  
Cent. Eur. J. Phys. 10, No.6 (2012) 1322-1325  
[<http://www.springerlink.com/content/4678081077111858/>]

## 4.3 国際会議等での発表

- [3-1] S. Ejiri,  
“Probability distribution functions in the finite density lattice QCD”,  
The XXX International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2012), Cairns, Australia,  
June 24-29, 2012.
- [3-2] Y. Nakagawa,  
“Phase structure of finite density QCD with a histogram method”,  
The XXX International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2012), Cairns, Australia,  
June 24-29, 2012.
- [3-3] T. Umeda,  
“Thermodynamics in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks by the fixed scale ap-  
proach”,  
The XXX International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2012), Cairns, Australia,  
June 24-29, 2012.

- [3-4] H. Saito,  
“The order of the phase transition at finite temperature and density in the heavy quark region”,  
Univ. Mainz seminar, Univ. Mainz, Mainz, Germany, July 12, 2012.
- [3-5] S. Ejiri,  
“Study of finite density lattice QCD by a histogram method”,  
Workshop on “New Frontiers in Lattice Gauge Theory”, Galileo Galilei Inst. Theor. Phys.,  
Florence, Italy, Aug. 27-Sept. 28, 2012.
- [3-6] S. Ejiri,  
“Phase structure of lattice QCD at finite density by a histogram method”,  
International workshop on “The Sign Problem in QCD and Beyond”, Regensburg, Germany,  
Sept. 19-22, 2012.

#### 4.4 国内会議・学会での発表

- [4-1] 梅田 貴士  
“固定格子間隔での有限温度格子 QCD の研究”,  
日本物理学会 第 67 回年次大会, 関西学院大学, 西宮, Mar. 24-27, 2012.
- [4-2] 齋藤 華  
“クォーク質量が大きい領域での有限密度 QCD 相転移と複素位相の効果”,  
日本物理学会 第 67 回年次大会, 関西学院大学, 西宮, Mar. 24-27, 2012.
- [4-3] 中川 義之,  
“ヒストグラム法を用いた格子計算による有限密度 QCD の研究”,  
日本物理学会 第 67 回年次大会, 関西学院大学, 西宮, Mar. 24-27, 2012.
- [4-4] 江尻 信司,  
“有限密度格子 QCD における符号問題の解決に向けた状態密度法による試み”,  
第 2 回 HPCI 戦略プログラム、分野 2 × 分野 5 異分野交流研究会－量子モンテカルロ計算－, 東  
京大学, 物性研究所, Mar. 30, 2012.
- [4-5] 金谷 和至,  
“Lattice QCD at finite T and  $\mu$  – updates from Lattice 2012”,  
基研研究会 熱場の量子論とその応用 2012, 京都大学基礎物理学研究所, 京都, Aug. 22-24,  
2012.
- [4-6] 中川 義之,  
“Phase structure of finite density lattice QCD with a histogram method”,  
基研研究会 熱場の量子論とその応用 2012, 京都大学基礎物理学研究所, 京都, Aug. 22-24,  
2012.
- [4-7] 中川 義之,  
“ヒストグラム法で探る有限密度格子 QCD の相構造”,  
日本物理学会, 京都産業大学, 京都, Sept. 11-14, 2012.