

研究責任者名 Name	松古栄夫 Hideo Matsufuru	所属機関 Affiliation	高エネルギー加速器研究機構 High Energy Accelerator Research Organization
受理番号 Proposal No.	大型 13/14-14	研究課題名 Program title	SU(2) ゲージ理論のカイラルダイナミクスの数値的研究 Numerical study of chiral dynamics of SU(2) gauge theory

研究を終了しましたので、下記の通り報告します。

#### 成果の概要

SU(2)ゲージ理論は QCD とは異なるカイラル対称性の破れのパターンを示し、カイラルダイナミクスを理解する上で重要である。またウォーキング・テクニカラーモデルの候補となり得る理論であり、標準理論を超えた物理を探求するためにも興味深い。本研究では、高いカイラル対称性を持つ格子ゲージ理論の枠組みを用いて SU(2) 格子ゲージ理論を数値的に解析し、カイラル対称性の自発的破れのフレーバー数依存性を検証する。格子上のフェルミオン作用としては、良好なカイラル対称性を持つドメインウォール・フェルミオンを採用した。昨年度行った 2 フレーバーの基本表現フェルミオンを含む動的シミュレーションを、 $16^3 \times 32$  の格子サイズでフレーバー数 4, 6, 8 に拡張した。静的ポテンシャルによって格子スケールを測定し、フレーバー数が大きくなるに従ってフェルミオン質量へのスケールの依存性が大きくなり、特にフレーバー数 8 の場合はゼロ質量極限で閉じ込めの振る舞いが失われることを示唆する結果を得た。カイラル対称性の陽的破れを表す残留質量、及びメソン質量の測定を行い、有限の動的フェルミオン質量ではカイラル対称性の自発的破れを示す結果を得た。ゼロ質量への外挿を行うには有限サイズ効果等の影響を考慮する必要があり、統計的誤差の抑制を含め、解析方法の改良を行っている。

#### Abstract

The SU(2) gauge theory has a chiral symmetry breaking pattern different from that of QCD. It is also interesting as a candidate of walking Technicolor theory and to explore physics beyond the standard model. This work aims at numerical study of SU(2) gauge theory with fermion action that retains good chiral symmetry on the lattice to analyze the dynamics of spontaneous chiral symmetry breaking and its dependence on the number of flavors. As the fermion action, we adopt the domain-wall formulation. Based on the 2-flavor study performed in the last period, we extend our simulation to Nf (number of flavors)= 4, 6, 8 on a  $16^3 \times 32$  lattice. We find that as Nf increases the lattice scale determined by the static fermion potential increasingly depends on the fermion mass and particularly at Nf=8 the result implies the confining feature disappears in the massless limit. We measure the residual mass that probes the explicit chiral symmetry breaking and meson masses. The result indicates the spontaneous chiral symmetry breaking at finite dynamical fermion mass. We are improving the analysis method to extrapolate the results to the massless limit.

研究成果を公開しているホームページアドレス

研究成果の 公表	口頭研究発表 件数	査読付きの 学術論文数	プロシーディング 論文数	その他 (投稿中を含む)
	2	0	1	0

成果の公表リスト（それぞれの枠に番号をつけて記入願います。）

口頭研究発表 Presentations at scientific meetings concerning the program									
<p>1. 松古栄夫, 菊川芳夫, 長井敬一, 山田憲和, 「SU(2)格子ゲージ理論のカイラル対称なフェルミオンによる数値的研究」 日本物理学会第69回年次大会、東海大学湘南キャンパス、2014年3月27日-30日</p> <p>2. H. Matsufuru (talker), K.-i. Nagai, and N. Yamada, “SU(2) gauge theory with many flavors of domain-wall fermions”, International Symposium on Lattice Field Theory, 23-28 June 2014, Columbia Univ., New York, USA.</p>									
<p>査読つきの学術論文(雑誌名等には 巻、頁、発表年を記載) (* 不足する場合には追加願います。 Refereed Journal Articles (name of journal, volume, page, year)</p>									
1	<table border="1"> <tr><td>著者名 Author</td><td></td></tr> <tr><td>タイトル title</td><td></td></tr> <tr><td>雑誌名 name of journal</td><td></td></tr> <tr><td>URL</td><td></td></tr> </table>	著者名 Author		タイトル title		雑誌名 name of journal		URL	
著者名 Author									
タイトル title									
雑誌名 name of journal									
URL									
2	<table border="1"> <tr><td>著者名</td><td></td></tr> <tr><td>タイトル</td><td></td></tr> <tr><td>雑誌名等</td><td></td></tr> <tr><td>URL</td><td></td></tr> </table>	著者名		タイトル		雑誌名等		URL	
著者名									
タイトル									
雑誌名等									
URL									
3	<table border="1"> <tr><td>著者名</td><td></td></tr> <tr><td>タイトル</td><td></td></tr> <tr><td>雑誌名等</td><td></td></tr> <tr><td>URL</td><td></td></tr> </table>	著者名		タイトル		雑誌名等		URL	
著者名									
タイトル									
雑誌名等									
URL									
<p>プロシーディング論文(雑誌名等には 巻、頁、発表年を記載) (* 不足する場合には追加願います。 International Conference Proceedings (name of journal, volume, page, year)</p>									
1.	<table border="1"> <tr><td>著者名 Author</td><td>H.Matsufuru, Y.Kikukawa, K.-i.Nagai, and N.Yamada,</td></tr> <tr><td>タイトル title</td><td>Lattice simulation of SU(3) gauge theory with chirally symmetric fermions</td></tr> <tr><td>雑誌名等 name of journal</td><td>PoS(LATTICE 2013) 123</td></tr> <tr><td>URL</td><td><a href="http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/123/LATTICE%202013_123.pdf">http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/123/LATTICE%202013_123.pdf</a></td></tr> </table>	著者名 Author	H.Matsufuru, Y.Kikukawa, K.-i.Nagai, and N.Yamada,	タイトル title	Lattice simulation of SU(3) gauge theory with chirally symmetric fermions	雑誌名等 name of journal	PoS(LATTICE 2013) 123	URL	<a href="http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/123/LATTICE%202013_123.pdf">http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/123/LATTICE%202013_123.pdf</a>
著者名 Author	H.Matsufuru, Y.Kikukawa, K.-i.Nagai, and N.Yamada,								
タイトル title	Lattice simulation of SU(3) gauge theory with chirally symmetric fermions								
雑誌名等 name of journal	PoS(LATTICE 2013) 123								
URL	<a href="http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/123/LATTICE%202013_123.pdf">http://pos.sissa.it/archive/conferences/187/123/LATTICE%202013_123.pdf</a>								
2.	<table border="1"> <tr><td>著者名</td><td></td></tr> <tr><td>タイトル</td><td></td></tr> <tr><td>雑誌名等</td><td></td></tr> <tr><td>URL</td><td></td></tr> </table>	著者名		タイトル		雑誌名等		URL	
著者名									
タイトル									
雑誌名等									
URL									
3.	<table border="1"> <tr><td>著者名</td><td></td></tr> <tr><td>タイトル</td><td></td></tr> <tr><td>雑誌名等</td><td></td></tr> <tr><td>URL</td><td></td></tr> </table>	著者名		タイトル		雑誌名等		URL	
著者名									
タイトル									
雑誌名等									
URL									
<p>その他 (学位論文、紀要、投稿中の論文を含む) (著者、タイトル、論文種別、URL を記載) Others (thesis for a degree, bulletin, papers to be published, etc.)</p>									
<p>1. 2.</p>									
<p>特記 (本研究に関係した、新聞記事・著作、受賞など) (過去に遡っても構いません。) Special Notes (newspaper article, literary works, awards, etc.)</p>									
<p>1. 2.</p>									

# SU(2) ゲージ理論のカイラルダイナミクスの数値的研究

scchiral グループ

研究期間 2013 年 10 月–2014 年 9 月

## 1 研究組織

松古栄夫 (高エネルギー加速器研究機構 計算科学センター・助教) 全体の統括、コード開発・チューニング、解析

菊川芳夫 (東京大学大学院総合文化研究科・准教授) 解析、理論解析

山田憲和 (高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 KEK 理論センター・研究機関講師) 解析、理論解析

長井敬一 (名古屋大学素粒子宇宙起源研究機構・特任助教) 解析、理論解析

## 2 研究目的

SU(2) ゲージ理論は、SU(3) ゲージ理論である量子色力学 (Quantum Chromodynamics, QCD) と同じくカイラル対称性の自発的破れ、閉じ込めといった非摂動的性質を持っている。しかしながら、カイラル対称性の破れのパターンは、QCD が  $SU(N_f) \times SU(N_f) \rightarrow SU(N_f)$  ( $N_f$  はフレーバー数) であるのに対し、SU(2) 群が擬実であることから基本表現のフェルミオンについては  $SU(2N_f) \rightarrow Sp(2N_f)$  と異なっている。また随伴表現のフェルミオンに対しては任意の SU(N) ゲージ群で  $SU(2N_f) \rightarrow SO(2N_f)$  である。SU(2) ゲージ理論は、最近では素粒子標準模型の Higgs セクターを説明する候補である、ウォーキングテクニカラー模型の候補としても注目されている。その相構造や対称性の破れのフレーバー数依存性、複合粒子の質量や崩壊定数等の性質を理解することは、非可換ゲージ理論のカイラルダイナミクスと対称性の破れのパターンの関係という理論的観点だけでなく、標準理論を超えた物理探索のためにも重要である。テクニカラー模型の候補となる模型に対し実験との比較によって制限を与えるためには、非摂動的かつ定量的な手法が不可欠であり、格子ゲージ理論による数値シミュレーションが近年盛んに行われている [1, 2, 3]。

このような SU(2) ゲージ理論のカイラル対称性の破れの現象を、格子場の理論のシミュレーションによって解明するのが、本研究の目的である。そのためには、格子上でカイラル対称性を可能な限り保持するフェルミオン作用を用いることが重要である。本研究では格子上で厳密なカイラル対称性を持つオーバーラップ・フェルミオン [4] と、良好なカイラル対称性を持つドメインウォール・フェルミオン [5] を相補的に用いる。ドメインウォール・フェルミオンは、5 次元での定式化により、軽いモードがその 4 次元部分空間に現れるようにした理論であり、5 次元方向のサイズ無限大の極限がオーバーラップ・フェルミオンに対応する。

本研究では、基本表現及び随伴表現のフェルミオンに対し、ドメインウォール・フェルミオンを動的に含む場の配位を生成し、その上でドメインウォール演算子とオーバーラップ演算子の固有値分布やフェルミオン伝搬関数から、カイラル対称性の破れや複合粒子の性質、有限温度での相構造などを調べることを目標としている。基本表現ではフレーバー数  $N_f = 2, 4, 6, 8$  でのシミュレーションを行い、物理量の  $N_f$  依存性を明らかにする。フェルミオン演算子の固有値分布をランダム行列理論と比較することにより、対称性から予言される振る舞いを検証する。また、オーバーラップ作用とドメインウォール作用によるフェルミオン物理量の違いから、カイラル対称性の破れがどのように影響するかを調べ、ドメインウォール作用の改良の効果を評価する。随伴表現のフェルミオンを持つ  $SU(2)$  ゲージ理論でも同様の研究を行う。

### 3 これまでの研究状況

本研究は、平成 22 年度大型シミュレーション研究において開始した。当初の計画としては、フェルミオン場に対しオーバーラップ演算子、ゲージ場に対し繰り込み群により改良された岩崎作用を採用し、これにトポロジー固定項を加えた作用でシミュレーションを行うことを目指していた。このため、基本表現と随伴表現のフェルミオンの動的シミュレーション・プログラムの開発、クエンチ近似におけるオーバーラップ演算子の性質の研究 [6, 7]、基本表現での  $N_f = 4$  までのパラメータサーチを行った。しかしながらこれらの準備的研究によって、解析を行う上でトポロジー固定項の導入などによる効果を系統的に評価する必要があり、また系が正則な振る舞いを示すパラメータ範囲を注意深く選ぶ必要があることが判明した。これらの効果とフレーバー数を変えた際の物理的性質の変化を区別する必要がある。そのための基礎として、最初のステップとして比較的単純なセットアップでの研究から始めるのが有効と考え、カイラル対称性は十分よく保っているが、オーバーラップ・フェルミオンに比べると数値的コストが小さい、ドメインウォール・フェルミオンを動的に用いた研究を行うことを決定した。

ドメインウォール・フェルミオンは 5 次元空間での定式化であり、その 4 次元境界上に通常の物理モードが現れる。5 次元方向のサイズ無限大でドメインウォール演算子はオーバーラップ演算子に一致し、そのカイラル対称性の破れの大きさは残留質量として評価できる。このため、カイラルダイナミクスを研究する上で十分良い性質を持つと同時に、数値的コストはオーバーラップ演算子に比べて  $1/5$  程度である。得られたゲージ配位上で、オーバーラップ演算子とドメインウォール演算子の性質を比較することにより、対称性の破れがダイナミクスにどのように影響しているかを調べることができる。

ドメインウォール・フェルミオンを動的に含む研究は平成 24-25 年度に開始した。シミュレーションコードの開発は Bridge++ プロジェクト [8] で開発されているコードをベースとし、これに  $SU(2)$  ゲージ群を可能にする変更を行った。フレーバー数  $N_f = 2$  において、動的配位生成を格子サイズ  $8^3 \times 16$ 、 $12^3 \times 24$ 、 $16^3 \times 32$  で行い、静的ポテンシャルによる格子スケールの決定、メソン質量に対する有限サイズ効果の評価を行った。ドメインウォール演算子とオーバーラップ演算子の固有値分布の比較など、今後行う予定の解析手法を準備した [9]。

$N_f$	$\beta$	Lattice spacing $a(r_0)$ [GeV]			
		$m = 0.20$	0.10	0.05	0.03
2	0.85	0.2096(7)	0.1871(10)	0.1736(14)	
	0.90	0.1708(9)	0.1537(7)	0.1414(8)	
4	0.85	0.1727(13)	0.1382(17)	0.1165(25)	0.1009(13)
	0.90	0.1391(10)	0.1044(11)	0.0839(11)	
6	0.80	0.1994(10)	0.1442(13)	0.1012(17)	
	0.85	0.1445(9)	0.0949(12)	0.0583(25)	
	0.90	0.1064(11)	0.0749(10)	0.0463(22)	
8	0.80	0.1642(20)	0.1052(14)	0.0589(18)	
	0.85	0.1137(12)	0.0687(16)	0.0310(21)	

Table 1: シミュレーションパラメーターと格子スケール。 $N_f$  はフレーバー数、 $\beta$  はゲージ結合定数、 $m$  は動的フェルミオン質量を表し、各アンサンブルで静的ポテンシャルから  $r_0 = 0.49$  fm として決定した格子定数を示す。

## 4 当該研究期間における実施の詳細

本研究期間においては、上記のドメインウォールフェルミオンを用いた研究を基本表現のフレーバー数  $N_f = 2$  から  $N_f = 4, 6, 8$  に拡張した。主に以下のような研究を行った。

### (1) プログラムの準備

ドメインウォール・フェルミオンを含むシミュレーションのためのコードは、Bridge++コード [8] をベースに、SU(2) ゲージ群を可能にする変更を行ったものである。尚、この変更は一般の SU(N) を可能に形で Bridge++ の ver.1.2 に取り入れられて公開されており、ドメインウォールフェルミオンの実装も今後公開される予定である。本研究期間に行った配位生成ではシステム B を用いた。前研究期間には 32 ノードで約 1.5% の実行効率であったが、コードのマルチスレッド化と高速化を行い、32 ノードで約 3%、128 ノードで約 2.5% の実行効率に向上した。まだ性能向上の余地があるため、引き続き高速化を進めている。

### (2) $N_f = 2, 4, 6, 8$ での動的配位生成

システム B を用いて、 $16^3 \times 32$  の格子サイズで、ドメインウォール・フェルミオンを動的に含む配位の生成を行った。5 次元方向のサイズは 16 とし、ゲージ場の作用に岩崎改良作用を用いた。各  $N_f$  において、2 点以上のゲージ結合定数  $\beta$  の値を取り、フェルミオン質量として  $m = 0.20, 0.10, 0.05$  を用いたが、 $N_f = 4, \beta = 0.85$  ではテストのために  $m = 0.03$  でも配位を生成した。トラジェクトリ長 1 の Hybrid Monte Carlo 法を使用して、最初の約 300 トラジェクトリを熱平衡化のため除き、各アンサンブルで 1000 トラジェクトリ以上の配位を生成した。用いたパラメーターの値を表 1 にまとめる。

### (3) 静的ポテンシャルによる格子スケールの決定

生成した配位の格子スケールを決定するため、Wilson ループを測定し、静的ポテンシャル  $V(r)$  を求めた。測定にはシステム A を用いた。例として  $\beta = 0.85, N_f = 2$  と 8 での結果を図 1 に示す。 $r_0 = 0.49$  fm ( $r_0$  はポテンシャルから  $r^2 \partial V(r)/\partial r|_{r_0} = 1.65$  で定義される) から求めた格子定数  $a(r_0)$  を表 1 に示す。ただし SU(2) 理論は現実の物理と対応していないため、これは物理的イメージを得るための参考値である。図 2 は、 $a(r_0)$  のフレーバー数・

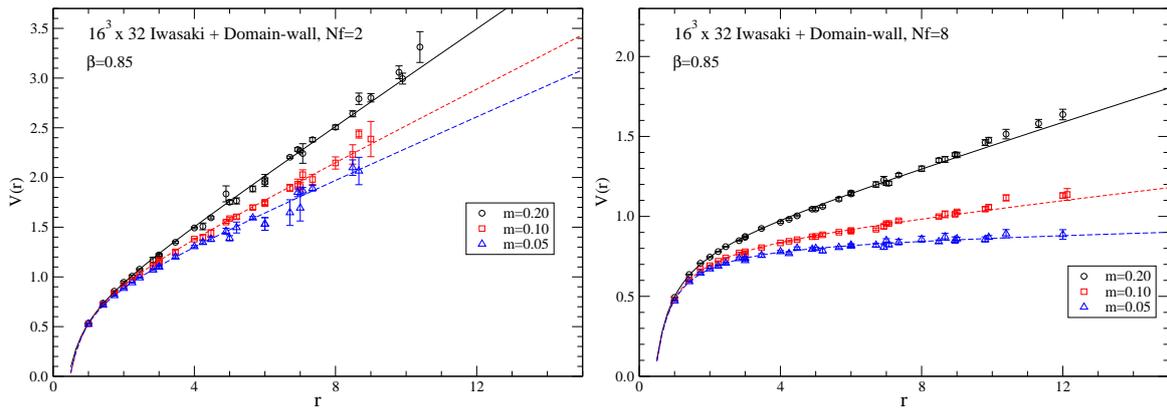


Figure 1:  $\beta = 0.85$ ,  $N_f = 2$ (左図),  $8$ (右図) での静的ポテンシャル。

フェルミオン質量依存性を見たものである。フレーバー数が大きくなるに従い、フェルミオン質量依存性が大きくなり、特に  $N_f = 8$  では質量ゼロに向かって閉じ込めの振る舞いが失われることが示唆される。

#### (4) 残留質量とメソンの質量解析

生成した配位の上でドメインウォール・フェルミオンの残留質量の測定、メソン質量と崩壊定数の測定を行なっている。測定にはフェルミオン質量に応じてシステム A,B を用いた。残留質量はドメインウォール作用でカイラル対称性が陽に破れているサイズを表し、パラメーターとして入れた裸の質量に加えて解析する必要がある。メソン質量及び崩壊定数については、 $PS$  (擬スカラー),  $V$  (ベクトル),  $S$  (スカラー),  $A$  (軸性ベクトル) の各チャンネルに対して、ローカルな演算子を用いて測定を行なっている。有限のフェルミオン質量ではすべてのアンサンブルについてカイラル対称性の自発的破れを示す振る舞いが得られたが、ゼロ質量極限への外挿には系統誤差に注意した解析が必要であり、今後の課題である。特に  $S, A$  チャンネルについては統計揺らぎが大きいいため、スミアリングと呼ばれる手法等を適用し、メソン質量の測定精度を上げた計算を進めている。また  $N_f = 8$  の場合には、基底状態のシグナルが十分でないため、有限サイズ効果などに注意して解析する方法を検討中である。

以上に示した結果は全てプレリミナリーな結果であり、現在詳細な解析を進めているところである。これにより、 $N_f, \beta, m$  のパラメーター空間でのサーベイが得られたので、今後は重要と思われるアンサンブルでより詳細な解析を進めてゆく予定である。

研究は平成 26-27 年度大型シミュレーション研究において継続中である。尚このプロジェクトの一部には、名古屋大学素粒子宇宙研究機構における  $\varphi$  計算機も利用しているが、ここに述べた結果は主に KEK スーパーコンピューターシステムを利用して行った。

## References

- [1] J. Giedt, PoS LATTICE **2012** (2012) 006.
- [2] E. T. Neil, PoS LATTICE **2011** (2011) 009 [arXiv:1205.4706 [hep-lat]].

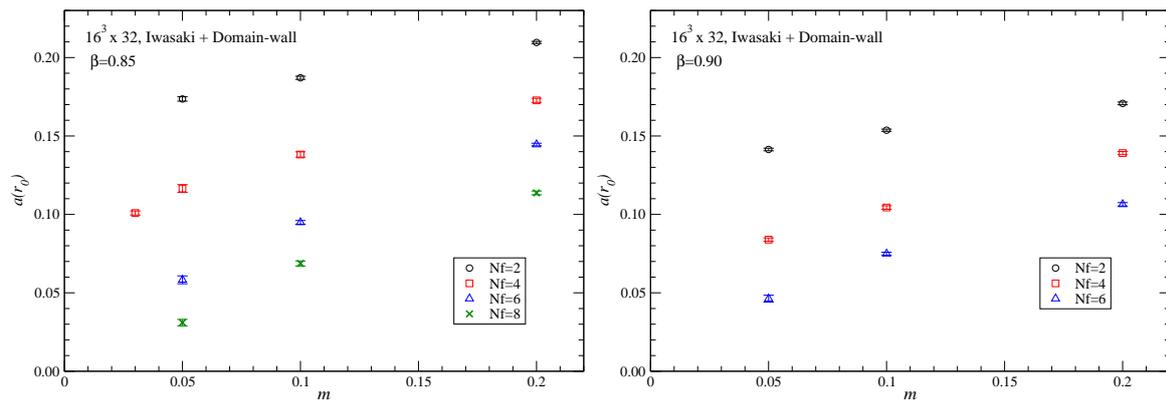


Figure 2: 格子定数  $a(r_0)$  のフレーバー数、フェルミオン質量依存性。左図は  $\beta = 0.85$ , 右図は  $\beta = 0.90$ 。

- [3] L. Del Debbio, PoS LATTICE **2010** (2010) 004.
- [4] H. Neuberger, Phys. Lett. B **417** (1998) 141 [arXiv:hep-lat/9707022]; H. Neuberger, Phys. Lett. B **427** (1998) 353 [arXiv:hep-lat/9801031].
- [5] Y. Shamir, Nucl. Phys. B **406** (1993) 90 [hep-lat/9303005]; V. Furman and Y. Shamir, Nucl. Phys. B **439** (1995) 54 [hep-lat/9405004].
- [6] H. Matsufuru, Y. Kikukawa and N. Yamada, PoS **LAT2009** (2009) 064.
- [7] H. Matsufuru, Y. Kikukawa, K. I. Nagai and N. Yamada, PoS **LATTICE2010** (2010) 090.
- [8] Bridge++ project: <http://bridge.kek.jp/Lattice-code/>.
- [9] H. Matsufuru, Y. Kikukawa, K. i. Nagai and N. Yamada, PoS LATTICE **2013** (2014) 123 [arXiv:1401.6655 [hep-lat]].