

# 加速器の基本概念

## Fundamental Concepts of Particle Accelerators

高エネルギー加速器研究機構 加速器研究施設

高田 耕治  
Koji TAKATA

## はじめに

著者は数年にわたって本題目のもとに、高エネルギー加速器入門の講義を総合研究大学院大学加速器科学専攻の新入生にたいして受持ってきた。本書は、そこで準備した講義録や関連資料をもとにまとめたものである。

1920年代に産声をあげた加速器は装置科学の代表的な分野として非常に大きな発展を遂げた。その過程で加速器が高エネルギー物理学のみならず医療用、産業用としても広く応用されるようになった。日本を例にとれば1MeV以上の加速器は約1200台に上るが、そのうち700台は医療用として使われている。また殆ど世間に知られていないが、日用品の材質改良、殺菌、農産物における新品種創出等に多くの加速器が使われている。

しかし最初の加速器は、当時の最先端の高エネルギー物理学であった放射能の問題を、自然の放射性物質にたよらず、人工的に原子核を破壊することによる組織的な研究をめざして、その開発が始められたのである。そしてその後の3、40年間はおぼろより高いエネルギー領域へ高エネルギー物理学の前線を押し上げようとして、次々に大型加速器が建設されていった。現在、加速器が一般社会に広く応用されているのは、このような高エネルギー加速器の発展の過程で発明、発見された数々の新しい原理、技術の賜物である。

本書はそのような加速器の発展をたどりつつ、加速器の基本概念を出来るだけ分かりやすく解説しようとしたものである。そしてこのような歴史の延長線上にあるものとして、今後の高エネルギー加速器の有力候補と考えられ、国際的に熱心な研究開発が行われている二三の代表例について概観し、最終章とした。

# 目次

第 1 章	加速器科学の黎明	5
1.1	全般的な参考書 . . . . .	5
1.2	Livingston 図 . . . . .	5
1.3	Rutherford の窒素原子核崩壊の発見 . . . . .	6
1.4	初期の加速器（静電型） . . . . .	7
第 2 章	静電場加速の問題点	11
2.1	直流電圧の放電限界 . . . . .	11
2.2	静的ポテンシャル場の性質 . . . . .	11
2.3	時間変動する電場 . . . . .	12
第 3 章	高周波加速の始まり	13
3.1	線形加速法の開発 . . . . .	13
3.2	Lawrence のサイクロトロン . . . . .	14
3.3	サイクロトロンのビーム軌道 . . . . .	14
第 4 章	位相安定性原理	17
4.1	安定位相のまわりへの粒子の集群 . . . . .	17
4.2	シンクロサイクロトロンとシンクロトロン . . . . .	19
第 5 章	初期のビーム収束技術：弱収束方式	21
5.1	磁場による収束 . . . . .	21
5.2	ベータトロン振動 . . . . .	21
5.3	収束力の目安： $n$ 値 . . . . .	22
第 6 章	強収束原理の発見	25
6.1	極性が交代する 4 極磁石列の応用 . . . . .	25
6.2	4 極磁石の磁場 . . . . .	25

6.3	垂直、水平方向強収束の両立 . . . . .	26
第 7 章	強収束加速器のビーム軌道	29
7.1	Courant-Snyder のビーム軌道理論 . . . . .	29
7.2	エミッタンス . . . . .	30
7.3	ベータトロン チューン . . . . .	31
7.4	運動量変化にともなう軌道の変動 . . . . .	32
第 8 章	衝突型リング	33
8.1	重心系での衝突エネルギー . . . . .	33
8.2	ルミノシティ . . . . .	34
第 9 章	シンクロトロン放射	35
9.1	シンクロトロン放射の原理 . . . . .	35
9.2	放射減衰と放射励起 . . . . .	37
第 10 章	高周波加速	39
10.1	単一セル円筒空洞 . . . . .	39
10.2	多セル空洞 . . . . .	43
10.3	入力結合器とビーム・ローディング . . . . .	48
10.4	低 $\gamma$ 陽子、イオン用加速管 . . . . .	51
第 11 章	高電界	55
11.1	Kilpatrick 基準 . . . . .	56
11.2	電子リニアックの放電限界 . . . . .	56
第 12 章	大電力発生用電子管	59
12.1	送信管 . . . . .	59
12.2	マイクロ波管 . . . . .	60
12.3	クライストロン . . . . .	60
第 13 章	これからの加速器	65
13.1	リニアコライダー . . . . .	66
13.2	ミュー中間子・ミュー中間子衝突型加速器とニュートリノファクトリー . . . . .	69
13.3	高強度レーザーによる高加速電界発生 . . . . .	70
	参考文献	75

# 第 1 章

## 加速器科学の黎明

### 1.1 全般的な参考書

歴史的なことから説き起こしている参考書としては [1] や [2] がある。Telegdi のエッセイ [3] に書かれた初期のエピソードも面白い。現在における加速器科学の概要を知るにはハンドブック [4] が便利である。ビームの振舞いを中心にした加速器物理の総合的な解説書としては [5] がある。

### 1.2 Livingston 図

高エネルギー加速器の発展を一目で把握できる図として、Livingston 図 という有名なものがある。ここでは 1962 年に出版された Livingston-Blewett の教科書 [2] に掲載されているものを図 1.1 に再現する。これれによれば、1930 年から 1960 年まで、加速エネルギーが 10 年ごとに 50 倍強の割合で増大している様子がわかる。

一方、現在の状況を図 1.2 に示す。[6] この図では、元の Livingston 図 がつくられた当時にはまだ存在しなかった衝突型加速器がつけ加えられている。ただしエネルギーとしては衝突粒子どうしの重心系エネルギーを静止標的の加速器のエネルギーに換算して表している。そうすると 1930 年から 1990 年まで期間を拡げても 10 年当りのエネルギー増加率約 50 倍を維持していることがわかる。

しかしこのようにエネルギー増加率が維持されているのは、次々と新しい型の加速器が創出されてきたためであって、ひとつの型に注目すれば到達エネルギーは急速に飽和している。また、近年は次の型が創出されるまでの期間が長くなっていることもこの図から分かる。

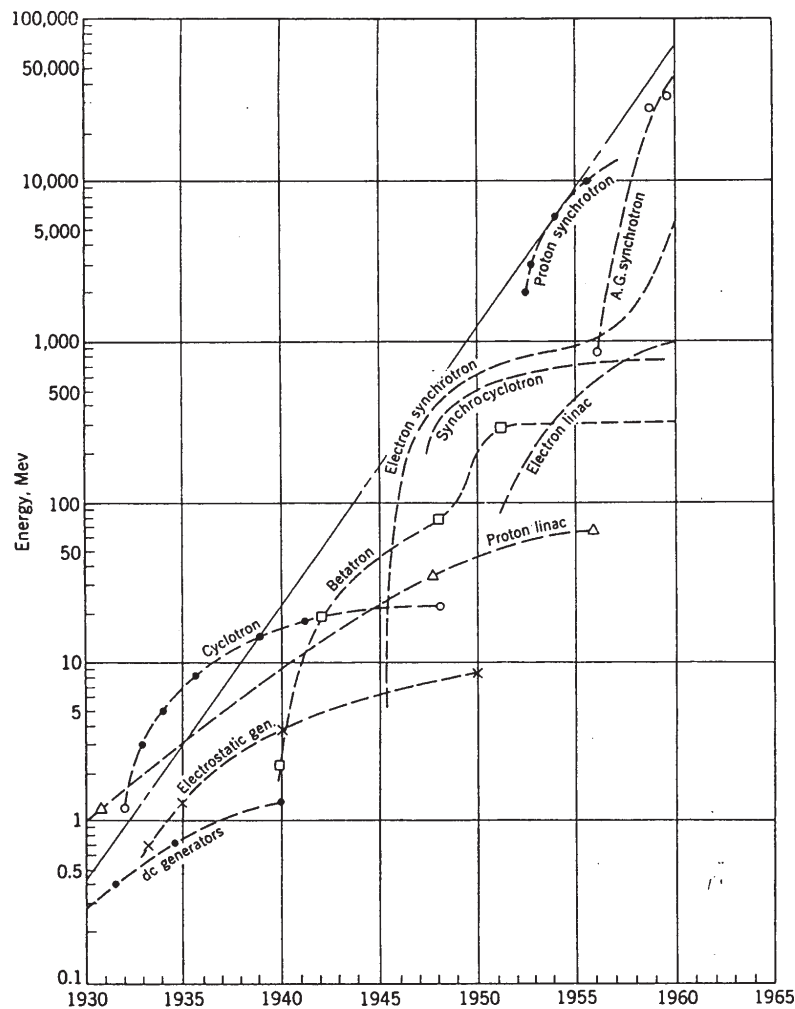


図 1.1 Livingston 図 : Livingston-Blewett の教科書 p.6 にある元々の図

### 1.3 Rutherford の窒素原子核崩壊の発見

人工的に原子核崩壊を起こし、原子核研究を組織的に行いたいという要求が高エネルギー粒子加速への取組みを本格化させた。この動きは 1919 年にラザフォードが自然のアルファ線に照射された窒素原子核の崩壊を実験的に示したことに始まる。この原子核崩壊という当時最先端の問題を組織的に研究するために、人工的放射線源である高エネルギー加速器の必要性が高まったのである。しかしどれぐらい加速すればよいのかが問題であった。それにおおよその目安を与えたのがガモフで、1928 年のことである。彼はアルファ粒子が原子核のクーロン障壁をトンネル効果によって通過する確率を計算し、500 kV 程度のエネルギーのアルファ粒子であれば軽い原子核の中に侵入し核崩壊を引起す可能性を指摘した。この数字が当時の高電圧技術で到達可能なものであったのが非常に幸いで

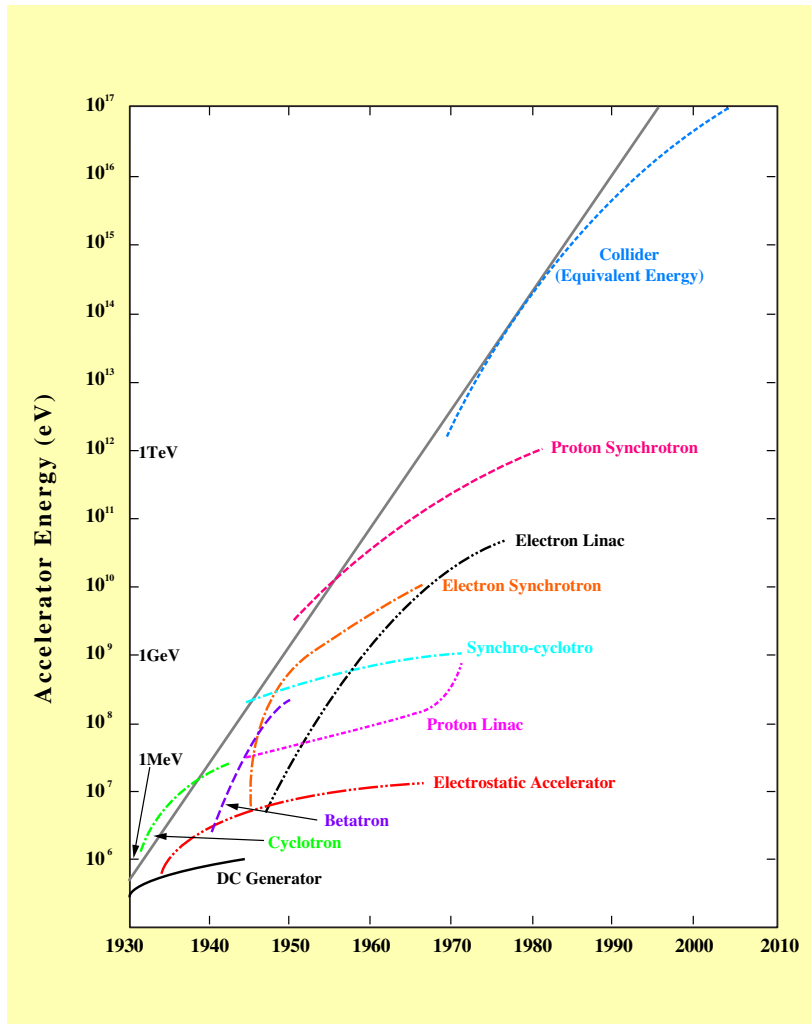


図 1.2 Livingston 図：現代の Livingston 図

あった。

## 1.4 初期の加速器（静電型）

極く初期には N. Tesla のコイル（1925）と呼ばれるものが開発された。図 1.3 で高電圧に充電されたコンデンサーをスパークギャップで放電させ、そのときの放電電流パルスをトランスで昇圧する。この型は電圧波形の再現性に乏しく、発展しなかった。

本格的な静電型加速器はラザフォードが J. D. Cockroft と E. T. S. Walton に開発させた整流型加速器である。これはスイスの H. Greinacher が 1919 年に発明した多段整流回路の原理を応用したものである。しかし実用化は彼らが先であって Cockroft - Walton の整流回路と呼ばれて久しい。

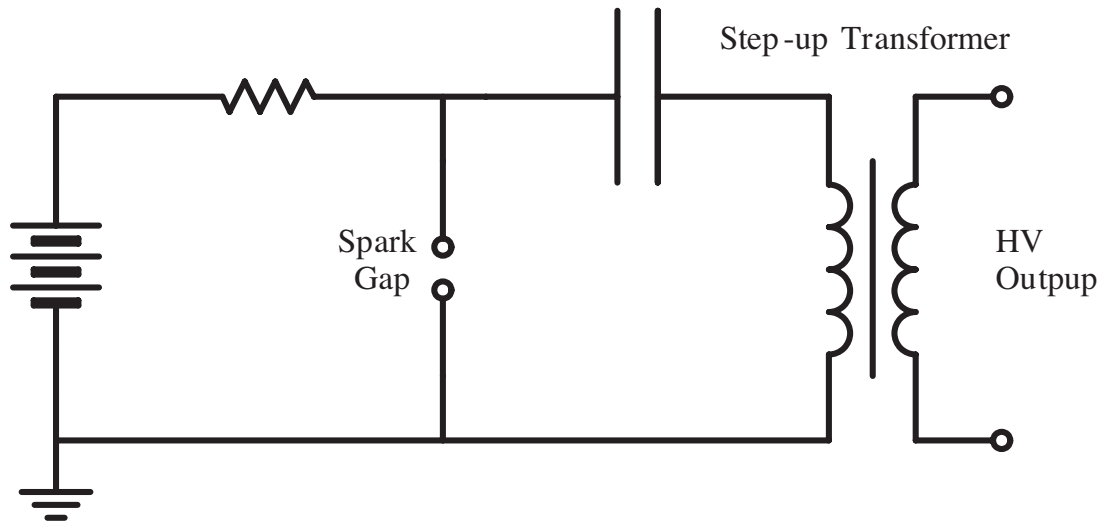


図 1.3 Tesla のコイル

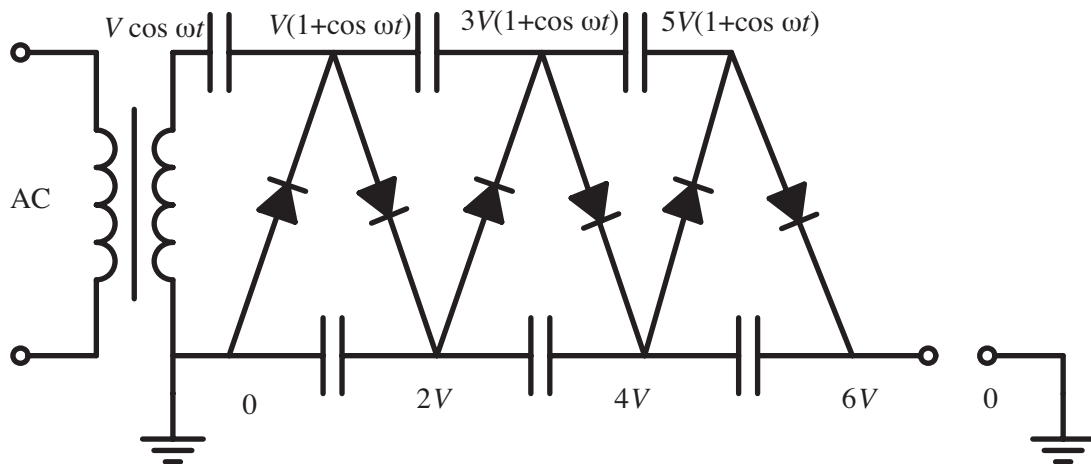
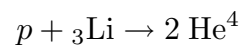


図 1.4 Cockcroft - Walton の整流回路

彼らは 1932 年に図 1.4 のような 6 段回路で陽子を  $\approx 800 \text{ kV}$  まで加速し、はじめて人工的な核反応



を起こした。

全く違う原理の昇圧方式を使うものに図 1.5 のような Van de Graaff のベルト式加速器 (1931) がある。接地点で絶縁体ベルトを正あるいは負の電荷で帯電させる。この帯電ベルトを対向する電極へ送って放電させると正あるいは負の高電圧が発生する。ベルトとして金属球体の鎖を使うものも開発され、ペルトロンと呼ばれている。金属球体間は絶縁されているので、対向電極まで電荷を運ぶことができる。Van de Graaff 加速器はエネルギー



安定度や精度が良いので、現在でも  $\approx 20 \text{ MeV}$  までのエネルギー領域で原子核実験に使われている。タンデム型とよばれるものでは加速電圧が正と負のものを接続して使う。まず前段で負イオンを加速する。接続部に置かれた薄膜でこの負イオンを正イオンに転換する。後段で正イオンは更に加速される。

図 1.5 Van de Graaff のベルト式加速器



## 第 2 章

# 静電場加速の問題点

### 2.1 直流電圧の放電限界

例えば間隙 1 cm の金属平面間の最大印加電圧のおおまかな目安を整理すると次のようになる。[7]

空気 (1 気圧)	≈ 30 kV
SF <sub>6</sub> (1 気圧)	≈ 80 kV
絶縁油	≈ 150 kV
高真空	≈ 220 kV
SF <sub>6</sub> (7 気圧)	≈ 360 kV

ただしこれらの数値は電極の形状、表面の滑らかさや汚れぐあいなどに依存する。また間隔が 2 cm になったからといって最大印加電圧が倍になる訳でもない。

### 2.2 静的ポテンシャル場の性質

上のように電圧限界があっても、何回も粒子を通せば高エネルギーが達成されるのではない。しかし静電場ではそれは不可能である。その数学的な証明は次のようである。静電場  $\mathbf{E}$  はポテンシャル場  $V(x, y, z)$  の勾配として導かれる。すなわち  $\mathbf{E} = \nabla V$  である。そうすると、任意の閉曲線  $C$  に沿っての  $\mathbf{E}$  の接線成分  $E_s$  の積分は 0 になる。なぜなら、ベクトル公式  $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{n} dx dy$  および  $\nabla \times \nabla V = 0$  を使えば

$$\begin{aligned}
\oint_C E_s ds &= \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \\
&= \int \int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} dx dy \\
&= \int \int_S (\nabla \times \nabla V) \cdot \mathbf{n} dx dy \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.1}$$

となるからである。(ここで  $S$  は  $C$  で囲まれた任意の曲面で、 $\mathbf{n}$  はその面上の単位法線ベクトルを表す。)

### 2.3 時間変動する電場

それでは時間変動する電場を使うと上のような静電場の制約から逃れうるであろうか。マクスウェル方程式から時間的に変化する電場  $\mathbf{E}$  と磁場  $\mathbf{B}$  は

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{2.2}$$

という関係で結ばれている。この電磁誘導効果によって、閉曲線に沿っての一周積分は恒等的に 0 ということはない。それは

$$\begin{aligned}
\oint_C E_s ds &= \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \\
&= \int \int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} dx dy \\
&= -\frac{\partial}{\partial t} \int \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dx dy \\
&= -\frac{\partial}{\partial t} \Phi
\end{aligned} \tag{2.3}$$

からわかる。ここで  $\Phi$  は  $S$  を通る全磁束である。

変圧器は全てこの原理にもとづいている。加速器へのその素朴な応用が D. W. Kerst (Univ. Illinois) が発明したベータトロンと呼ばれるものである。彼は 1940 年に電子を 2.3 MeV まで加速した。なおこの加速器における電子軌道は大変複雑でベータトロン振動、ベータトロン加速などの用語はここに始まる。ベータトロンでは鉄芯の磁化を変化させて全磁束を変えるので、到達電圧の限界は飽和磁場で決まる。

後に議論するが、時間変動する電磁場の特性を十分に活用するには、高周波 (Radio Frequency: RF) と呼ばれる非常に速い繰返しを行う電磁場でなければならない。それにはラジオ技術、とくに大電力高周波電波発生用真空管 (送信管) の発達を待たねばならなかった。

## 第 3 章

# 高周波加速の始まり

### 3.1 線形加速法の開発

高周波加速の原理は最初スウェーデンの G. Ising によって 1925 年に提案された。それをもとに加速器に作り上げたのはドイツの R. Wideröe である。彼は 1928 年に図 3.1 のような 2 段の高周波間隙で  $K^+$  や  $Na^+$  イオンを数百 keV まで加速した。

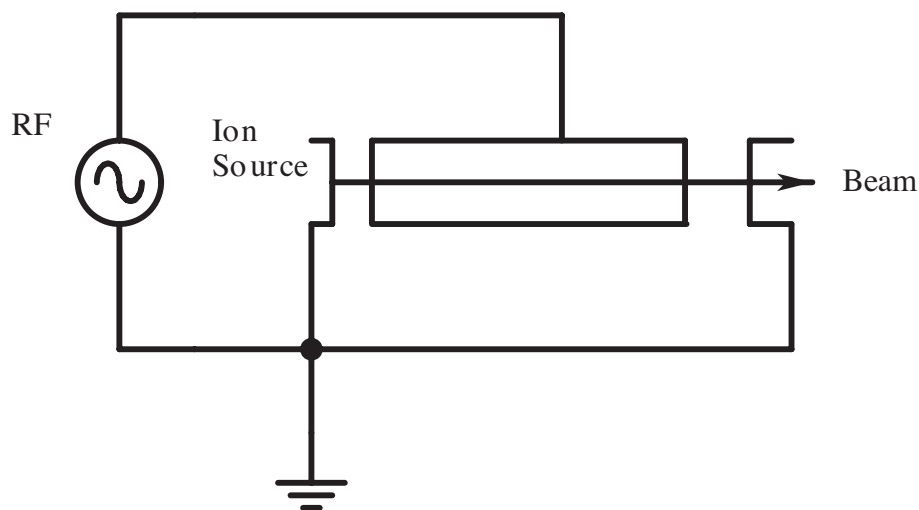


図 3.1 Wideröe の線形加速器

米国カリフォルニア大学 Berkeley 校の D. H. Sloan と E. O. Lawrence も同様な加速器の開発を進め、1931 年には  $Hg^+$  イオンを 1.25 MeV まで加速した。これらの加速器では周波数で 10MHz 前後の高周波が使われた。

### 3.2 Lawrence のサイクロトロン

当時の高周波技術で発生できる電圧はせいぜい2~3百kVであって、線形加速法で高エネルギーまで加速するのは非現実的であった。そこでLawrenceは磁場を使って荷電粒子が円軌道をとるようにし、小さい間隙電圧でも多重回加速で高エネルギーに到達する原理を着想した。図3.2のように加速間隙はD電極と呼ばれる2つの半月型金属電極が対向している場所だけである。高周波の周波数は、粒子が間隙を通過する瞬間に電場が加速する向きになるように選ばれる。磁場は紙面に垂直にかかっており、粒子は紙面上で円軌道を描く。D電極は平たい缶詰めを半分に切った形をしており、内部では電場は遮蔽されている。したがって粒子がその中を走るときは磁場による求心力のみを受ける。軌道半径は粒子エネルギーに比例して大きくなるので、粒子軌道は渦巻き型になる。

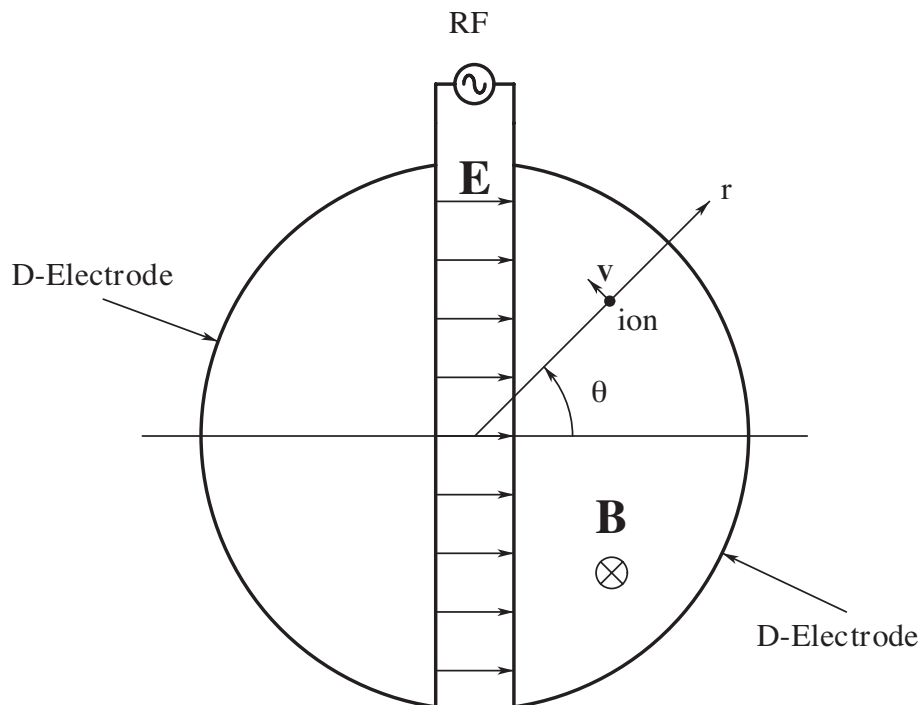


図3.2 サイクロトロン

### 3.3 サイクロトロンのビーム軌道

ここで荷電粒子の運動を数式を使って解析してみよう。一般式は

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e\mathbf{E} + e\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (3.1)$$

であるが、図 3.2 のように円筒座標系  $(r, \theta, z)$  を使うと

$$\frac{d}{dt}(mr\dot{\theta}) - mr\dot{\theta}^2 = eE_r + er\dot{\theta}B_z - ez\dot{B}_\theta \quad (3.2)$$

と表せる。ここで磁場は  $z$  方向の一様磁場  $B_z$  のみとする。とりあえず粒子は進行方向に加速されず ( $\dot{m} = 0$ ) 半径一定の円軌道上 ( $\dot{r} = 0$ ) を走っているとす。その場合、この式から

$$\dot{\theta} = \frac{eB_z}{m} \equiv \omega_c \quad (3.3)$$

という関係が導かれる。この  $\omega_c$  をサイクロトン角周波数とよぶ。粒子の運動量  $p_\theta$  は

$$p_\theta = mv_\theta = mr\dot{\theta} \quad (3.4)$$

であるので、円軌道の半径は

$$r = \frac{p_\theta}{eB_z} \quad (3.5)$$

と表わされる。

さて周波数  $f = \omega_c/2\pi$  の高周波電圧を D 電極の間隙にかければ、粒子はつねに同位相の電場を感じるので、同期して加速される。加速とともに運動量  $p_\theta$  が増大すれば、それに比例して軌道半径も大きくなる。静止質量  $m_0c^2 = 938.3 \text{ MeV}$  の陽子の場合、

$$f(\text{MHz}) = 15.2B_z(\text{Tesla}) \quad (3.6)$$

であり、10 MeV まで加速すると軌道半径は

$$r(\text{m}) = 0.457/B_z(\text{Tesla}) \quad (3.7)$$

となる。

ところでここまでの議論では相対論的質量増加の効果を無視してきた。しかしこれが無視できないエネルギーになると、周回角周波数  $\omega$  が質量に反比例する効果が現れ始め、粒子は加速間隙に遅れて到着するようになる。従って粒子が受ける加速電圧はピーク値からずれてゆき、加速量は減少する。電圧ピーク値をどれだけ大きくできるかにもよるが、實際上  $\approx 20 \text{ MeV}$  が限界である。そこで  $B_z$  を  $r$  の関数として変化させるなど、いろいろな工夫がされてきた。





## 第 4 章

# 位相安定性原理

上に述べたような相対論効果による周回周期の遅れとそれに伴う加速位相のずれという問題を解決したのは、E. C. McMillan (UC Berkeley) と V. I. Veksler (USSR) が 1945 年に独立に見いだした位相安定性原理である。これによって相対論的高エネルギーへの加速の道がひらけた。これは、加速周波数  $f = \omega/2\pi$  を粒子エネルギーの関数として考えたとき、ある適切な高周波位相が存在し、エネルギーがばらついた粒子の群がその位相のまわりに捕獲されて集群 (bunching) し、安定に高エネルギーへ加速されるというものである。

### 4.1 安定位相のまわりへの粒子の集群

集群の様子について調べてみよう。一般の加速器では軌道は単純な円ではないので、軌道方向の速度を  $v_{\parallel}$ 、1 周の軌道長を  $L$  とし、それぞれエネルギー  $E$  の関数と考える。すると粒子の周回周波数は

$$f(E) = \frac{v_{\parallel}}{L} \quad (4.1)$$

である。この関係を常に満足するように高周波の周波数と加速電圧を設定すれば、粒子は加速位相のずれを経験せずに加速される。このような粒子を基準エネルギー粒子と呼ぼう。さて通常 1 周当たりの加速電圧は極く小さく、基準エネルギー粒子の加速が無視出来るような (しかしながら軌道周回数は大きい) 時間内での運動を考える。そのとき簡単のために、基準粒子は図 4.1 に示すような  $V = V_0 \sin \omega t$  で変化する加速間隙電圧が丁度 0 になる位相、すなわち  $\omega t$  が  $n\pi$  ( $n$  は任意の整数) の点に常にいる場合を考えても一般性は失われない。

ここで、基準エネルギーから若干のエネルギーずれをもつ粒子の運動を考察する。エネルギーずれに応じて粒子速度および軌道長それぞれがずれる。しかし軌道長のずれは速度のずれ程ではない場合を先ず考える。これは粒子エネルギーが超相対論的領域に至らず、

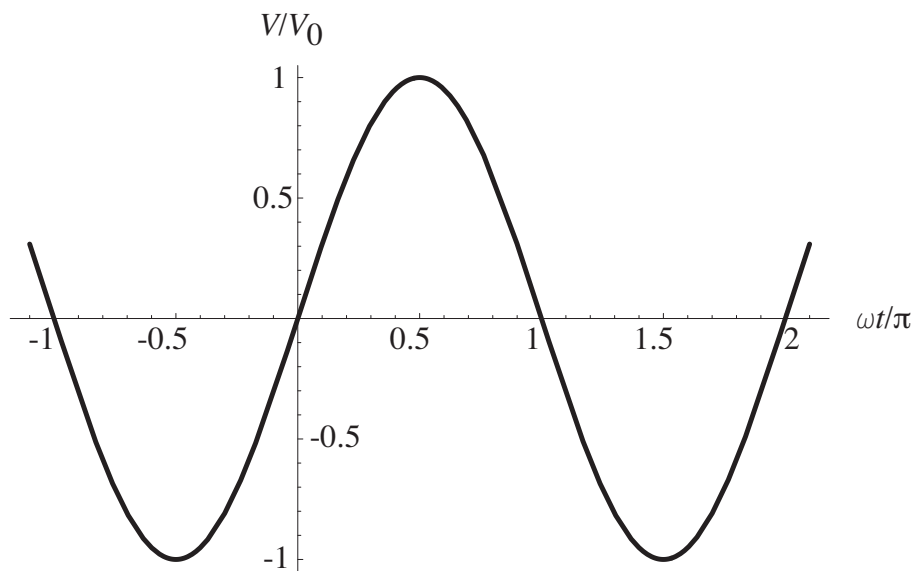


図 4.1 加速間隙の高周波電圧  $V = V_0 \cos \omega t$

しかも軌道に沿っての収束磁場が十分に強い場合である。このとき、間隙で正の電圧を受けた粒子は基準粒子にくらべ早く一周する。すなわち図で位相が  $-$  方向へ移動する。負の加速電圧を受ける粒子は逆に基準粒子より遅く一周するので位相が  $+$  方向へ移動する。そうすると、例えば間隙通過位相が  $-\pi$  から  $\pi$  の間にある粒子は、 $0$  を中心にして行きつ戻りつすることになる。このようにエネルギーのずれがある粒子がまとわりつく位相  $0$  (一般的には  $0 + 2n\pi$ ) を安定位相  $\phi_s$  という。しかし粒子速度がほとんど光速に近い超相対論的な場合になると、軌道長の変化のほうが周回周波数に利いてくる。この場合には正(負)の加速電圧を受けた粒子は基準粒子より遅く(早く)一周する。従って、例えば位相が  $0$  から  $2\pi$  の間にある粒子は  $\pi$  を中心にして行きつ戻りつすることになる。従って  $(1 + 2n)\pi$  が安定位相になる。このように安定位相と呼ばれるものが存在し、少々エネルギーのずれた粒子もまとめて加速でされることが明らかになった。なお安定位相のまわりに行きつ戻りつする状態をシンクロトロン振動という。なお上述した単純なサイクロトロン模型では安定位相は  $\pi$  (一般的には  $(1 + 2n)\pi$ ) である。

加速を行う場合は安定位相を電圧が正の領域である  $0 < \phi_s < \pi$  の範囲でえらぶ。しかし上の例で速度変化による周回時間の変動が優勢な場合は  $0 < \phi_s < \pi/2$ 、反対に軌道長変化による効果が優勢な場合は  $\pi/2 < \phi_s < \pi$  でなければならない。いずれの場合も  $\phi_s$  のまわりにシンクロトロン振動する粒子の位相分布の幅は  $2\pi$  より小さく、 $\phi_s \rightarrow \pi/2$  の極限で  $0$  である。

## 4.2 シンクロサイクロトロンとシンクロトロン

サイクロトロンについてこの原理を適用したのが周波数可変のサイクロトロンであるシンクロサイクロトロン (synchrocyclotron、frequency-modulated cyclotron ともいう) であって、陽子ビームを約 600 MeV まで加速するものがつくられた。しかし鉄磁極が巨大になり、たとえば 0.17 Tesla の磁場で加速するロシアの Dubna 研究所の装置では磁極の直径が 6.0m、重量が 7200t にも達した。

この欠点を解決したのがシンクロトロン (synchrotron) である。粒子運動量に比例して磁場を変えることにより軌道を粒子エネルギーに殆ど依らないようにできる。そうすれば軌道にそって細長く磁石を並べてゆけばよいので、鉄の量が激減するわけである。現在使われている高エネルギー用の円形加速器はすべてこの型である。

電子シンクロトロンの場合、電子速度は光速と考えるとよいので加速周波数は一定である。しかし陽子シンクロトロンではかなりの高エネルギーまで周波数可変の加速を行わなければならない。たとえば高エネルギー加速器研究機構の陽子シンクロトロンのブースターリングでは 40 MeV から 500 MeV し、対応する  $\beta = v/c$  の変動幅は 0.28 から 0.76 までである。同じく主リングでは 500 MeV から 12 GeV までの加速であるから  $\beta$  の範囲は 0.76 から 0.997 である。この  $\beta$  に比例した周波数で加速を行わなければならない。



## 第 5 章

# 初期のビーム収束技術：弱収束方式

### 5.1 磁場による収束

磁場と加速周波数が決まれば粒子エネルギーに応じた基準軌道が決まる。上のシンクロトロン振動の例ではこの基準軌道上での粒子の運動 ( $v_{\parallel}$  成分のみを持つ) を考えたわけである。しかし同じエネルギーを持つ粒子であっても、実際には運動方向がばらついている。すなわち基準軌道に垂直な速度である  $v_{\perp}$  成分が 0 ではない。これを放置すると粒子はいずれ真空壁に当たり、脱落する。

それを防ぐために何らかの磁場を用いて基準軌道の方へ粒子を引戻す必要がある。磁場  $\mathbf{B}$  から速度  $\mathbf{v}$  の粒子が受ける力は

$$\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (5.1)$$

である。これから大きな力を発生するためには、極めて低速度の場合を除き、進行方向に垂直な磁場をつくらなければならないことが分かる。極めて低速度の場合には電場による収束が採用される。しかし一般の加速器では弱すぎるので実用されない。なぜなら、粒子速度  $v$  を光速  $c$  と同程度として、磁場と同等の効果をもつ電場  $E_{\perp} \approx cB_{\perp}$  を見積もってみよう。そうすると例えば 1 ガウス ( $= 1 \times 10^{-4}$  Tesla) という微弱な磁場でも  $3 \times 10^4$  V/m という大変大きな電場になることが分かる。

### 5.2 ベータトロン振動

さて基準軌道が水平面にあるとする。このとき、粒子の進行方向が水平面から外れようとする場合、すなわち垂直方向の速度成分を持つ場合を考えよう。少し前に述べたサイクロトロンのように一様な垂直磁場しか存在しないと、上の式からその方向の力は 0 であることがわかる。従って、どうしても水平方向の磁場成分  $B_r$  がなければならない。しかも

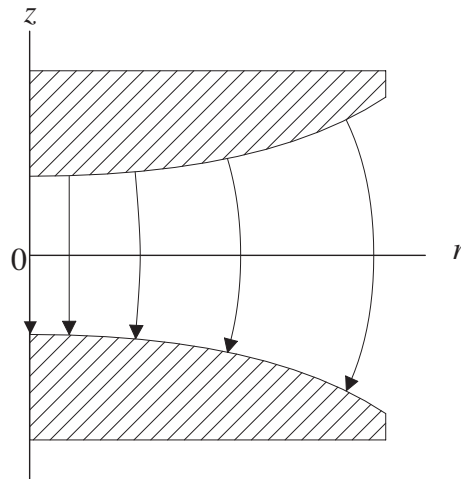


図 5.1 弱収束磁石。なお円柱座標系を使っている。

上（下）に向かおうとする粒子には下（上）向きの力を発生する磁場でなければならない。そのような性質をもつ磁場は図 5.1 のように軌道の外側へ向かうにつれ  $|B_z|$  が減ってゆくようなものである。それは真空中の静磁場の満たす式

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad (5.2)$$

とくに円柱座標系  $(r, \theta, z)$  での  $\theta$  成分の式

$$\frac{\partial B_r}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial r} \quad (5.3)$$

からも明らかである。このように絶えず基準水平面に引戻す力が働くと上下に波打つ軌道になるが、その振幅が小さいときは三角関数で近似される。その 1 周期に相当する波長を（垂直方向の）ベータトロン波長  $\lambda_\beta$  と呼ぶが、次節で示すように収束力の平方根に反比例している。

それでは水平面で軌道からそれようとする運動の収束はどうなるか。簡単な例として、一様な垂直磁場を持つ単純なサイクロトロンに戻って考えよう。その場合、ある点で基準円軌道（半径  $r_0$  とする）から小角度を持って外側へ走る粒子は 180 度回ったところで合流し、今度は内側を走って 1 周したところで合流する。なぜならこの粒子の軌道も半径が同じ円であるからである。この場合の（水平方向）ベータトロン波長は  $2\pi r_0$  である。

### 5.3 収束力の目安： $n$ 値

さて垂直方向の収束力を強くしようとして、 $r$  増大に伴う  $B_z$  減少の度合いを強くしすぎると、水平方向の収束力が弱まる。実際、円筒対称性をもつ静磁場中を走る粒子の軌道

は、基準円軌道および基準エネルギーからのずれが微小な場合、次のように書ける。[8]

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{ds^2} + \frac{1-n}{r_0^2}x &= \frac{1}{r_0} \frac{\Delta p}{p} \\ \Delta p &= \text{const.} \\ \frac{d^2z}{ds^2} + \frac{n}{r_0^2}z &= 0\end{aligned}\quad (5.4)$$

ここで  $x$  は動径方向のずれ、 $z$  は垂直方向のずれ、 $\Delta p$  は運動量のずれ（加速電場はないので一定値）、 $s$  は基準軌道にそつての距離を表す。そして  $B_z$  は  $r_0$  の近傍で

$$B_z = B_0 \left( 1 - n \frac{x}{r_0} + \dots \right) \quad (5.5)$$

という形を仮定している。 $B_z$  の減少の度合いを表すこの  $n$  が（シンクロトロン振動の議論で使つた  $n$  とは別であることに注意）収束力にかかわるパラメーターである。

この式からベータートロン波長は

$$\begin{aligned}\lambda_{\beta, \text{vertical}} &= \frac{2\pi r_0}{\sqrt{n}} \\ \lambda_{\beta, \text{horizontal}} &= \frac{2\pi r_0}{\sqrt{1-n}}\end{aligned}\quad (5.6)$$

となる。垂直、水平ともに収束するには、分母が実数、すなわち

$$0 < n < 1 \quad (5.7)$$

の範囲でなければならない。

ここまではサイクロトロンという円筒対称性をもつ磁場でベータートロン振動を考察してきたが、シンクロトロンのように偏向磁石が離散的に置かれている場合も同様な条件が満たされなければならない。このように  $n$  を自由に大きくできない収束方式を弱収束 (weak focusing) と呼び、次節に述べる強収束 (strong focusing) に対比される。弱収束型シンクロトロンの磁石では磁極の形や鉄芯の分布を工夫して  $n \approx 0.75$  となるように設計された。

$n$  値が 1 より小さいということは、ベータートロン波長が軌道 1 周分より長いことである。これは周長を延ばし、高エネルギーを目指さずときには大きな足かせになる。なぜなら周長に比例してベータートロン振幅も大きくなり、磁極間隙の横幅と高さも大きくしなければならないからである。いいかえれば磁石の重量が軌道長、あるいは到達エネルギーのほぼ 2 乗に比例して増大する。この方式で作られた世界最大のシンクロトロンはロシアの Dubna 研究所で 1957 年に完成した synchro-phasotron と呼ばれるものである。そのリングは平均半径 30.5 m の大きさで、陽子を 10 GeV まで加速した。1.3 Tesla の磁場を発生する磁石の磁極間隙は横幅 150 cm、高さ 40 cm もあり、総重量が 35,000 t にも達する巨大な装置である。





## 第 6 章

# 強収束原理の発見

### 6.1 極性が交代する 4 極磁石列の応用

ベータートロン波長を軌道長に無関係に短くし、収束力を格段に高める強収束原理は 1949 年にギリシャの技師 N. Christofilos および 1952 年に米国 Brookhaven 国立研究所の E. D. Courant、M. S. Livingston、H. Snyder によって独立に発見された。[9] これは極性が交代する 2 種類の 4 極磁石を周期的に並べて、垂直、水平方向の収束を互いに独立に行おうとするものである。これによって磁極間隙の寸法が軌道長と無関係に小さくできるようになり、磁石総重量は軌道長に比例するだけになった。強収束方式は現在にいたるまでシンクロトロンのみならず線形加速器などすべての高エネルギー加速器に使われている。

### 6.2 4 極磁石の磁場

ここで基本となる 4 極磁石の磁場を考える前に、まず 2 次元多極磁場の一般的性質を整理しておく。最も基本的なものはサイクロトロンに用いられる一様な 2 極磁場である。ここで磁力線の方法は  $y$  軸に平行であるとしよう。この場合、磁力線  $X = \text{const.}$  と等磁位線  $Y = \text{const.}$  は単純に  $X = x$  および  $Y = y$  という関数で表わされる。複素数表示  $z \equiv x + jy \equiv re^{j\phi}$  および  $Z \equiv X + jY$  では、この 2 極磁場は

$$Z = z \tag{6.1}$$

で表される。これを次のような等角写像で変換して導かれる磁場が  $2m$  極 ( $m$  は自然数) 磁場というものである。[10]

$$\begin{aligned} Z &= X + jY \\ &= z^m \\ &= (x + jy)^m \\ &= r^m e^{jm\phi} \end{aligned} \quad (6.2)$$

この関数で  $2m$  極磁石の  $\phi = 0^\circ$  から  $360^\circ/2m$  までの1極分の磁場形が与えられる。

ここで  $m = 2$  を代入すれば4極磁場である。その磁力線と磁位は

$$\begin{aligned} X &= x^2 - y^2 = \text{const} \\ Y &= xy = \text{const} \end{aligned} \quad (6.3)$$

で与えられる。これらは互いに直交する双曲線群をつくる。ここでの座標の取り方では4極磁石の磁極断面曲線は  $xy = \text{const.}$  で与えられる。また  $x$  軸上 ( $y = 0$ ) で

$$\frac{dX}{dx} = 2x \quad (6.4)$$

となるが、これは  $x$  軸を直角に横切る単位長さあたりの磁力線の数  $dX$ 、すなわち磁場  $B_y$  が原点からの距離  $x$  に比例していることを示す。 $y$  軸を横切る  $B_x$  についても同様なことが云える。

この式から計算した4極磁場を図6.1に示す。磁場の向きが磁石中心軸を含む水平面上で収束力(発散力)であれば、90度回転した垂直面上では発散力(収束力)になる。磁石の軌道方向の長さが短く、磁石内でのビーム軌道の位置の変化が無視でき、角度変化のみ注目してよいとすれば、中心軸からの距離に比例した収束力(発散力)を持つ4極磁石は光学における薄肉の凸(凹)レンズに相当する。ただし日常使われる回転対称なレンズとは違い、図6.2の様な、90度回転すれば凸、凹が入れ替わるレンズである。

### 6.3 垂直、水平方向強収束の両立

さて収束のための4極磁石群の基本的配列は、同じ強さの水平方向凸レンズ(垂直方向凹レンズ)と水平方向凹レンズ(垂直方向凸レンズ)が等間隔で交互に並ぶものである。これによって垂直、水平両方向の同等な収束が達成される。その理由は次のように説明される。ある点を出発する粒子の水平方向の振幅と方向を変えると様々なベータートロン軌道をえがくが、その包絡線の様子をおおまかに云えば、凸レンズの場所ではふくらみ、凹レンズではしぼむ。これは幾何光学で類推できる。すると平均として凸レンズで受ける収束力が凹レンズで受ける発散力に勝ることになる。なぜなら上に述べたように軌道を曲げ

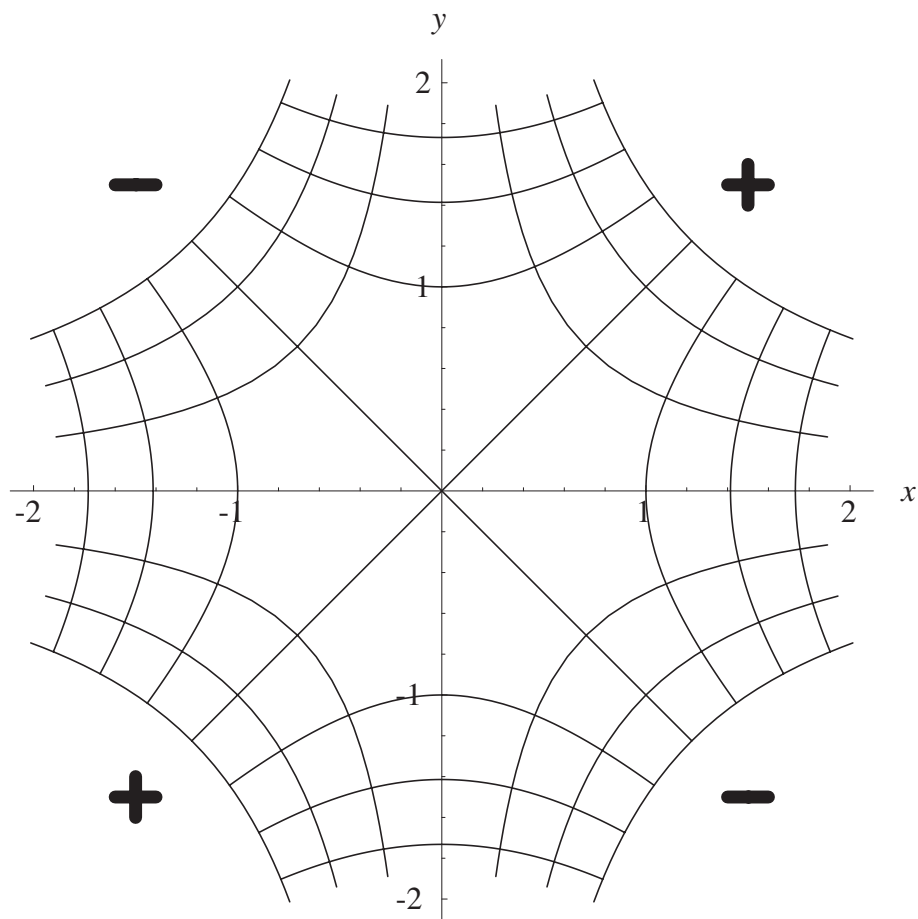


図 6.1 4 極磁石の磁場

る力は中心からの距離に比例するからである。この様子は垂直方向の振動についても同じである。このようにして水平とともに垂直方向も同時に収束できるようにしたのが強収束方式である。

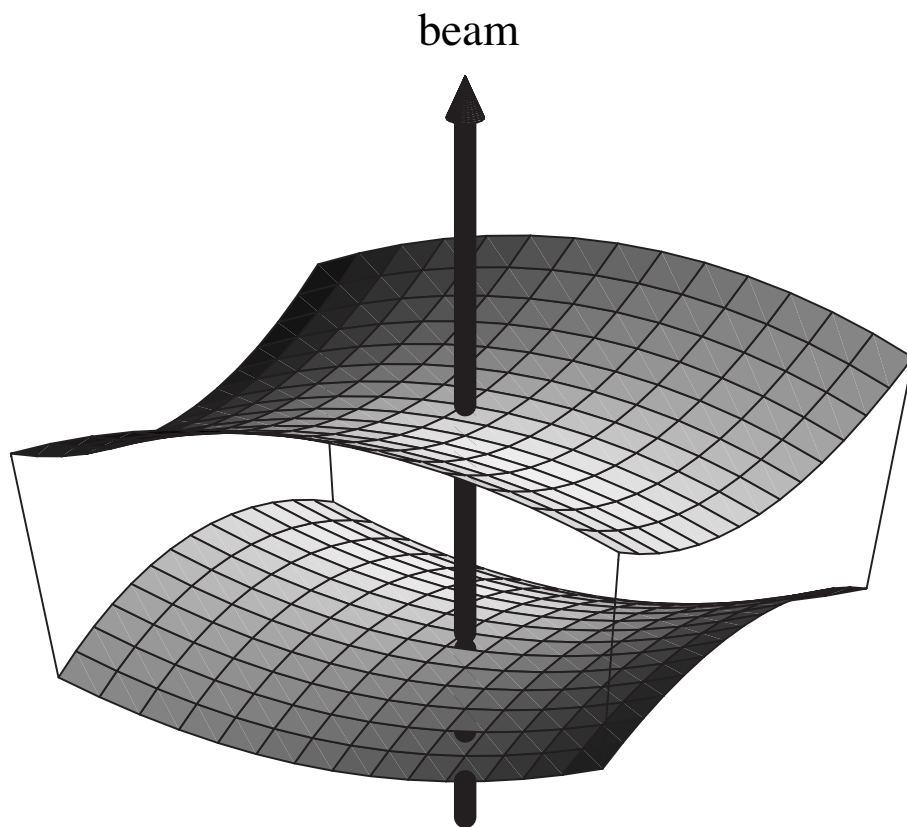


図 6.2 4極磁石に対応する光学レンズ

## 第 7 章

# 強収束加速器のビーム軌道

### 7.1 Courant-Snyder のビーム軌道理論

Courant と Snyder の論文 [11] ではじめて導かれた強収束加速器におけるビーム軌道の基本方程式を極く簡単に紹介する。軌道の各点  $s$  の関数である収束力を一般的に  $K_x(s)$ 、 $K_y(s)$  という形で書けば、軌道の方程式は

$$\begin{aligned} x'' + K_x(s)x &= 0 \\ y'' + K_y(s)y &= 0 \end{aligned} \quad (7.1)$$

となる。ここでプライム記号  $'$  は  $s$  についての微分を示す。この解が基準軌道からのずれを表すが、その一般式は  $\epsilon_h$ 、 $\epsilon_v$ 、 $\delta_x$ 、 $\delta_y$ 、を適当な定数として

$$\begin{aligned} x(s) &= \sqrt{\epsilon_h \beta_h(s)} \cos(\psi_x(s) + \delta_x) \\ y(s) &= \sqrt{\epsilon_v \beta_v(s)} \cos(\psi_y(s) + \delta_y) \end{aligned} \quad (7.2)$$

のように  $s$  に依存するやや複雑な形をとる。ここで  $\beta_h(s)$  ( $\beta_v(s)$ ) を水平 (垂直) 方向のベータ関数とよび、磁石収束力の逆数に関する量である。上に述べたベータatron波長  $\lambda_\beta$  はこのベータ関数を使えば

$$2\pi = \int_{s_0}^{\lambda_\beta + s_0} d\psi = \int_{s_0}^{\lambda_\beta + s_0} \frac{d\psi}{ds} ds \quad (7.3)$$

と表される ( $s_0$  は軌道上の任意の点)。なお詳しくいうと

$$2\beta\beta'' - \beta'^2 + 4\beta K = 4 \quad (7.4)$$

および

$$\psi' = 1/\beta \quad (7.5)$$

が成立する。強収束加速器におけるビーム軌道の解析は全てこれらの関係式にもとづいて行われる。

## 7.2 エミッタンス

リングをまわるひとつの粒子について、その軌道を何周分も追跡するとある包絡線の中に収まる。この包絡線の振幅が式(7.2)で導入したベータ関数の平方根に比例する。また、軌道の振幅とその傾斜を位相面で同様に追跡するとある楕円を描くことが証明される。この面積が式(7.2)に含まれるパラメーター  $\epsilon_h$  ( $\epsilon_v$ ) である。それはビームの水平(垂直)方向への広がりを目安となる量で、水平(垂直)方向エミッタンスと呼ばれる。ベータ関数、エミッタンスともに次元は [m] であり、点  $s$  でのビームの太さは  $\sqrt{\epsilon_h \beta_h(s)}$  ( $\sqrt{\epsilon_v \beta_v(s)}$ ) で与えられる。なお粒子が加速されている場合、エミッタンス  $\epsilon$  も加速とともに変化する。[4] 粒子軌道の傾斜は横方向運動量の軌道方向運動量に対する比に比例する。ところで加速では軌道方向の運動量は増加するが、横方向運動量は変わらない。従ってエミッタンスは

$$\epsilon \propto 1/p \propto 1/\gamma v \quad (7.6)$$

となることが示される。[12] そこで  $1/\gamma v$  項を除いたエネルギーに依存しないエミッタンスを規格化エミッタンス  $\epsilon_N$  として定義する。すなわち

$$\epsilon_N = \epsilon \times \left(\gamma \frac{v}{c}\right) \quad (7.7)$$

第9章で述べるシンクロトロン放射光に伴う横方向振動エネルギーの減衰がある場合は例外であるが、一般に規格化エミッタンスは断熱不変量である。すでに述べたようにビームの太さは  $\sqrt{\epsilon \beta}$  で表せるから、 $\beta$  がエネルギーとともに変化しない限り、それは加速とともに  $1/\sqrt{\gamma v}$  で細くなってゆく。このような性質を断熱減衰 (adiabatic damping) という。[13]

ここでは簡単のためにひとつの粒子が軌道を何周もするときのビームの太さを考えているが、多数の粒子が位相空間のある大きさ楕円内に分布しているときも同様な議論ができる。粒子間の衝突がなければ、各粒子は固有の大きさの楕円軌道を描く。なお粒子の密度分布の形に応じて実効的なエミッタンスを定義しなおす必要があるが、ここでは省略する。

さて同じ強さの薄肉凸レンズと薄肉凹レンズが等間隔で交互に並んだもっとも単純な場合のベータ関数を図7.1に示す。レンズとレンズの間は磁場がないので軌道は直線であるが、あらゆる軌道の包絡線であるベータ関数は放物線となる。

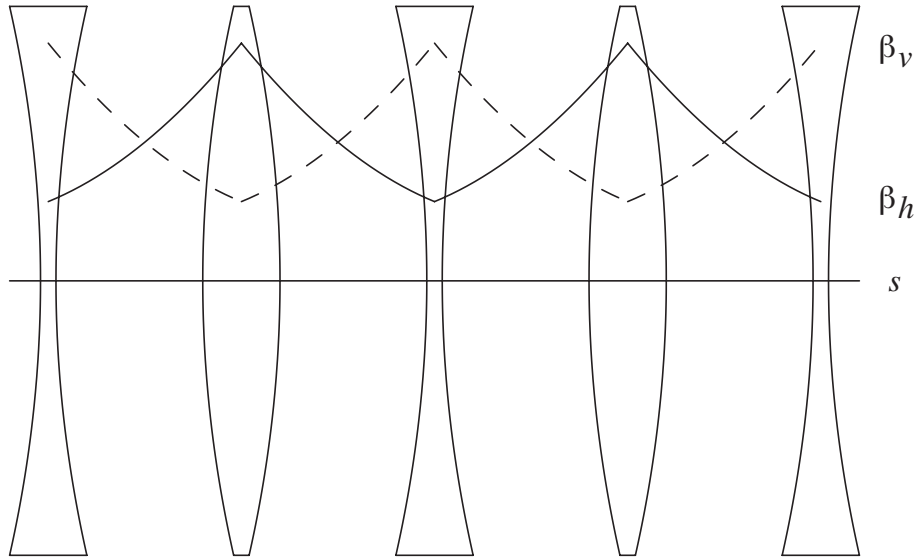


図 7.1 等間隔薄肉レンズ近似でのベータ関数

### 7.3 ベータトロン チューン

4極磁石の配列をビーム光学系 (beam optics) という。目的とする軌道包絡線の形状を実現するために、凹凸の焦点距離、間隔、順列を様々な組合わせた基本光学系を設定し、この基本配列をリング一周にわたって周期的に並べてゆく。ある与えられた光学系の周期長とベータトロン波長  $\lambda_\beta$  は独立である。磁場の強さを上下することにより  $\lambda_\beta$  を変えることができる。大事なのはチューン  $\nu$  と呼ばれる軌道長  $L$  と  $\lambda_\beta$  の比

$$\nu_{h, v} \equiv \frac{L}{\lambda_{\beta, h, v}} \quad (7.8)$$

である。これが整数に近いと、粒子が何周も回るうちに磁場の不揃いにより軌道から大きくずれてしまう。これを整数共鳴といい、運転上どうしてもさげなければならない。例えば4極以上の多極成分磁場が存在すればベータトロン振動は非線形になる。また偏向磁石や4極磁石が水平に置かれていないと、水平方向の振動が垂直方向に転換されたり、その逆も起こる。従って共鳴は  $l, m, n$  を整数として

$$l\nu_h \pm m\nu_v = n \quad (7.9)$$

を満足しそうなときに起こるからである。

## 7.4 運動量変化にともなう軌道の変動

運動量の変化  $\Delta p$  にともなう水平面上での基準軌道からのずれ  $x(s)$  も収束力  $K_x(s)$  の関数である。その導出についてここでは省略するが

$$x(s) = D(s) \frac{\Delta p}{p_0} \quad (7.10)$$

のように、関数  $D(s)$  という比例係数を使って表される。これは分散関数と呼ばれ、おおよそ収束力  $K_x(s)$  に反比例する。 $D(s)$  の軌道一周についての平均値は momentum compaction factor  $\alpha_p$  と呼ばれ、軌道周長の運動量にともなう変化分  $\Delta L/L_0 = \alpha_p \Delta p/p_0$  を与える。このように強収束方式はベータatron振動のみならず、運動量分散にたいしても強い収束効果を実現する。

次に加速にともなう軌道変動の様子をまとめておく。運動量が基準より  $\Delta p$  (エネルギーで  $\Delta E$ ) ずれた粒子が軌道を一周する時間は、速度の変化と momentum compaction による軌道長の変化の両方を考慮して

$$\frac{\Delta \tau}{\tau} = \left( \alpha_p - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta p}{p} \quad (7.11)$$

で与えられる。 $\gamma$  はローレンツ係数であるが、丁度  $\Delta \tau$  が 0 になるエネルギーを transition energy、そのローレンツ係数  $\gamma_t \equiv 1/\sqrt{\alpha_p}$  を transition gamma という。この ( ) の中の量をスリップ係数といい、一周での高周波加速位相  $\phi$  のずれはこの係数に比例する。これと一周での加速量の変化

$$\Delta E = eV_0 (\sin \phi - \sin \phi_s) \quad (7.12)$$

を組み合わせると  $\phi$  が

$$\phi \propto \sin(\omega_s t + const) \quad (7.13)$$

のように振動することが示される。これがシンクロtron振動で、その角振動数  $\omega_s$  はほぼ

$$\sqrt{(\text{スリップ係数})V_0/E} \quad (7.14)$$

に比例する。なお加速角周波数  $\omega_{RF}$  は基準粒子の周回角周波数  $2\pi v/L$  の整数倍にしなければならない。その整数をハーモニック数といい、 $h$  で表す。



## 第 8 章

# 衝突型リング

### 8.1 重心系での衝突エネルギー

Livingston Diagram で示されるように、より高エネルギーへ到達するにはもう一つの突破口があった。それが衝突型加速器である。新しい素粒子の探求にはエネルギー最前線を押し上げることが要請される。その場合、加速粒子と静止粒子の重心系エネルギー  $E_{CM}$  が素粒子発生を決める量である。ところが高エネルギー粒子を静止粒子に当てる方式では、加速粒子のエネルギーを上げる割には  $E_{CM}$  の上昇がだんだん鈍くなる。

これを調べるために静止質量  $m_0$  をもつ粒子どうしの衝突を考える。一方はローレンツ係数  $\gamma$  のエネルギーまで加速され、他方は実験室系で静止しているとする。実験室系では、全運動量  $p_{Lab}$  は

$$\begin{aligned} p_{Lab} &= \gamma m_0 v + 0 \\ &= \gamma m_0 v \end{aligned} \quad (8.1)$$

全エネルギー  $E_{Lab}$  は

$$E_{Lab} = \gamma m_0 c^2 + m_0 c^2 = (\gamma + 1) m_0 c^2 \quad (8.2)$$

で与えられる。この 2 式から重心系での全エネルギー  $E_{CM}$  を求めよう。それには

$$E^2 - c^2 p^2 \quad (8.3)$$

がローレンツ不変量であることを利用する。重心系での全運動量は定義により 0 であるから

$$\begin{aligned} E_{CM}^2 - c^2 p_{CM}^2 &= E_{CM}^2 \\ &= E_{Lab}^2 - c^2 p_{Lab}^2 \end{aligned} \quad (8.4)$$

が成立する。ここで  $E_{CM} \equiv 2\gamma_{CM}m_0c^2$  と置けば、上の式から

$$\gamma_{CM} = \sqrt{(\gamma + 1)/2} \approx \sqrt{\gamma/2} \quad (8.5)$$

が得られる。これから分かるように、いくら加速エネルギー  $\gamma$  を頑張っても実効エネルギー  $\gamma_{CM}$  はその平方根でしか上昇しない。

そこで衝突現象が実験室系で起こる衝突型加速器が考えられるようになった。最初に考え出したのはローマの Frascati 研究所にいた Bruno Touschek であって 1960 年のことである。[14] 彼は電子、陽電子の衝突リングを提案し、Frascati 研究所は直径 160cm、エネルギー 200 MeV の AdA と呼ばれるリングの建設を開始し、翌年に完成させた。以降、高エネルギー加速器の主流は衝突型リングとなる。

## 8.2 ルミノシティ

この型が従来の型に比べ特に問題となるのは衝突に関与する粒子密度が固定標的の場合より圧倒的に小さいことである。その目安はルミノシティと呼ばれる量で与えられる。ある物理現象の反応断面積を  $\sigma_{reaction}$  としよう。+ ビームと - ビームの衝突点でのビーム断面積を  $S$  とし、それぞれのビームに粒子が 1 個ずつ含まれている時、反応の起こる確率は

$$\frac{\sigma_{reaction}}{S} \quad (8.6)$$

である。従ってそれぞれのビームに  $N_+$ 、 $N_-$  の粒子が含まれていると、全ての粒子がすれ違ったあとでの反応の確率は

$$\frac{\sigma_{reaction}}{S} N_+ N_- \quad (8.7)$$

になる。このような衝突が 1 秒間に  $f_c$  回あるとすると、反応の確率は毎秒

$$\frac{\sigma_{reaction}}{S} N_+ N_- f_c \quad (8.8)$$

となる。この式で反応断面積  $\sigma_{reaction}$  の係数がルミノシティ  $\mathcal{L}$  と呼ばれるものである。すなわち

$$\mathcal{L} = \frac{N_+ N_- f_c}{S} \quad (8.9)$$

であって  $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$  の次元をもつ量である。これをできる限り大きくするために、粒子数や衝突回数を増やす以前に先ずやらなければならないことは、衝突点でのビーム断面積  $S$  を可能なかぎり小さくすることである。それには衝突点での  $\beta$  を小さくするように強い収束 4 極磁石を直前に置くこと、およびビームのエミッタンスを出来るだけ小さくすることが肝要なことはベータatron振動での議論からわかる。

## 第 9 章

# シンクロトロン放射

### 9.1 シンクロトロン放射の原理

この節では現代の高エネルギー加速器、特に電子加速器がもつ重要な特性のひとつであるシンクロトロン放射について述べる。荷電粒子が加速されると電磁波エネルギーを放出するが、特に磁場による偏向力を受けるとき、それによる電力損失をシンクロトロン放射損失といい、その大きさは  $\gamma^4$  に比例する\*1。静止質量の小さい電子、陽電子では簡単にこの量が無視できない領域に達する。

この現象を理解するには先ず電子の静止系に立って考えるとよい。電子は実験室系  $(x, y, z, t)$  では  $z$  軸上を速度  $v$  で進んでおり、それと垂直方向に極く短時間の加速がかかるとする。すなわち静止系  $(x', y', z', t')$  では、それは原点にある電子がある短い時間  $t' = 0$  から  $t' = \Delta t'$  まで  $x'$  軸上を動いて再び原点に戻って静止するという状況を想定しよう。静止系では、その時間内に受けた加速度で放出された電磁波（双極子放射）は半径  $r = ct'$ 、厚さ  $c\Delta t'$  の球面として拡がってゆく。双極子放射であるから電磁波エネルギー分布は、 $x'$  軸からの角度を  $\theta$  として、 $\cos^2 \theta$  に比例している。ここで実験室系  $(x, y, z, t)$  移ると、 $x'$  軸は原点を通り  $z$  軸と小さい角度をなす直線に変換される。それはローレンツ変換

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y \\ z' &= \gamma(z - vt) \\ t' &= \gamma(t - vz/c^2) \end{aligned} \tag{9.1}$$

から計算され、 $x - z$  面上で  $z$  軸と  $1/\gamma$  の角度をもつ直線であることが分かる。従って粒子の進行方向へ放射されるエネルギーは角度  $1/\gamma$  の鋭い円錐のなかに集中されるわけで

\*1 電場については、加速では  $\gamma$  に依存せず、偏向では  $\gamma^2$  に比例するだけで、いずれも無視してよい。

ある。

さて静止系での放射電力は

$$P_{rest} = \frac{2r_e m_e}{3c} \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right)^2 = \frac{2r_e}{3m_e c} \left( \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right)^2 \quad (9.2)$$

である。ただし電子の古典半径

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \quad (9.3)$$

を使っている。さてここで  $ds \equiv dt/\gamma$  としたとき、ローレンツ変換で

$$\left( c \frac{d\mathbf{p}}{ds} \right)^2 - \left( \frac{dE}{ds} \right)^2 \quad (9.4)$$

が不変量であること、また通常のリングでの加速による寄与  $(dE/ds)^2$  は相対的に極く小さいことを考慮すると、磁場中で曲率半径  $\rho$  の軌道を描く電子の放射電力は

$$P = \frac{2}{3} r_e m_e c^3 \left( \frac{v}{c} \right)^4 \frac{\gamma^4}{\rho^2} \quad (9.5)$$

である。[15]

この放射電力は電子にとって減速電場であるが、この式から半径  $\rho$  のリングを一周するときにエネルギー  $E$  の電子が受ける減速電圧  $V_s$  は

$$V_s(\text{Volts}) = 8.846 \times 10^4 \frac{E(\text{GeV})^4}{\rho(\text{m})} \quad (9.6)$$

となることが分かる。

放射光は大変短かい波長までの広いスペクトルをもつが、その主成分の波長はおおよそ次のようにして見積もることができる。放射光は角度  $1/\gamma$  の円錐状であるから、円軌道の接線方向で観測すると  $2\pi\rho/\gamma$  の弧長からの寄与がある。この間の電子の横方向の動きは正弦波の1周期の半分である。そして光は  $1 - v/c$  だけのドップラーシフトをしている。従って観測される波長はおおよそ

$$\begin{aligned} 2 \frac{2\pi\rho}{\gamma} \left( 1 - \frac{v}{c} \right) &\approx \frac{4\pi\rho}{\gamma} \frac{1}{2\gamma^2} \\ &= \frac{2\pi\rho}{\gamma^3} \end{aligned} \quad (9.7)$$

となることが分かる。詳しいに計算によれば、波長が短くなるにつれて、スペクトル強度はこの波長の2倍程度まで緩やかに大きくなってゆくが

$$\lambda_c \equiv \frac{4\pi\rho}{3\gamma^3} \quad (9.8)$$

より短波長側では急激に減少することが示される。そして  $2\pi c/\lambda_c$  を遮断角周波数  $\omega_c$  と呼び、スペクトルの主要な目安として使われる。

## 9.2 放射減衰と放射励起

放射光放出のもたらす大きな効果は放射減衰 (radiation damping) と放射励起 (radiation excitation) である。[16]

まず放射減衰についてまとめてみる。ここで加速によりビームエネルギーの平均値は基準エネルギーに保たれているとする。エネルギーが高い粒子ほどより大きい放射損失があるので、ある時間後平均値に収束する。横方向のベータatron振動 (水平、垂直) については、放射光放出の反動により運動量が方向は変わらずに縮まる。しかし加速は軌道方向のみであるから運動量の横方向成分は次第に 0 に収束する。それぞれの減衰の時定数は通常  $\tau_\epsilon$ 、 $\tau_x$ 、 $\tau_y$  であらわすが、ふつうの電子リングでは  $2\tau_\epsilon \approx \tau_x \approx \tau_y \approx$  数 ms である。

次に放射励起について述べる。放射損失の平均値はリングのパラメーターで決まる定数であるが、個々の過程は量子的で、様々なエネルギーと方向をもつ光子のランダムな放出である。したがって放射減衰による収束は 0 まで縮まらずある大ききで止まる。エネルギーについては、高周波電圧のピーク値を越えるようなエネルギーの光子放出が起こると粒子は高周波電圧バケツ (RF bucket) からこぼれ落ちる。これにより電子リングの貯蔵電流は次第に減少する。この減衰時間 (量子寿命  $\tau_q$ ) を十分大きくするため、加速電圧のピーク値は  $V_s$  の数倍にする。水平方向のベータatron振動については少し複雑な解析が必要であるが、簡単には次のようにまとめられる。基準軌道を走る粒子が光子を放出してエネルギーが下がると、下がったエネルギーに対応する基準軌道からは少しずれていることになる。従ってベータatron振動を始める。その振幅は放射減衰とつり合ったところに落ち着く。実際に観測される水平方向ビーム太さはこの効果と、0 ではないエネルギー幅による軌道のずれ  $\eta\Delta E/E$  による幅とを合成したものとなる。

放射光用リングをはじめ、多くの電子リングでは放射光束を鋭くするために、ベータatron振動の振幅を極小にするように光学系を工夫をするが、その最も極端な例が ATF のダンピングリングである。[17]



## 第 10 章

# 高周波加速

ある与えられた高周波電力で最も有効に加速電圧をつくり出すには空洞という共振装置が不可欠である。この章では加速器の心臓とも云える加速空洞の基本的なことがらを述べるが、さらに詳しいことは拙文 [18] [19] を参照してください。

### 10.1 単一セル円筒空洞

円筒空洞（ピルボックス空洞と俗称される）の  $TM_{010}$  モードは最も低い共振周波数を持ち、加速に使われる基本のモードである。円筒の半径を  $b$ 、長さを  $d$  としたときの  $TM_{010}$  モードの電磁界は円筒座標系  $(r, \theta, z)$  でつぎのようになる。

$$\begin{aligned}
 E_r &= 0 \\
 E_\theta &= 0 \\
 E_z &= E_0 J_0(\chi_{01} r/b) \cos(\omega_{010} t) \\
 H_r &= 0 \\
 H_\theta &= -H_0 J_1(\chi_{01} r/b) \sin(\omega_{010} t) \\
 H_z &= 0
 \end{aligned} \tag{10.1}$$

この解は金属表面上で電場は垂直、磁場は平行という境界条件を満たしている。電場と磁場の比

$$\begin{aligned}
 \frac{E_0}{H_0} &= \zeta_0 \\
 &= \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \\
 &= 376.73 \Omega
 \end{aligned} \tag{10.2}$$

は真空の固有インピーダンスに等しい。また  $\chi_{01}$  は 0 次のベッセル関数の第 1 番目の根であって

$$\chi_{01} = 2.40483 \quad (10.3)$$

と与えられる。共振角周波数は光速  $c$  をもちいて

$$\omega_{010} = \frac{\chi_{01}c}{b} \quad (10.4)$$

と与えられ、空洞の長さ  $d$  によらない。例えば S バンド ( $\omega_{010}/2\pi = 2856$  MHz) では  $b = 40.2$  mm である。

空洞中心軸を走る粒子が感じるピーク電圧は  $E_0d$  のように見えるが、通過中に正弦的な時間変化をするので実際はそれより小さくなる。空洞中央で電場がピーク値になるように速度  $v$  の粒子を通過させたとき、粒子の受ける電圧の  $E_0d$  に対する比は簡単な計算で

$$T = \frac{\sin\left(\frac{\omega_{010}d}{2v}\right)}{\left(\frac{\omega_{010}d}{2v}\right)} \quad (10.5)$$

となることが分かり、加速電圧は

$$V_a = E_0dT \cos(\omega_{010}t + \phi) \quad (10.6)$$

という形で与えられる。この補正係数  $T$  を走行時間係数 (Transit Time Factor) という。

次に空洞で大事な量である  $Q$  値を計算する。これは共振の鋭さの目安となる量で、空洞中の電磁場エネルギー  $U$ 、壁損  $P_{wall}$  として

$$Q = \omega \frac{U}{P} \quad (10.7)$$

で表される。詳しい計算を略し結果を書くと、 $TM_{010}$  モードについては

$$Q = \frac{\zeta_0 \chi_{01}d}{\zeta_m d + b} \quad (10.8)$$

となる。ここで  $\zeta_m$  は金属の表皮抵抗値であり、電気伝導度を  $\sigma$ 、誘磁率を  $\mu$  とすれば

$$\zeta_m = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \quad (10.9)$$

である。純度の高い銅では 2856 MHz で  $1.39 \times 10^{-2} \Omega$  である。S バンドリニアックの加速管の基本となる空洞ユニットでは  $d = 35$  mm であるが、上の数値を使えば  $Q \approx 15, 200$  となる。

もう一つの必須の量はシャント・インピーダンス  $R_{sh}$  である。回路論では交流実効インピーダンスは

$$R_{sh} \equiv \frac{(V_a)^2}{2P_{wall}} \quad (10.10)$$



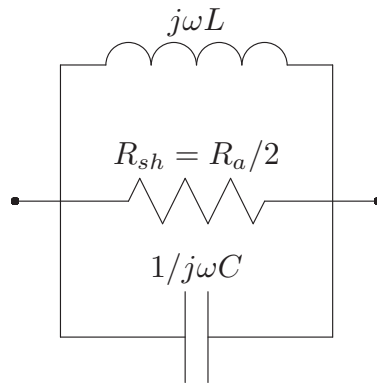


図 10.1 加速空洞共振モードの等価回路

で定義される。しかし加速器の人たちはピーク波高値に重点をおくので、伝統的に加速シャント・インピーダンス

$$R_a = 2R_{sh} \quad (10.11)$$

を使う。これらのパラメーターを使ったときの、ひとつの共振モードの等価回路表現は図 10.1 のようになる。 $L$ 、 $C$  は共振周波数とシャント・インピーダンスを使って

$$\begin{aligned} LC &= \omega_{010}^{-2} \\ Q &= \frac{R_{sh}}{\omega_{010}L} \end{aligned} \quad (10.12)$$

という関係式から求まる。 $L$  は磁場エネルギーが優勢な円筒周辺部をリアクタンスとして、また  $C$  は電場エネルギーが優勢な中心軸付近を容量として解釈される。なお空洞には無数の共振モードがあるが、そのひとつひとつが図 10.1 の様な  $LCR$  回路で表現される。従って、あるひとつの空洞の等価回路表現は、これら全ての  $LCR$  回路が連結した形になる。

さて空洞長  $d$  が長いほど  $Q$  値は大きくなるが走行時間係数  $T$  は小さくなる。上の関係式を使えば、シャント・インピーダンスが最も大きくなる、言い換えれば所要入力電力が最小値をとるピルボックス空洞は、光速で走る粒子の場合

$$d = 0.44\lambda \quad (10.13)$$

で与えられることが示される。その様子を示したのが図 10.2 である。

実用空洞ではシャント・インピーダンスを上げるように形状を工夫する。例として PF リングに使われている加速空洞を図 10.3 に示す。空洞外周部に丸みをつけて、表面積を

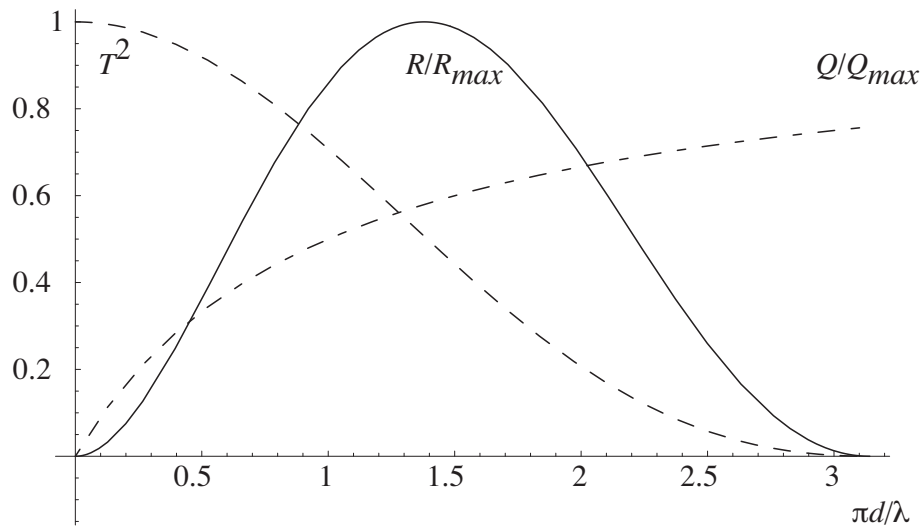


図 10.2 ピルボックス空洞長  $d$  にたいするシャント・インピーダンス (光速度粒子の場合)

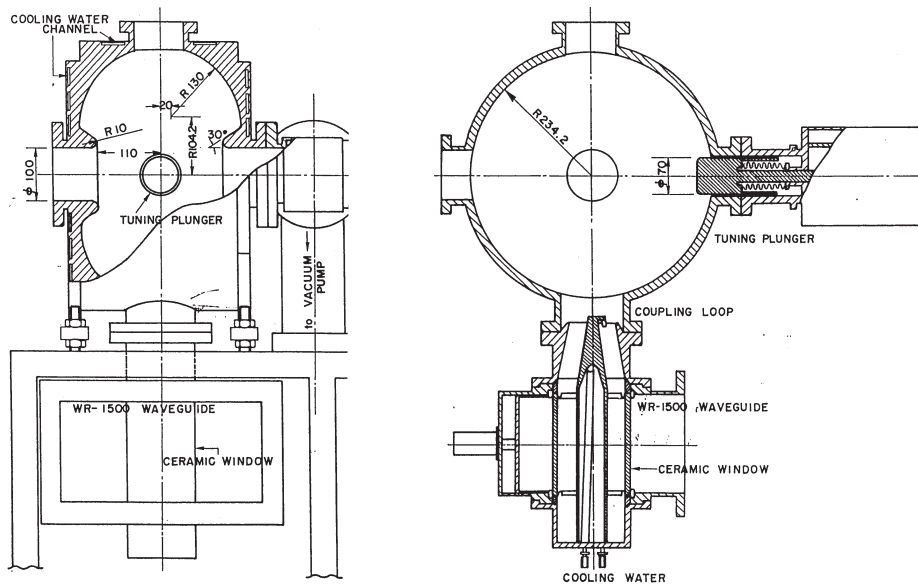


図 10.3 PF リングの加速空洞

へらし、Q 値を上げること、中心部にノーズコーンと呼ばれる突起を設け、電場を集中させること、などの工夫がこらされている。

## 10.2 多セル空洞

### 10.2.1 2 セル結合空洞

外部から高周波電力を導波管など伝送線を通して空洞へ供給する問題は空洞技術として最も難しいもののひとつである。外部回路との結合部で反射を無くすように整合を取ったり、大電力に耐えるように設計しなければならない。当然、費用も大きくなる。そこで、複数のセルをまとめて一つの入力結合器でまかなおうとするのが、多セル空洞である。この型の空洞ではセルどうしの高周波結合の性質を押さえておくことが大変重要である。

最も簡単な 2 セル空洞で性質を調べよう。2 個の振動子が結合した系での振動モードには、ともに同じ位相で振動するもの (0 モード) と  $180^\circ$  ずれた位相で振動する ( $\pi$  モード) があるのは力学などの入門篇で習うところである。これを図 10.1 の等価回路で復習しよう。セルどうしは磁場で結合するか、電場で結合する。前者の場合、磁場が優勢な円筒周辺部に結合孔をもうける。後者では、電場の優勢な中心軸付近に結合孔をつくる。これを等価回路で表現すると、前者では相互誘導、後者では相互容量を追加することに相当する。ここでは後者の場合を例に話を進める。なお電子用加速管では殆ど後者の型が用いられている。簡単のために R を無くした (シャント・インピーダンスを無限大にした) 単セル回路で、相互容量を入れた 2 セル結合構造の等価回路を作ると図 10.4 のようになる。

この図で  $C'$  が相互容量であるが、結合孔が無限小の極限は  $C/C' \rightarrow 0$  に相当する。セル 1、2 の回路に右回りに流れる電流をそれぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{i}_1 e^{j\omega t} \\ \tilde{i}_2 e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (10.14)$$

と表そう。ここで tilde 記号 ( $\tilde{i}$ ) は複素位相も含めた振幅を表すものとする。すなわち A を正の実数として

$$\tilde{i} \equiv Ae^{j\phi} \quad (10.15)$$

である (なお、このような形式をフェーザー (phasor) 表示という)。これらのフェーザー電流には次の関係式が成立する。

$$\begin{aligned} \left( j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \tilde{i}_1 + \frac{\tilde{i}_1 - \tilde{i}_2}{j\omega C'} &= 0 \\ \left( j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \tilde{i}_2 + \frac{\tilde{i}_2 - \tilde{i}_1}{j\omega C'} &= 0 \end{aligned} \quad (10.16)$$

この方程式から 0 モードの解として

$$\begin{aligned}\tilde{i}_1 &= \tilde{i}_2 \\ \omega &= \omega_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}}\end{aligned}\quad (10.17)$$

が、また  $\pi$  モードの解として

$$\begin{aligned}\tilde{i}_1 &= -\tilde{i}_2 \\ \omega &= \omega_\pi \equiv \omega_0 \sqrt{1 + \frac{2C}{C'}}\end{aligned}\quad (10.18)$$

が得られる。特に結合度が小さい場合、すなわち  $C' \gg C$  の場合は

$$\omega_\pi \approx \omega_0 \left(1 + \frac{C}{C'}\right) > \omega_0 \quad (10.19)$$

となる。0 モードの共振周波数は単セルのものに等しいが、これは相互容量を流れる全流が 0 であって、セル間結合をしていないからである。他方、 $\pi$  モードでは各セルの電流が重畳して相互容量に流れる。これはそれぞれのセルで見れば、固有の容量  $C$  に  $C'/2$  の容量が直列に追加されたことに相当する。従って全容量は減少し、共振周波数が高くなる訳である。

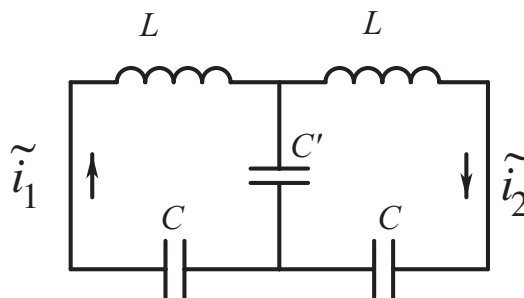


図 10.4 2セル結合空洞の等価回路

これら 2 つのモードの電磁場分布を模式的に示したのが図 10.5 である。左側は 0 モードの場合であって、結合孔を金属板でふさいでも電磁場分布に影響を与えない。穴面に電場は垂直、磁場は平行であるからである。右側の  $\pi$  モードでは、対称性から電場が穴面に平行でなければならない。これが全容量が減少することを表している訳である。なお  $r \neq 0$  での磁場は、同じく対称性から穴面で 0 でなければならない、結合孔に近づくにつれ連続的に減少する。

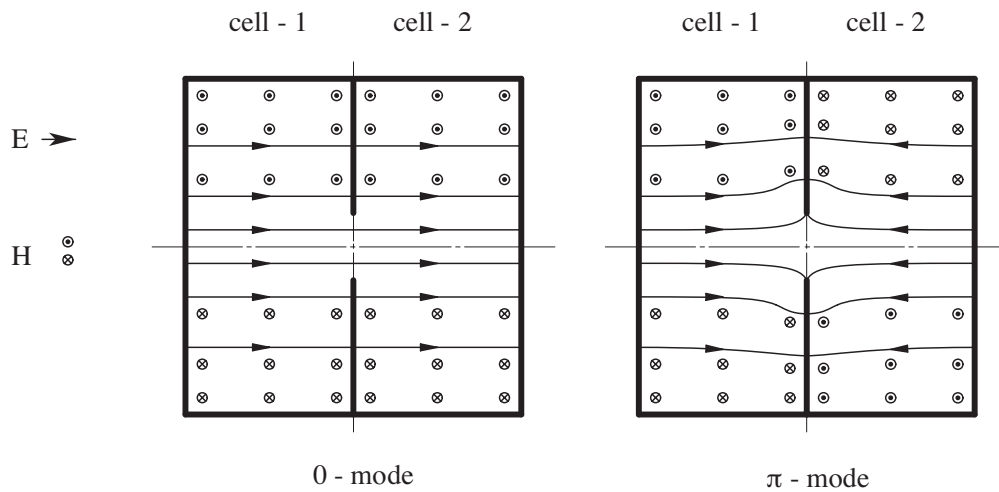


図 10.5 2セル結合空洞の電場分布

### 10.2.2 無限周期構造

リニアックなどの加速管では通常多数のセルが結合した構造である。そこで上の議論をセル数が無限大になった周期構造の場合に拡張してみよう。すると等価回路は図 10.4 が図 10.6 のように変わる。

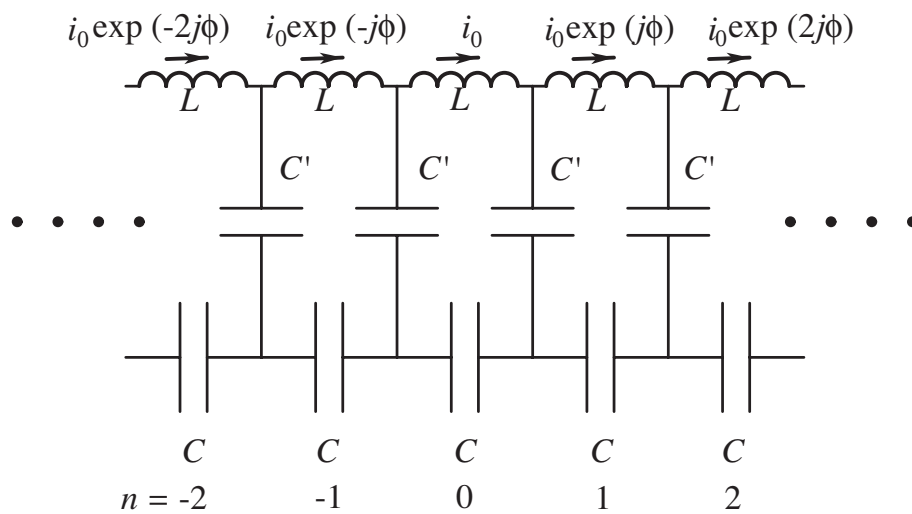


図 10.6 周期構造の等価回路

さて x 軸にそって  $-\infty$  から  $\infty$  へ伝わる進行波は一般に  $Ae^{j(\omega t - \beta x)}$  という形で表され

る。これにならって、この連結構造を  $n = -\infty$  から  $n = \infty$  へ伝わる進行波の電流を

$$\tilde{i}_n e^{j\omega t} = i_0 e^{-jn\phi} e^{j\omega t} \quad (10.20)$$

と表そう。ここで  $\tilde{i}_n$  はセル  $n$  のフェーザ電流であり、 $\phi$  は隣接セルとの間の位相差である。この電流形を回路方程式

$$\left( j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \tilde{i}_n + \frac{2\tilde{i}_n - \tilde{i}_{n-1} - \tilde{i}_{n+1}}{j\omega C'} = 0 \quad (10.21)$$

に代入すれば

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 [1 + k(1 - \cos \phi)]^{1/2} \\ &\approx \omega_0 \left[ 1 + \frac{k}{2}(1 - \cos \phi) \right] \end{aligned} \quad (10.22)$$

ただし

$$\omega_0 \equiv 1/\sqrt{LC} \quad (10.23)$$

$$k \equiv 2C/C' \quad (10.24)$$

という解（分散式）がえられる。なお近似形は 2 セルでの議論と同様に結合度が小さい、すなわち  $C' \gg C$  とした場合である。

多セル構造加速管ではこの進行波が管内を走行する荷電粒子と同期して進んでいなければならない。そこで加速管内の波の性質を、この分散式をもとにして調べてみる。 $\omega$  を任意の  $\phi$  について図示したものはいわゆるブリリアン帯図であるが、ここでは簡単にするため基本帯（の正半分）である  $0 \leq \phi \leq \pi$  に限って話を進めよう。単位セル長が  $d$  のとき管内波長は

$$\lambda_g = \frac{2\pi d}{\phi} \quad (10.25)$$

であるので、進行波の位相速度  $v_p$  は

$$v_p = \frac{\omega}{2\pi} \lambda_g = \frac{\omega d}{\phi} \quad (10.26)$$

となる。従って加速される粒子の速度を  $v_b$  とすれば同期の条件は

$$v_b = v_p \quad (10.27)$$

である。図 10.7 にこれらの関係を示す。 $\phi = 0$  と  $\phi = \pi$  に相当する（角）周波数をそれぞれ  $\omega_0$ 、 $\omega_\pi$  とすれば、加速に使う  $TM_{010}$  モードの通過帯は両周波数の間にある。通過

帯域幅

$$\frac{\omega_\pi - \omega_0}{\omega_0} \approx k \quad (10.28)$$

は普通、結合孔径  $a$  の 3 乗から 4 乗に比例している。なお管内波数  $\beta_g = 2\pi/\lambda_g$  を使えば、加速管内の群速度  $v_g$  <sup>\*1</sup> は

$$\begin{aligned} v_g &= \frac{\partial \omega}{\partial \beta_g} \\ &= d \frac{\partial \omega}{\partial \phi} \\ &\approx \frac{k}{2} \omega_0 d \sin \phi \end{aligned} \quad (10.29)$$

である。加速管の長さ  $L$  の加速管の場合、上流から供給されるパルス高周波電力が下流まで伝わるには  $L/v_g$  だけ時間がかかる。これを充填時間 (filling time)  $t_s$  といい、ビーム加速はその間を待って行われる。なお群速度  $v_g$  は通常光速の数 % 程度である。

同期位相差として通常  $\phi = 2\pi/3$  を選ぶ。いわゆる  $2\pi/3$  加速管である。周波数を固定して考えた場合、 $\phi$  が小さいことは  $d$  も小さいことになる。これは単位長さ当たりのディスク数 (セルの円板状側壁の数) が大きくなることを意味し、電磁波の減衰が強くなるので不利である。しかしセル単位での走行時間係数は 1 に近く、ビームが感じる電場はより一様になる利点がある。一方  $\phi$  を大きくすれば逆の状況になり、どこかで折り合うことになるが、少し詳しく計算すると  $\phi = 2\pi/3$  あたりが良いと結論される。

### 10.2.3 $\pi$ モード定在波加速管

進行波以外に、 $\pi$  モードを使う加速管も電子リングなどで加速に使われる。進行波型加速管では下流から反射してくる電磁波は加速に役立たないので、最下流のセルに良く整合のとれた結合器 (カップラー) をつけて高周波電力を外部に取り出す。ところが位相が  $\pi$  に近づくと右に進む波 ( $\phi$  が正値となる波) と左に進む波 ( $\phi$  が負値となる波) の区別がつかなくなる、言い換えれば縮退し、 $\pi$  モードの極限では定在波になる。この場合、互いに逆進する進行波は平等に加速に寄与するので、取出し用カップラーは不要になり構造が単純化される。ただし  $\pi$  モードでは群速度が 0 になるので、高周波電力が入力カップラーから加速管全体に行きわりにくくなる。従って加速管を構成するセル数は数個程度である。

群速度が 0 になる欠点を解決しようとするのがトリスタンで使われた APS (Alternating Periodic Structure) [20]、[21] や米国 Los Alamos 研究所の陽子リニアックに使われてい

<sup>\*1</sup>  $\lambda$  と  $\beta$  の添字  $g$  は waveguide の  $g$  であり、 $v_g$  のそれは group velocity の  $g$  である。

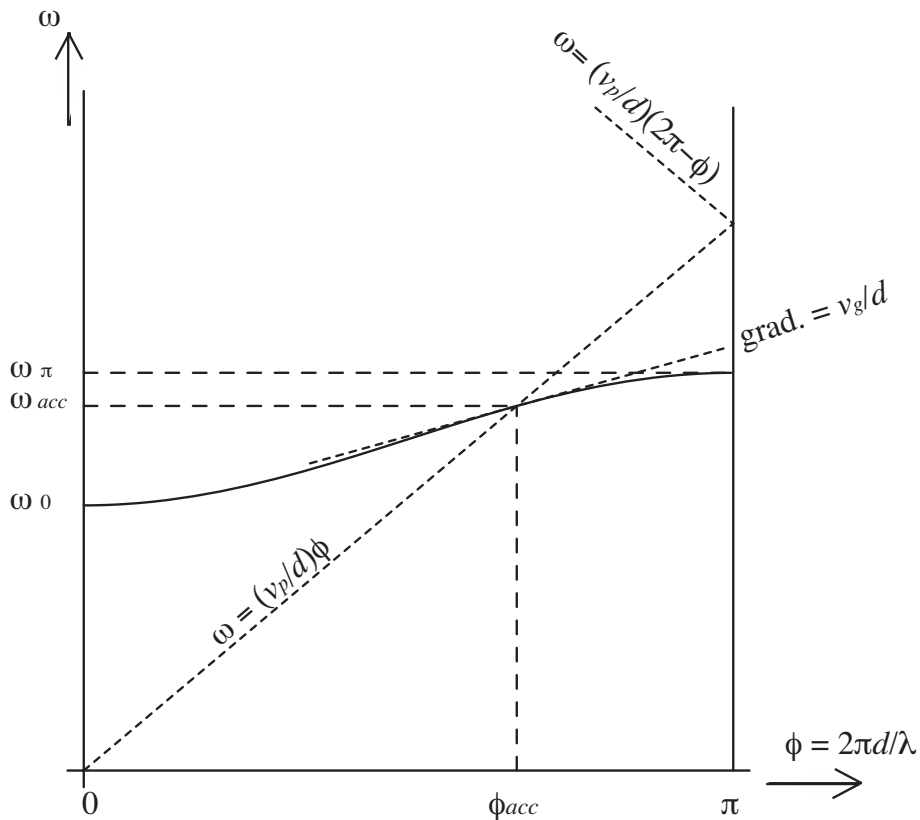


図 10.7 進行波型加速管の分散曲線

る SCS(Side Coupled Structure) [22]、ACS(Annular Coupled Structure) [23]、DAW(Disk-and-washer Structure) [24] などの倍周期構造 (bi-periodic structure) である。これらの構造では隣り合う 2 つの加速セルの電磁波結合を結合セルと呼ばれる小さいセルを介して行う。その際、結合セルの共振周波数を加速セルのそれに合致させると

$$\frac{\partial \omega}{\partial \phi} \neq 0 \quad (10.30)$$

となり、従って 0 ではない群速度が得られるわけである。この原理は高エネルギー加速器研究機構の KEKB リングで使われている ARES 空洞へも応用されている。

### 10.3 入力結合器とビーム・ローディング

ここまでは加速空洞単体の原理なことがらを述べてきたが、実際の空洞では幾つかの外部回路が付属し、空洞とのエネルギーのやりとりを行う。まず何はともあれ空洞に高周波電力を供給しなければならないので、高周波を伝送する導波管や同軸ケーブルを空洞に結合する入力結合器 (カプラー) という部分を取付けなければならない。



ビームは空洞を通過するときに電磁場を誘起する。これをビーム・ローディングという。これも空洞に結合する外部回路である。ここでは加速モードの誘起について考察するが、それ以外に様々の高調波モードの電磁波も発生する。それらはビーム軌道を乱す恐れがあり、高調波減衰器が必要になる。

### 10.3.1 入力結合器

図 10.8 は電子リニアック進行波型加速管上流の高周波電力入力部付近を示す。下流端電力取出し部も同じ構造である。導波管はスリットを通して加速管セルと同様な円筒セルに磁場で結合する。この結合セルは加速セルとビーム孔を介して電場結合する。入力電波が反射しないように（いいかえれば、導波管からみて加速管の整合が取れているために）結合セルの寸法とくにスリット幅を念入りに調整する。結合セルでの電磁場の軸対称度を上げるためにもう 1 本の導波管を 180 度反対側に取付けることもある。

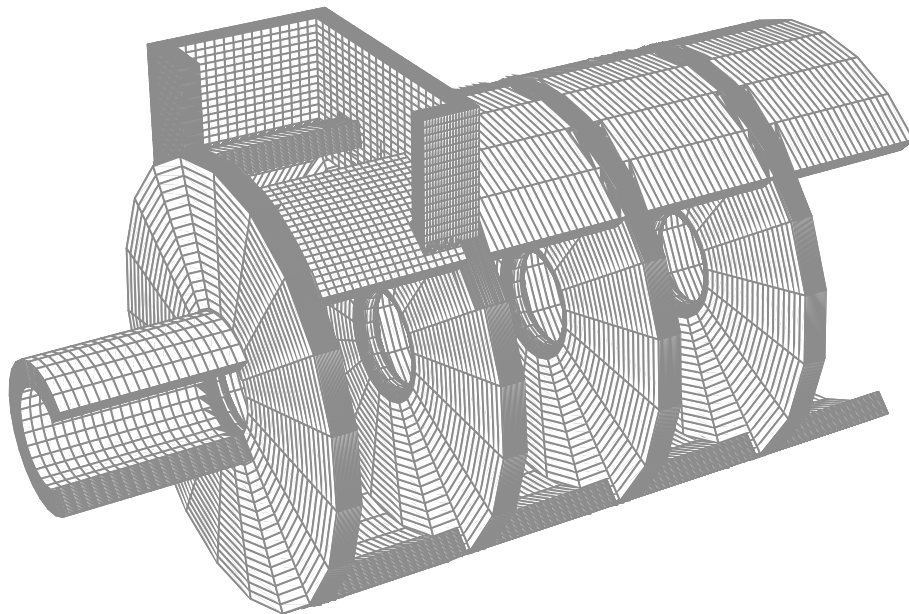


図 10.8 電子リニアック加速管の入力部

図 10.3 のカップラーは電子貯蔵リングで使われる UHF 帯加速空洞用の典型的な例である。波長が長いため、電子リニアック加速管のような結合セルは大きくなって実用的ではない。むしろ、図のように同軸導波管に変換し、その先端のループで空洞と磁場結合をさせる。<sup>\*2</sup> 同軸部には空洞を真空的に切り離すセラミック板（この場合は円筒）も取付けられる。整合をとるには、導波管から同軸への変換部の形状寸法、ループの大きさや面方向

<sup>\*2</sup> 超伝導空洞の場合は熱流入を防ぐためにループではなく、同軸内導体を中ぶらりんにしたアンテナ型にする。この場合の結合は電場による。

などの修正を繰り返し行う。また放電および不均一な温度上昇によるセラミック板の破損を防ぐために、電磁場分布を最適化する設計も重要である。

導波管と空洞共振器からなる系の電磁場はカプラー断面での両側の電磁場が一致するという境界条件で解くことができる。導波管に信号源からの入力高周波があるときは、カプラー断面での強制振動として空洞の各共振モードの励起振幅が求まる。逆に、空洞に電磁場エネルギーが貯蔵されているとき、導波管を通じてそれが流失するわけであるが、導波管の各出力波モードの振幅はカプラー断面での強制振動として解くことができる。空洞、導波管それぞれの固有モードについての連立方程式をマクスウェル方程式に従って解けば、図 10.9 と等価であることが示される。<sup>\*3</sup> これは図 10.1 の拡張された形になっている。ここで、カプラーは一種の昇圧トランスと考えられる。カプラー開口面積が小さい、すなわち殆どの部分が金属面であることは、空洞側の比巻線数  $n$  が大きい場合に相当する。整合を取るということは、開口面積、あるいは巻線比を調節して導波管の固有インピーダンスを加速管あるいは空洞のインピーダンスに合わせることである。

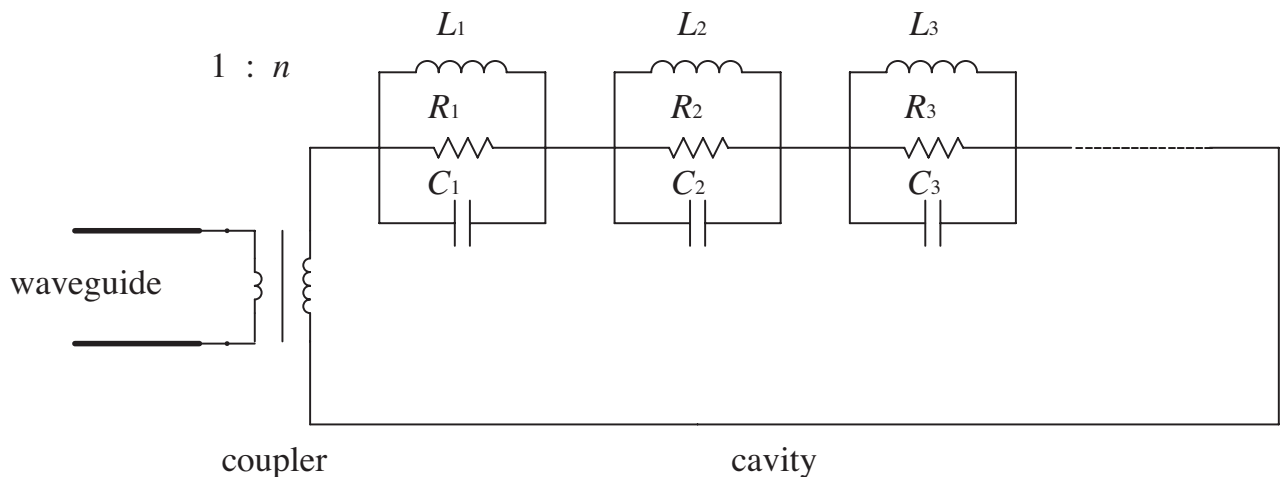


図 10.9 外部導波管と結合した空洞の等価回路： $L$ 、 $C$ 、 $R$  の添字は共振モードの番号を示す。

### 10.3.2 ビーム・ローディング

バンチされたビームが空洞を通過すると、それが持つフーリエ成分の高周波が誘起される。この現象をビーム・ローディングという。加速高周波に乗ったバンチが連続して空洞を通過すると、特に加速周波数の電磁波が強く誘起される。これはビームが自分のエネルギーを消費しながら作るものであるため、減速位相をもつ。このようにして実際にビーム

<sup>\*3</sup> 厳密には共振周波数が 0 にある非循環場モード (irrotational mode) を表すリアクタンスも直列に入れなければならないが、ここでは簡単のために省略している。

が受ける加速力は、入力結合器を通して外部導波管から誘起された電磁場とビーム・ローディングによる電磁場をベクトルの的に合成した電磁場によるものとなる。ビームの平均電流を  $I_0$  とすれば、図 10.9 において  $2I_0e^{j\omega t}$  の外部駆動電流源が外部導波管と並列に追加された形でビーム・ローディングが表現される。すなわち図 10.10 のようになるわけである。なお  $\omega$  はバンチの高周波成分を表す。またビームは十分に相対論的であって、空洞通過における速度変化は無視できると仮定している。加速モードのビーム・ローディングについては文献 [25] を参照するとよい。

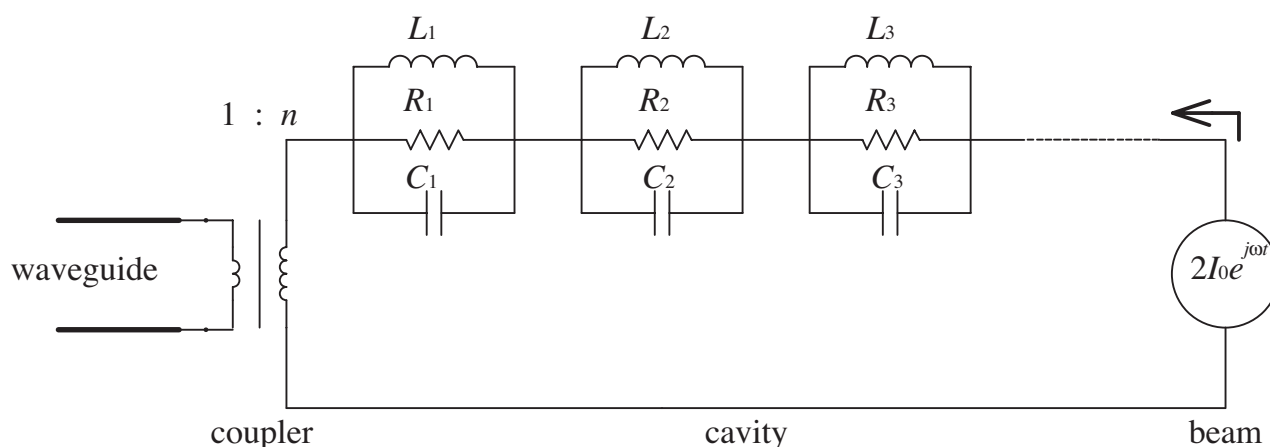


図 10.10 ビームローディングの効果も含めた空洞の等価回路

## 10.4 低 $\gamma$ 陽子、イオン用加速管

電子と違ってなかなか光速度に近づかない陽子やイオンの加速には独特の方式が要求される。例えば始めに述べた Cockcroft-Walton 型直流電圧発生器で 750kV に陽子を加速しても  $\beta = v/c = 0.040$  である。従って高周波加速間隙は波長の 2% 以下にしなければならず、電子リニアックで使う円筒セルを積重ねた構造は実用的でない。しかも加速に応じて  $\beta$  が変化することにも対応しなければならない。そこで比較的長波長 ( $\approx 1\text{m}$ ) で働く RFQ や DTL と呼ばれるリニアック加速管が使用される。すなわち、イオン源から出た直後のビームは RFQ で数 MeV まで加速し、その後 DTL で  $\approx 100\text{MeV}$ 、すなわち光速の半分ぐらいまで加速する。シンクロトロン用加速空洞も電子の場合と異なり、加速周波数を大幅に変えられる構造をとる。

### 10.4.1 RFQ

RFQ は Radio-Frequency Quadrupole Linear Accelerator の略称で、ロシアの Kapchinskii と Teplyakov が 1970 年に提案した。[26] RFQ 加速管は金属円筒に 4 枚の羽 (vane) が突出した構造である。高周波をかけると羽の先端が交互に正、負に帯電し、中心を通る粒子に 4 極電場が働くようになる。こうしてイオン源から出たビームが空間電荷力によって発散するのを防ぐ。磁場による偏向力は速度に比例するので、低エネルギーイオンでは電場による収束が有効である。ただし RFQ の特徴は、羽の先端が直線ではなく波状にうねって加工されていることである。こうして軸方向電場成分が発生し、ビーム加速も可能にする。当然、うねり波長に高周波の周波数を乗じたものが粒子速度に等しくなるように設計されている。イオン源からの直流ビームが十分な収束力と加速力を受けつつ効率良く集群 (bunching) されるように、細心の軌道計算がおこなわれる。4 極電場を発生するには、円筒空洞であれば  $TE_{211}$  モードを使う。ただしビーム軌道付近に電場を集中させるために図 10.11 のように 4 枚の羽を突き出す。そうすると図 6.1 と同様な電場の模様が形成される。4 枚羽の先端は図 10.12 のようにうねらせる。

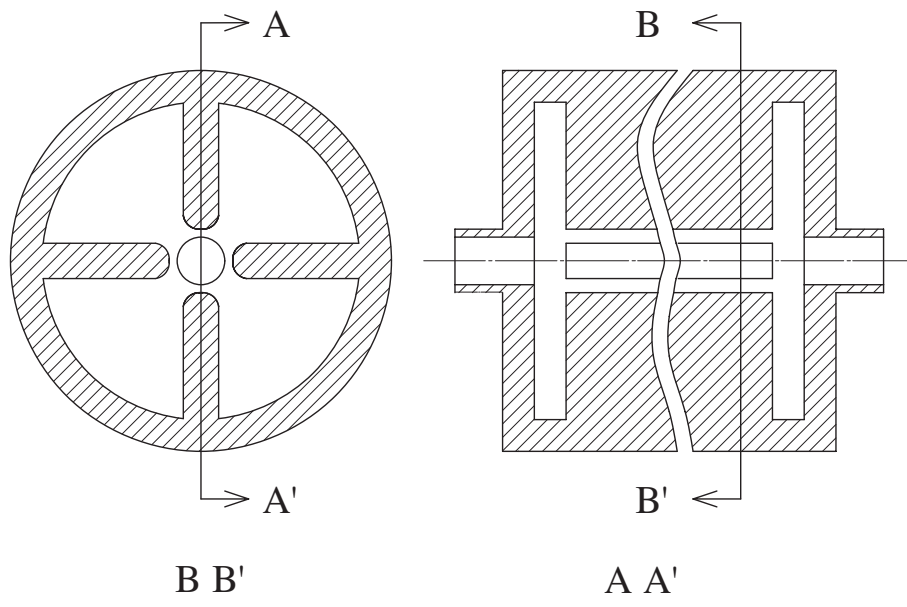


図 10.11 RFQ 加速管の模式図

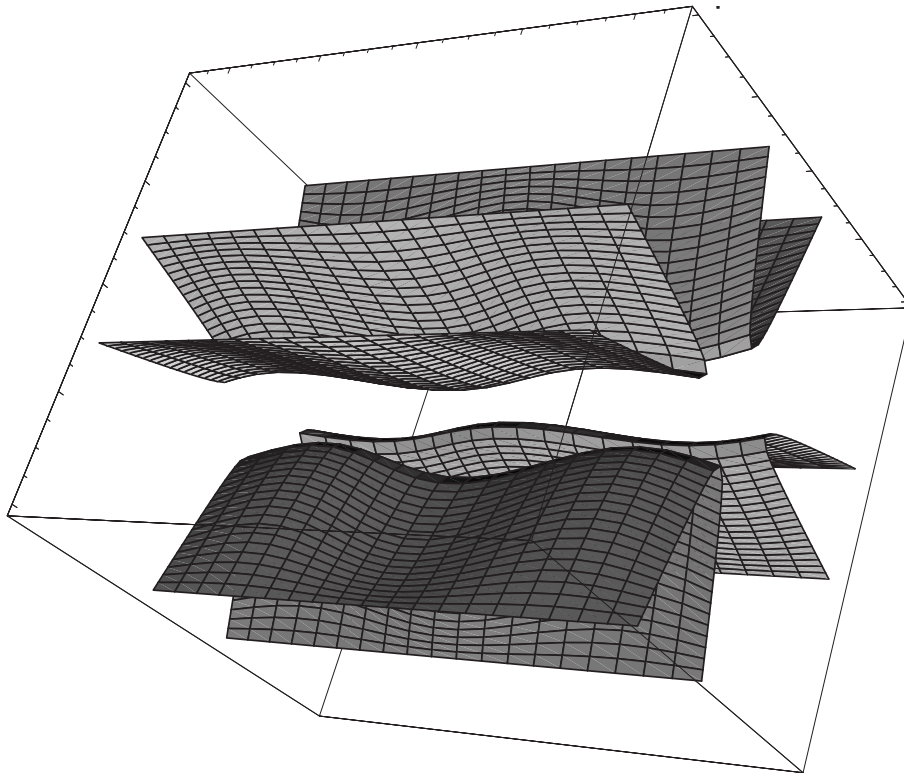


図 10.12 RFQ 加速管 4 枚羽先端の 1 周期

### 10.4.2 DTL

DTL は Drift Tube Linac の略称で、発明者に因んでアルバレ (Alvarez) 型加速管とも呼ばれる。[27]

この加速管は  $TM_{010}$  モードで働く長い円筒空洞である。ただ、図 10.13 のように、軸方向電場が最適の加速位相にあるとき以外はビームを電場から遮蔽するための Drift Tube が中心軸にそって並べられている。Drift Tube 間隙の周期は (規格化) ビーム速度  $\beta$  と高周波の波長  $\lambda$  の積にほぼ等しい。従って下流に向かうにつれて Drift Tube は図のように細長くなってゆく。なお各 Drift Tube にはビームを横方向に収束するための Q 磁石が取められている。

この方式が有効なのは  $\beta$  が 0.5 (陽子では約 200 MeV) 程度までである。それ以上になると加速間隙に電場が集中せず、シャント・インピーダンスが急激に低下するからである。そこで電子加速器と同様な定在波型加速管が使われる。

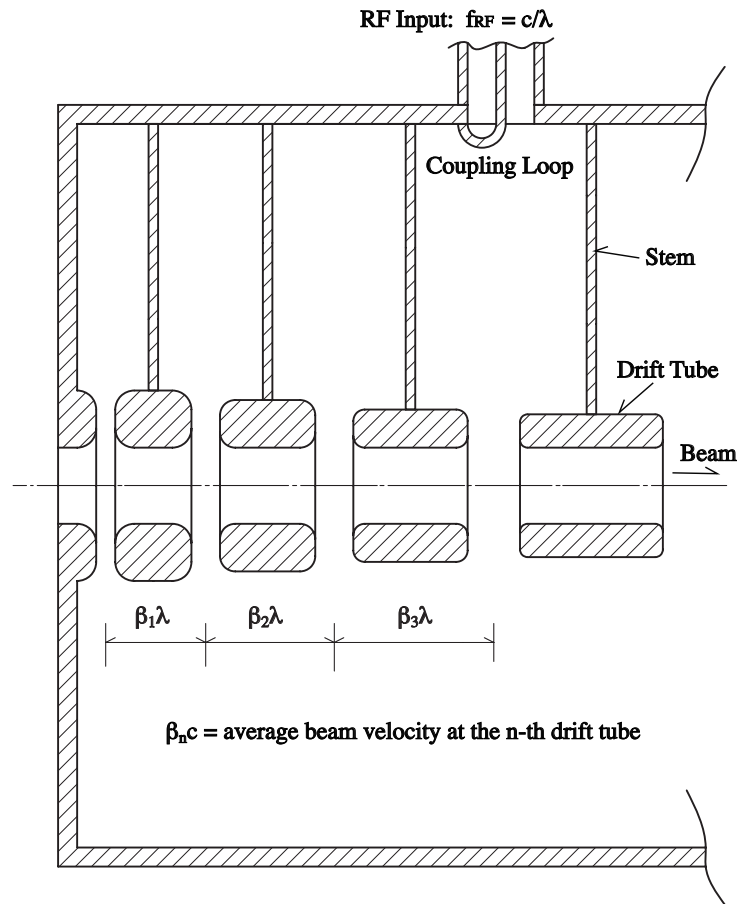


図 10.13 アルバレ (Alvarez) 型加速管

### 10.4.3 周波数可変加速空洞

通常、リニアックでの陽子やイオンの加速は光速の半分までで、さらに高エネルギーまでの加速はシンクロトロンに入射しておこなう。従ってリングの加速空洞は加速の周期（加速繰り返しの速いリングでは数十ミリ秒）で共振周波数を 2 倍程度に変えられる構造でなければならない。そのために空洞中の磁場が優勢な場所にフェライトや磁性合金 (magnetic alloy) などの磁性体を挿入し、その  $\mu$  値を変えることにより、共振周波数を可変にする。 $\mu$  値を変えるのはフェライトにコイルを巻き、それを通すバイアス電流を変化させることで達成する。 $\mu$  値は磁性体の温度（キュリー温度からの差）に敏感であり、大電力で運転する場合は冷却に注意が必要である。

## 第 11 章

# 高電界

加速電界をいかに高く安定に達成できるかは加速空洞の基本的な課題である。あらゆる空洞開発に携わる人々の大半の精力はこれに向けられてきたと言える。すべての高電界にともなう放電には電界のしきい値があつて、それを越えると急激に放電頻度が増加する。直流や商用の低周波数の場合は、産業用技術にとって非常に重要なことであるから古くから盛んに調べられ、ほぼ確立したデータとして整備されている。しかし加速器で使われる高周波、とくにマイクロ波領域は一般産業用技術とは殆ど無縁であり、加速器研究者が独自に調べてこなければならなかった。

放電はすべて、空間に浮遊する電子が電界で加速され、同じく浮遊している原子、分子、あるいは電極に衝突して叩き出した原子、分子をイオン化する過程が繰り返され、電子とイオンの数がねずみ算的に増える現象として説明される。しかしねずみ算的に増える電界のしきい値を定量的に予測することは未だ全く不可能である。常に実験を繰り返し、経験的にデータを積み上げ、改善の道を探る以外にはない。

しかし大元は浮遊電子により支配されていることは確かである。従つて、周波数の高いほうが有利であることが先ず云える。なぜなら、電界が早く逆転するだけ、同じ方向への加速量が減少するからである。次に、浮遊電子の源は金属表面からの電界放出が大半であろう。そこで、放出の原因となる現象を探るとともに、電子放出係数の小さい、滑らかで清浄な表面を作ることが重要になる。また、イオン数を減らすには真空度を上げること、電子衝突で解離しにくい電極にすることなども重要である。

実用的に重要な直流や交流の耐電圧については膨大な研究がなされてきた。しかし加速器で大事な高周波での耐電圧はまだよく分からないことが多い。そこでこの章では極めて基本的な二つの話題を限定して述べることにする。すなわち、Kilpatrick の耐電圧基準という、程々の加速電界ではあるが長パルスで動作する陽子リニアックの耐電圧設計とつて大変役立つ経験則と、短パルスではあるが高加速電界で動作する電子リニアックで、放電限界を支配する金属表面からの電子の電界放出に関してである。

## 11.1 Kilpatrick 基準

対向する金属電極の間かけられる最大電圧がいくらかということは、加速器にとってはなほ大切な問題である。これは昔から詳しく調べられていて、直流および 200 MHz 程度の連続あるいは殆ど連続に近い高周波について耐圧限界をまとめたのが Kilpatrick 基準 [28] と呼ばれる経験則である。

これによれば平行平板間の電圧  $W$  (Volts) と電界  $E$  (Volts/Centimeters) には

$$WE^2 e^{-\frac{1.7 \times 10^5}{E}} = 1.8 \times 10^{14} \quad (11.1)$$

という境界線があり、安定な電界を実現するには、これを越えない領域に加速機器を設計しなければならないということである。電圧と電極間隙についてグラフにすると図 11.1 のようになる。これがまとめられてから半世紀たった今日では、真空技術や電極表面処理法の進歩により数十%ほど限界が上昇しているようである。

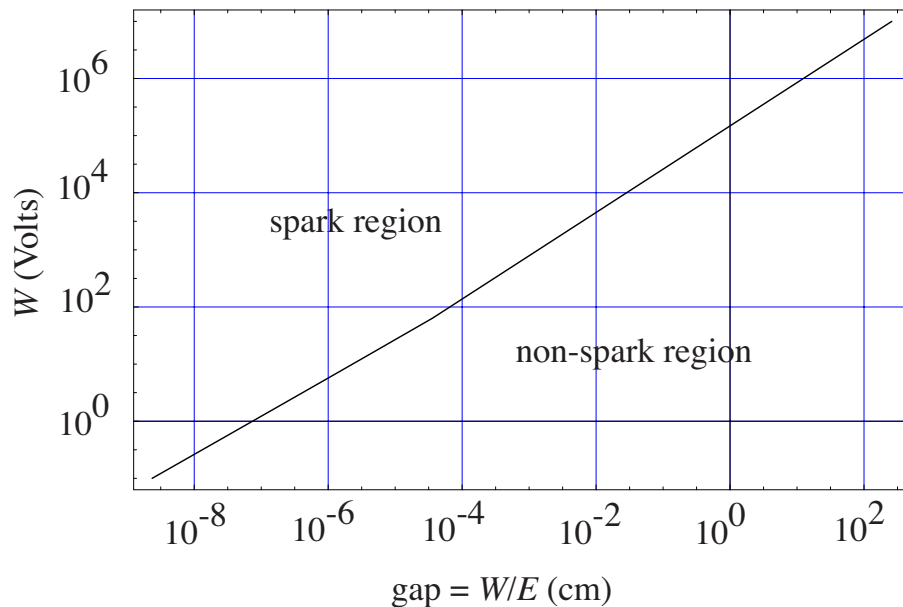


図 11.1 Kilpatrick 基準則

## 11.2 電子リニアックの放電限界

電子リニアックでは数  $\mu$  秒程度の短い高周波パルスを印加するので、放電限界はもっと高くなる。データは多くはないが、SLAC の P. Wilson は 1 GHz から 10 GHz のリニアッ



ク加速管の表面電界の上限  $E_{surface\ breakdown}$  (MV/m) を周波数  $f$  (GHz) の関数として

$$E_{surface\ breakdown} \approx 60f^{7/8} \quad (11.2)$$

のように推定している。[29]

これによれば、よく使われる 2856 MHz では約 160 MV/m になる。ビームが受ける平均の加速電界は加速管表面の一番電界が高いところのほぼ 1/2.5 である。従って平均加速電界の上限は 64 MV/m となる。実際のデータは、2856 MHz の加速管で約 40 MV/m、11.4 GHz の加速管で約 75 MV/m の平均加速電界が得られている。

さて、上に述べたように放電は電場エネルギーを吸収して荷電粒子群が大きく増殖する現象である。加速管は高真空中に保たれているので、元になる荷電粒子は高電界によって電極から引出されるいわゆる電界放出電子である。この電子が対向電極や、あるいは高周波の場合には元の電極をも叩いて 2 次電子を作る。またそれと同時に壁の原子も遊離させる。これらが電磁場エネルギーを吸収してプラズマを形成し、それが成長するのが放電現象と考えられている。ここでは、このもとになる電界放出電子について簡単に述べておく。電界放出電子による電流は電界放出電流あるいは暗電流と呼ばれ、1928 年に R. H. Fowler と L. Nordheim によって理論が作られている。[30]

金属表面の電位が周囲に比べ低いと、金属のポテンシャル障壁の厚さは有限になり、フェルミ面の伝導電子はトンネル効果で外部に引出される。これを計算したのが Fowler-Nordheim 理論であって、それによると電界放出電流の電流密度  $j_F$  は

$$j_F = \frac{1.54 \times 10^{-6} \times 10^{4.52\phi^{-0.5}} E^2}{\phi} \exp\left(-\frac{6.53 \times 10^9 \phi^{1.5}}{E}\right) \quad (\text{Amp/m}^2) \quad (11.3)$$

で与えられる。ここで  $E$  は金属表面のマイクロな電界で単位は V/m、 $\phi$  は金属の仕事関数で単位は eV である。この公式は直流電圧を印加した場合のものであって、高周波電場では 1 周期についての平均を取らなければならない。結果は

$$\bar{j}_F = \frac{6.0 \times 10^{-12} \times 10^{4.52\phi^{-0.5}} E^{2.5}}{\phi^{1.75}} \exp\left(-\frac{6.53 \times 10^9 \phi^{1.5}}{E}\right) \quad (\text{Amp/m}^2) \quad (11.4)$$

となる。[31]

$E$  は金属表面のマイクロな突起や汚れに左右される。実際の測定ではマクロに見た電界  $E_{macro}$  に対し  $E$  が  $\beta$  倍になっている、すなわち

$$E = \beta E_{macro} \quad (11.5)$$

として整理すると良く理論に合う。この  $\beta$  を電界増倍係数と呼び、綺麗で滑らかな表面ほど小さい。また同じ表面でも電圧をかけて馴らすこと (conditioning) により低減する。良質な無酸素銅表面について 2856 MHz の空洞で測定すると、初めの  $\beta$  は 300 から 400 に達するが高電圧馴らしが進むと最善の場合 20 前後まで下がる。しかしこれ以下にはどうしても到達しないようである。

## 第 12 章

# 大電力発生用電子管

### 12.1 送信管

粒子加速に必要な高電界の発生には数百 kW から数十 MW の大電力高周波の供給が前提になっている。その高周波源として殆どの場合、特殊な電子管を採用する。<sup>\*1</sup> このような電子管はもともと放送用に開発されてきたので送信管とも呼ばれる。

UHF 周波数帯までなら半導体素子を多数並列にして所要電力を発生させる場合もある。これはヒーター電源などが省略出来たり出力の制御が容易である利点があるが、高価であり汎用されない。一方、電子管は周波数や出力の上限が半導体に比べはるかに高いため、加速器および核融合の分野では欠かせない高周波源である。通信用では半導体素子が電子管にほぼ取ってかわった現在、大電力電子管の市場は上の 2 分野に限定されており、次世代の高エネルギー加速器に必要な新しい電子管の開発には大変困難な情勢となっている。

高周波源とは直流電子ビームの運動エネルギーを電磁波エネルギーに変換する装置である。今まで見てきた加速空洞は電磁波エネルギーを荷電粒子のバンチの運動エネルギーの増加に使うものである。しかしビーム・ローディングの項で触れたように、バンチが空の空洞を通過するとき、自分の運動エネルギーを使って電磁波を発生する（これをウェーク場という）。バンチの間隔を一定にすれば、それに等しい波長の高周波が発生する。従って高周波源は、電磁場の位相を逆転しただけで、加速器と同一の原理で働く装置と云ってよい。

高周波源となる電子管には、狭い間隙で電子ビームをグリッド変調する古典的な板極管と波長程度あるいはそれ以上の空間領域でビーム変調を行うものに大別される。前者の板極管は走行係数による動作周波数の実用上限がある。現在では陽子シンクロトロンでの加速（10 MHz 前後）および陽子リニアックでの加速（200 MHz 前後）に使用が限定されて

---

<sup>\*1</sup> 電子管の総合的な解説には例えば [32] があり、日本語で書かれたものには [33] がある。

いる。利点は電子管の寸法が波長に関係なく小型にできることである。

## 12.2 マイクロ波管

高周波の波長以上の広い空間を走る電子ビームの振舞いを積極的に利用する電子管はマイクロ波管と呼ばれる。それには静磁場が重要な役割を果たすマグネトロン (magnetron)、ビームが直線運動するクライストロン (klystron) や進行波管 (TWT: traveling wave tube)、それらの中間的な性格をもつジャイロトロン (gyrotron) などが大電力源として代表的である。マグネトロン<sup>\*2</sup> は自励発振管で、例えば S バンドで数 MW 迄のパルス電力を効率良く発生するので、10 MeV 程度のエネルギーの医療用リニアックに応用されている。しかし出力の振幅や位相の精度が良くないと数 MW 以上の出力は無理であるので、多数の電子管を併用する高エネルギー加速器には使用されない。

クライストロンは直進ビームに弱い電波で速度変調をかけ、それが密度変調に十分転換したところ共振空洞を置き大電力電磁波を取り出すものである。[35] 構造が単純で出力の制御が精度良くできるので、400 MHz から 10 GHz 以上までの高周波加速にはもっぱらクライストロンが用いられている。<sup>\*3</sup>

進行波管は、クライストロンとほぼ同じ原理で働く。ただし入力部から出力部まで高周波とビームが連続して相互作用する構造で、出力の大きさよりは動作周波数帯域が広く取れるところに特徴がある。ジャイロトロンはサイクロトロン共鳴メーザーの原理にもとづくもので、金属円筒の軸方向の磁場に巻き付いてらせん運動しながら直進する電子と TE モードの相互作用で高周波が発生する。ミリ波領域まで効率良く出力できるのでプラズマ加熱に広く使われている。

## 12.3 クライストロン

それではクライストロンについてももう少し詳しく述べよう。その構造を図 12.1 に示す。電子ビームはカソードに負の高電圧 ( $V_b$ ) をかけ、電子を引出して形成される。ウェーネルト電極とアノード電極の間の電場と次第に強まる軸方向磁場の相乗効果で電子ビームの断面積は 1/100 以下に圧縮される。なおビームは空間電荷制限流であるので  $V_b$  と電流  $I$

<sup>\*2</sup> 岡部金次郎の分割陽極による高周波発振の発見 [34] はマグネトロンの歴史において画期的なものであって、その後の日本における電子管技術の発展に多大な貢献をしたと云える。ただ国際誌への発表でないので、海外の書物での引用は残念ながらない。

<sup>\*3</sup> クライストロンの発明、開発は 1930 年代に始まったが、特に Varian 兄弟の仕事が有名である。それを発展させ、SLAC の MARK III リニアック [36] に 2856 MHz で最高 40 MW、2  $\mu$ s、60 Hz のパルス出力の球を 21 本使ったのが加速器へのクライストロンの本格的な応用の始まりである。

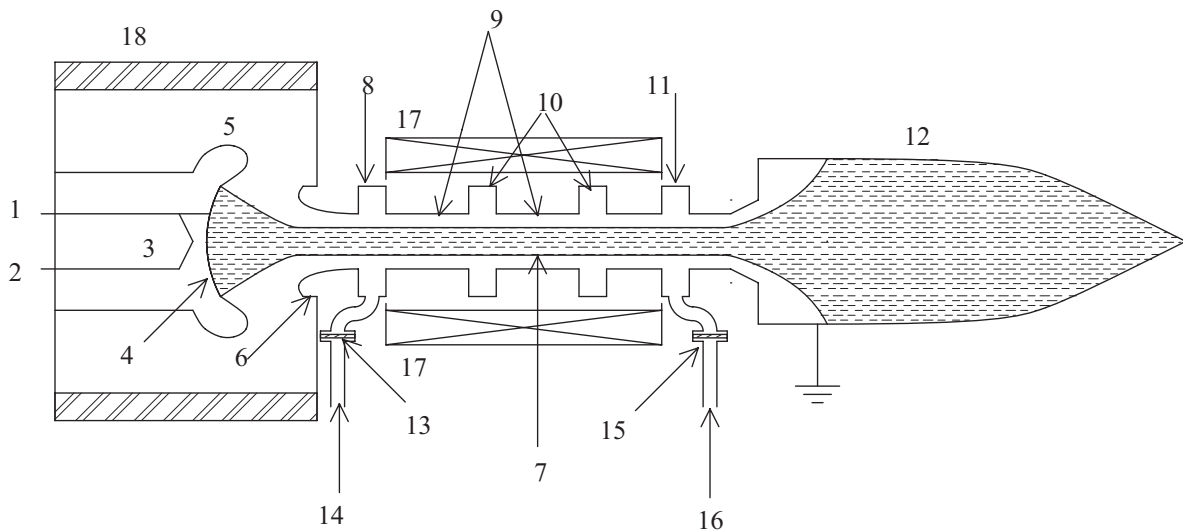


図 12.1 クライストロン断面：1. 負高電圧、2. 負高電圧 (+ヒーター電圧)、3. ヒーター、4. カソード、5. ウェーネルト電極、6. アノード電極、7. 電子ビーム、8. 入力空洞、9. ドリフト管、10. 増幅空洞、11. 出力空洞、12. コレクター、13. 入力用セラミック窓、14. 高周波入力導波管、15. 出力用セラミック窓、16. 高周波出力導波管、17. 収束コイル、18. 電子銃高電圧碍子。

の間には Child-Langmuir 則

$$I = PV^{3/2} \quad (12.1)$$

が成り立つ。ここで  $P$  をパービアンス (perveance) という。  $I$  を Amperes、  $V$  を Volts で表したとき、  $P$  は通常  $10^{-6} AV^{-3/2}$  の程度であるので  $10^{-6}$  の係数だけを取ってマイクロパービアンス  $\mu P$  という記号を使うことが多い。

入力空洞で速度変調を受けたビームは 3~4 個の増幅空洞があるドリフト管を通過して出力空洞に到着した時点で十分にバンチしている。自由空間を走行するビームでは速度変調 → 密度変調 → 速度変調の繰返しがプラズマ振動数

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 \gamma^3 m_0}} \quad (12.2)$$

で起こる。 [37]

ここで  $n$  は電子密度、  $e$  は電子の電荷、  $\varepsilon_0$  は真空中の誘電率、  $\gamma m_0$  は電子の相対論的質量である。電子が平均速度  $v_0$  で走行しているとき、変調の周期はプラズマ波長

$$\lambda_p = 2\pi v_0 / \omega_p \quad (12.3)$$

で表される。しかし金属パイプ中を通過するビームにとっては金属壁に誘起される正電荷

によりプラズマ振動が制動を受け、振動の角周波数は  $\omega_p$  より小さい  $\omega_q$  となる。その比

$$\omega_q/\omega_p \quad (12.4)$$

をプラズマ周波数低減係数とよび、ビーム径とパイプ径の比やパイプ内伝搬モード波数をパラメーターとして図が与えられている。[38] これに伴って粗密変調の波長も

$$\lambda_q = \frac{\omega_p}{\omega_q} \lambda_p > \lambda_p \quad (12.5)$$

と長くなる。

入力空洞を出た電子群は  $\lambda_q/4$  進んだところでバンチされ、全電子の速度が等しくなる。ここに空洞を置き、バンチ自身が誘起する電磁波で再度、速度変調を起こし、さらに  $\lambda_q/4$  進んだところに出力空洞を置いて高周波エネルギーを取出すのが基本的な考え方である。実際には、中間に置く増幅空洞の数、位置、離調度などを色々変え、出力空洞で出来るだけ鋭く、電子速度の揃ったバンチが形成されるように設計される。なお、各空洞、コレクター、電子銃部には動作周波数以外の様々な共振モードが存在する。ビームがそれらと相互作用して出力が不安定になることを防ぐためのマイクロ波回路上の工夫をするのが大電力クライストロン設計の肝心な点である。

ビームの収束には通常 0.1 Tesla 程度の軸方向磁場を収束コイルで発生させる。しかしそのための電力の割合が無視出来ないため、進んだ設計では永久磁石を使用する。ただしこの場合、強い一様な軸方向磁場を発生するのは不可能で、周期的に向きが反転した軸方向磁場をつくるような永久磁石列を採用する。このような方式を PPM 収束 (periodic-permanent-magnet focusing) という。

表には高エネルギー加速器研究機構で開発された代表的なクライストロンの特性をまとめておく。<sup>\*4</sup> なお X バンドクライストロンは開発中であり、数値は 2003 年 12 月現在のものである。

<sup>\*4</sup> 松本修二、大家圭司私信。

表 12.1 KEK で開発された代表的なクライストロン

	UHF クライストロン	S バンドクライストロン	X バンドクライストロン
用途	KEKB リング	ATF リニアック	リニアコライダー
周波数/波長	508.9 MHz/589 mm	2856 MHz/105 mm	11.424 GHz/26.2 mm
運転モード	連続	パルス (4.5 $\mu$ s、50 Hz)	パルス (1.7 $\mu$ s、60 Hz)
高周波出力	1.2 MW	85 MW	75 MW
ビーム電圧	93.2 kV	397 kV	510 kV
ビーム電流	19.8 A	485 A	284 A
パービアンس	$0.70 \times 10^{-6} AV^{-3/2}$	$1.94 \times 10^{-6} AV^{-3/2}$	$0.78 \times 10^{-6} AV^{-3/2}$
効率	66%	44%	52%
利得	55.6 dB	54.3 dB	50 dB
ビーム半径	17 mm	10 mm	3 mm
ドリフト管半径	25 mm	15 mm	4.6 mm
カソード半径	35 mm	45 mm	30.5 mm
入力空洞-出力空洞間距離	1900 mm	640 mm	445 mm
収束方式	電磁石	電磁石	永久磁石
収束磁場	$3 \times 10^{-2}$ Tesla	0.13 Tesla	$\pm 0.32$ Tesla $\times 15$ mm $\times 30$
管内プラズマ波長 ( $\lambda_q$ )	4920 mm	1440 mm	720 mm
自由空間プラズマ波長 ( $\lambda_p$ )	787 mm	332 mm	166 mm





## 第 13 章

# これからの加速器

電子と陽電子のリング型衝突加速器ではシンクロトロン放射によるエネルギー損失が、静止質量で規格化したビームエネルギーの 4 乗に比例するので、加速が追いつかなくなる。実際には 1 周当り 3GeV 弱の加速電圧が出せる CERN の LEP リング（曲率半径 = 4243 m）で、ビーム当り約 100 GeV のエネルギーを達成したのが最後である。従って、今後の衝突加速器としては、放射損失が無視できるリニアックで加速するリニアコライダーの開発研究が専ら行われている。重心系エネルギーが 1 TeV の場合、全長が約 30 km の加速器になる。高エネルギー加速器研究機構と SLAC は X バンドリニアックを基礎にしたほぼ同じ仕様のもを共同で開発研究中である（高エネルギー加速器研究機構では GLC[39]、SLAC では NLC[40] という愛称である）。DESY では TESLA [41] という愛称で超伝導リニアック型を開発中である。CERN で開発を進めているものは CLIC [42] と呼んで 30 GHz のリニアックをもとにするが、高周波電力源として高エネルギー電子ビームを使う、いわゆる 2 ビーム型である。それぞれの総合的な技術仕様をまとめた一覧表は TRC (International Linear Collider Technical Review Committee: Second Report 2003) [43] に公開されている。

放射損失を避けるもうひとつの方向は、静止質量が電子に比べて約 207 倍のミュー中間子を使うことである。そうすれば、重心系エネルギーが数 TeV でもリング型衝突加速器が採用でき、リニアコライダーに比べ遥かに小型になる。これがミュー中間子・ミュー中間子衝突型加速器である。[44] また、高エネルギーミュー中間子が崩壊して出来る方向の揃った高エネルギーニュートリノの線源として利用する提案も検討されている。この型の加速器での深刻な問題のひとつは、ミュー中間子の生成と消滅の過程に伴う大量の放射線である。ミュー中間子・ミュー中間子衝突型加速器の研究開発はリニアコライダーの場合に比べ歴史が浅く、いまだ初期の段階にある。

大強度レーザーを使った超高加速電界発生の研究も盛んに行われている。マイクロ波を使った通常の加速空洞の  $10^3$  倍から  $10^4$  倍の電界が観測されているが、加速された電子の

エネルギーはせいぜい 100MeV 程度で、長距離にわたって高加速電界を維持するには今後の長い研究が必要である。[45]

以下ではこれら 3 つの加速方式について概観しよう。

## 13.1 リニアコライダー

### 13.1.1 リニアコライダーの加速器構成

リニアコライダーの加速器構成を図 13.1 に示すが、陽電子ビーム発生部を除けば電子、陽電子について同じである。以下に各部分の概略を説明する。

**電子/陽電子源** 1.4 ns の間隔で 190 個のバンチからなるバンチ連を主リニアックの繰返し周波数 (100 Hz ないし 120 Hz) に合わせてつくる。個々のバンチは電子/陽電子を約  $6 \times 10^9$  個含む。GLC/NLC 版の陽電子源は 10 GeV 程度の専用電子リニアックの出口にタングステンなどの重金属ターゲットを置き、制動放射で対生成された陽電子を利用するものである。

**ダンピングリング入射器** ダンピングリングと同エネルギー (約 2 GeV) の S バンドリニアックを使う。陽電子ビームについてはエミッタンスが大きいので前置ダンピングリングで電子ビーム並に冷却してからダンピングリングに入射する。

**ダンピングリング** 入射器からのひとつのバンチ連を数十 ms で極小エミッタンスまで冷却し、下流へ送り出す。バンチ連は 100 Hz ないし 120 Hz で入射されるので、リングにはいつも 20 前後のバンチ連が回っている。最終エミッタンスは規格化された値で水平方向に  $3\mu\text{m}$ 、垂直方向に 20nm を目指す。磁石配置方式は極小エミッタンス達成のために特に設計されたものを採用する。

**バンチ長圧縮路** ダンピングリングでのバンチ長  $\sigma_z$  は 5 mm であるが、衝突点では  $80\mu\text{m}$  が要求される。これを一段で 1 桁弱の圧縮を行う走行路を 2 段おいて達成する。圧縮の原理は、先ずバンチを加速位相 =  $0^\circ$  でリニアック加速管を通し、バンチのエネルギー幅を増大させる。その後、エネルギーによって路長が異なる走行路 (chicane と呼ばれる) を通過させれば圧縮できるわけである。なお 1 段目と 2 段目の間でビームを 8 GeV まで加速する。

**主リニアック** X バンド (11.424 GHz) リニアックで電子、陽電子それぞれを 500 GeV まで加速する。90 cm 長の加速管を、各リニアック当り 9936 本使う。加速管のピーク加速電界は 73 MV/m であるが、ビーム・ローディングの効果も入れてバンチ内の粒子がほぼ同一の加速を受けるように加速位相を設定し、実効加速電界は 56 MV/m にする。

**高周波電力源** 高周波電力源として出力 75 MW のクライストロンを各リニアック当たり約 3300 本使う。各クライストロンの出力パルス幅は  $1.6\mu\text{s}$  であるが、それを時間的に 4 等分した  $0.4\mu\text{s}$  のサブパルスにする。DLDS[46] と呼ばれる導波管分配系で複数のクライストロンのサブパルスを加算、再分配することで、各加速管は上記の加速電界に必要な、ピーク値 100 MW、幅  $0.4\mu\text{s}$  のパルス電力を受け取る。

**コリメーション部** 主リニアック出口に続く行路で、バンチの中でエネルギーやベータトロン振幅が大きくずれた粒子を除去する。検出器のバックグラウンドノイズを減らすために必要な装置である。

**最終収束部** 検出器が置かれる衝突点でバンチの断面寸法を水平方向に  $\sigma_x = 240\text{nm}$ 、垂直方向に  $\sigma_x = 2.6\text{nm}$  へ絞り込む部分である。4 極磁石が並んだ 2 km におよぶ行路で、エネルギー幅をもつ粒子群をこのような寸法に収束させるために特別なビーム光学系が工夫される。特に最終の 4 極磁石で収束磁場を強くしすぎると、シンクロトロン放射による反作用でビームが却って太ることに注意しなければならない。[47]

**衝突点** 衝突済みのバンチが対向ビームのこれから衝突点に入ろうとするバンチを乱さないために、電子と陽電子は水平面上で数  $\text{mr}$  の角度をもって交差させる。その場合バンチが長すぎると部分的にしか重なり合わずルミノシティが減少する。これを砂時計 (hour-glass) 効果という。それを防ぐためにバンチ長を  $100\mu\text{m}$  以下にする。もうひとつの問題は対向バンチの極めて強い磁場 ( $\approx 10^4\text{Tesla}$ ) を受けて粒子が出すシンクロトロン放射 (beam strahlung という) である。バンチの粒子密度がある限度以上になれば、この効果によって粒子エネルギーが大きく下がるとともに、放射光が検出器へのバックグラウンドが深刻な問題となる。

### 13.1.2 リニアコライダーで達成された最新の加速器技術

リニアコライダーは、既に確立された加速器技術を土台にして、それを極限まで押し進めた最先端技術で建設されることを想定している。そのために多くの開発努力が 1980 年代中ごろから積み重ねられてきた。開発現状は文献 [43] にまとめられている。ここではそのうち二三の重要な成果や課題についてまとめておく。

ダンピングリングについては高エネルギー加速器研究機構の ATF でテストダンピングリングを建設し実験研究が続けられている。そして最近では電子貯蔵リングとして最小記録のエミッタンスを達成している。[48] これはリングの丹念な調整とともにそれを可能にした新しいビーム観測技術の成果である。[49] このような極小エミッタンスの

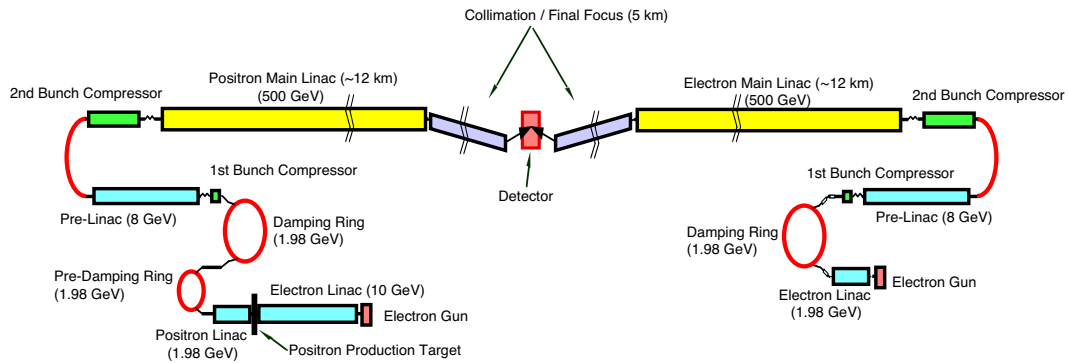


図 13.1 1 TeV 級電子・陽電子リニアコライダー

ビームでは位相空間での電子密度が大きく、その結果バンチ内の電子同士の衝突、散乱 (intra-bunch scattering) がエミッタンスの下限を決めているようにも見えてきた。これらの新しい知見は次世代の放射光リングの開発にも大変役立つものと思われる。

主リニアックについてはいくつかの重要な成果が生まれると同時に難しい課題も残されている。まず、大電力高周波源であるクライストロンでは、Xバンドで 75 MW (パルス幅 1.7  $\mu\text{s}$ ) という S バンドクライストロンなみの高出力が現実のものになった。しかも電磁石にかわって永久磁石によるビーム収束に成功し、今後の大電力管技術進展への大きな寄与をした。[50] このクライストロン出力はそれでもリニアック加速管を駆動するには低すぎる。そこでパルス幅を短くしながらピーク値を上げるパルス圧縮技術開発された。例えば SLAC の SLED II 方式や高エネルギー加速器研究機構の DLDS 方式などの発明と実用化への努力である。そして 2003 年には SLED II 方式によりパルス幅 0.4  $\mu\text{s}$  でピーク値 600 MW が達成された。[51] パルス圧縮技術開発の過程で複数モードの併用等、数々の独創的考えにもとづく大電力導波管回路素子が新たに開発されたのも特筆に値する。

加速管についてもいくつかの進展があった。まずビームを横方向に偏向する高調波モードを減衰させる手法がほぼ確立した。それには加速モードの共振周波数は一定にしながら高調波モードのそれを各セルごとに異なった値にする分散の導入が必要である。これを可

能にしたのは、十分な精度の電磁場計算コードが開発されたことに加えて、計算結果を忠実に再現する超精密機械加工技術が確立されたためである。[52][53] 次に高加速電界達成にも長年実験研究が続けられている。主眼は放電の際の加速管表面の損傷を軽減すること、および放電頻度を可能な限り下げること (120 Hz でリニアックを運転するとき、73 MV/m の加速電界で各加速管の放電回数は 5 時間に 1 回以下) である。表面損傷の問題については放電個所が吸収する高周波電力を抑えること、具体的には加速モードの群速度をできるだけ小さくすれば良いことが分かってきた。放電頻度の低減については表面電場強度を下げるセル形状の設計と製造過程での適切な表面処理が肝要である。[54] また表面電場ばかりでなく表面磁場についても過大なところがあってはならないことが分かってきた。それはパルスの表皮電流にともなう急激な温度上昇で銅表面の脆性破壊が起これ、それが放電の種になるためである。放電の問題はリニアコライダの死命を制するとも言えるが、まだまだ多くの実験研究が必要で、今後の最大の課題である。

## 13.2 ミュー中間子・ミュー中間子衝突型加速器とニュートリノファクトリー

同じエネルギーの電子にくらべ  $\gamma$  が 1/207 になるミュー中間子の場合、シンクロトロン放射が激減するので、数 TeV でもリング型加速器で加速できること、および衝突点での beam strahlung が小さいという 2 つの利点がある。ただミュー中間子が崩壊してできる電子による電磁シャワーが検出器への大きなバックグラウンド・ノイズとなる。

ここでは 2 TeV + 2 TeV のミュー中間子・ミュー中間子 ( $\mu^+ - \mu^-$ ) 衝突型加速器 [55] の設計案の概要を紹介する。ミュー中間子を発生源として 15 Hz という高繰返しで運転される 30 GeV 陽子シンクロトロンを考える。1 回の加速で陽子数が  $2.5 \times 10^{13}$  個のバンチを 4 個供給する。これを液体金属のターゲットに当てるとパイ中間子が作られ、それが崩壊してミュー中間子ビームが得られる。陽子バンチ 1 個あたりのミュー中間子数は  $8 \times 10^{12}$  個程度になると見積もられている。

問題はこのビームのエミッタンスを大幅に減少させることである。そのために ionization cooling [56] という新しい方法が考えられている。これは金属膜を通過するとき電離作用で運動量ベクトルが縮むことを応用するものである。金属膜の直後に加速空洞を置いて縦方向の運動量減少を補う。これを繰り返すと横方向運動量のみが減少し横方向エミッタンスが小さくなるわけである。エネルギー幅を縮小するにはリニアコライダのバンチ圧縮路に置く chicane と同様なエネルギー分散のある軌道を作る。そこにくさび状の金属壁を置き、高エネルギー粒子ほど厚い場所を通過して、より大きな電離損失を受けるようにする。

衝突エネルギー 2 TeV への加速はミュー中間子の寿命と競争になるので、100 GeV 位の超伝導リニアックを繰り返し通過させて行う (recirculator linac という)。こうして最終的に衝突リングに入射する。

衝突型加速器ではなく長い直線部をもつリングに  $\mu^+$  あるいは  $\mu^-$  ビームを貯え、直線部と方向を同じくする高エネルギーの  $\nu_\mu$  ビームが得られる。これがニュートリノファクトリーと呼ばれるものである。ミュー中間子・ミュー中間子衝突型加速器よりも技術的に易しいと考えられ、同時に検討が進められている。

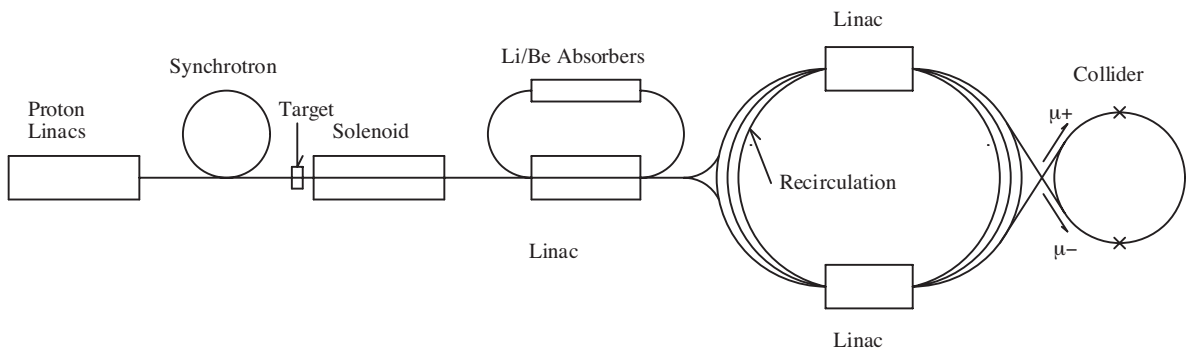


図 13.2 2 TeV 級ミュー中間子・ミュー中間子衝突型加速器

### 13.3 高強度レーザーによる高加速電界発生

高強度レーザーの現在の最高記録を文献 [57] に従って整理すると

- 波長：1.05  $\mu\text{m}$ 、
- 電力パルス幅：440 fs =  $4.4 \times 10^{-13}\text{s}$ 、\*1
- 焦点での電力ピーク値：0.45 PW =  $4.5 \times 10^{14}\text{W}$ 、\*2
- 焦点でのエネルギー：200 J、
- 焦点での電力密度のピーク値  $7 \times 10^{24}\text{W/m}^2$ 、
- 焦点の半径：約 4.5  $\mu\text{m}$ 、

のようである。

\*1 f: femto、 $10^{-15}$  のこと。

\*2 P: peta、 $10^{15}$  のこと。

この平面波の横電場強度は、伝搬方向を  $z$ 、真空の固有インピーダンスを  $Z_0 = 377 \Omega$ 、光ビームの半径を  $\sigma$  として、ポインティング・ベクトルを使って

$$\begin{aligned} P_z &= \int \frac{1}{2} E_x H_y dx dy \\ &= \int \frac{1}{2Z_0} E_x^2 dx dy \\ &\approx \frac{1}{2Z_0} E_x^2 \pi \sigma^2 \end{aligned} \quad (13.1)$$

から求められる。上の数値を代入すると

$$E_x = 7.3 \times 10^4 \text{ GV} \quad (13.2)$$

という高電場になり、これを単純に焦点の直径にわたって積分すれば

$$2E_x \sigma \approx 660 \text{ MV} \quad (13.3)$$

もの電圧に相当する。

しかし広い空間を直線運動する荷電粒子の平面波による加速は、走行時間効果により不可能である。そこで色々な方法が考えられた。[58] [59] そのなかで実際に加速実績があり、将来性があると考えられているのはプラズマ中でのレーザーウェーク場加速である。

気体中で強力なレーザー光を収束させると、分子が電離しプラズマ状態が生じるが、正イオンに比べ遥かに軽い電子は横電場を受け、主として横方向に広がる。その結果、光軸付近は正電荷が過剰になるが、このような部分はレーザーパルスとともに気体中を進行する。一方、レーザーパルスが通過した後の場所では、広がっていた電子雲が正イオンに引戻されて負電荷過剰となり、再び電子雲が広がろうとする。すなわち、角振動数  $\omega_p$  のプラズマ振動がしばらく継続する。レーザーパルスはプラズマを作りながらプラズマ中の光の群速度  $v_g$  で進行する。その跡に続くプラズマは、波長  $2\pi v_g / \omega_p$  で正負に空間電荷が変調されたパターンが同じ群速度で追いかけているように見える（電子やイオン自身は  $z$  方向には殆ど動かないが）。この空間電荷変調パターンがプラズマウェーク場である。通常の稀薄プラズマであれば  $v_g$  は殆ど光速  $c$  に近いので、ウェーク場の縦方向の電場で高エネルギー電子を加速できる。

この辺の事情を方程式によってもう少し詳しく述べよう。稀薄プラズマ中の電磁場は分散式

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \omega_p^2 \quad (13.4)$$

に従う。<sup>\*3</sup> ここで  $\omega$  はレーザー光の角周波数、 $k$  はその波数である。また  $\omega_p$  はプラズマ周波数で、 $n_e$  をプラズマ電子密度、 $m_e$  を電子質量、 $\epsilon_0$  真空中の誘電率として

$$\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e} \quad (13.5)$$

で与えられる。これから上述の群速度は

$$\begin{aligned} v_g &= \frac{\partial \omega}{\partial k} \\ &= c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \\ &\approx c \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \right) \end{aligned} \quad (13.6)$$

となる。なお最後の変形では稀薄プラズマ ( $\omega \gg \omega_p$ ) を仮定している。このように群速度は限りなく真空中の光速度  $c$  に近いがそれを越えない。この群速度に等しい速度の電子のローレンツ係数は  $\gamma = \omega/\omega_p$  となる。なお光の位相速度  $v_p$  のほうは

$$\begin{aligned} v_p &= \frac{\omega}{k} \\ &= c^2/v_g \\ &\approx c \left( 1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \right) \end{aligned} \quad (13.7)$$

となって  $c$  より大きい。

さてプラズマの空間電荷変調の波長  $\lambda_p$  は

$$\lambda_p = 2\pi v_g/\omega_p \approx \frac{2\pi c}{\omega_p} \quad (13.8)$$

となる。もしレーザー光のパルス長が  $\lambda_p/2$  とほぼ等しいと空間電荷変調が効率良く励起されることになる。例えばこの節の最初に引用したレーザーではパルス時間長が 440fs である。そうすると、これに相当するプラズマ波長は約  $260 \mu\text{m}$  であり、電子密度は  $1.7 \times 10^{22} \text{m}^{-3}$  でなければならない。中島一久の公式 [61] にこれらの数値を代入すれば縦方向の加速電場は

$$E_z = 17 \text{GV/m} \quad (13.9)$$

という、金属の空洞では達成できない大きな値が得られる。問題はこのプラズマ状態がどれだけ長い距離にわたって達成できるかである。その限界のひとつとして、細い光ビームが回折効果で次第にぼやけてゆくことが考えられる。その目安は Rayleigh の距離  $L_R$  と

<sup>\*3</sup> 例えば [60] を参照のこと。



呼ばれるものである。これは開口部から出た光ビームの像で、その境界が比較的是っきりしている Fresnel の回折領域から、全くぼやける Fraunhofer の回折領域に移る境目の距離を表わす。直径  $2\sigma$ 、波長  $\lambda$  の光では、その距離は

$$L_R = \frac{2\sigma^2}{\lambda} \quad (13.10)$$

であるが、ここで論じている例ではほぼ  $80\mu\text{m}$  である。従って加速電圧は  $1.4\text{MV}$  程度に止まる。しかし実際にはプラズマ中の非線型光学効果により遥かに長い距離にわたって収束が維持されているようで、 $200\text{MV}$  を越える加速が観測されている。

中島一久の解説によれば、現在達成されている加速電場、電子加速エネルギーそれぞれについての最高値は

- 加速電場： $E_z \approx 200\text{GV/m}$
- 加速エネルギー： $250\text{MeV}$

である。

## 謝辞

原稿の最終段階において、加速器研究施設の魚田雅彦、上窪田紀彦の両氏は語法の不統一、誤りなどを綿密に調べられた。その並々でないお骨折りにたいして、ここに心より謝意を表したいと思います。

## 参考文献

- [1] SEGRÈ, E.: *From X-rays to Quarks* (W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1980).
- [2] LIVINGSTON, M. S. and BLEWETT, J. P.: *Particle Accelerators* (McGrawhill, 1962).
- [3] TELEGDI, V. L.: *Physics Today*, **October 2000** (2000) 25.
- [4] CHAO, A. W. and TIGNER, M.: *Handbook of Accelerator Physics and Engineering* (World Scientific, 1999).
- [5] WIEDEMANN, H.: *Particle Accelerator Physics I, II Second Edition* (Springer, 1999).
- [6] 総合研究大学院加速器科学専攻：『加速器科学研究ガイド - 加速器 -』(総合研究大学院大学, 1999).
- [7] 電気学会編：『電気工学ハンドブック 第6版』(オーム社, 2001).
- [8] BRUCK, H.: *Accélérateurs Circulaires de Particules* (Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires, Saclay, 1966), p.33.
- [9] E. D. COURANT, M. S. L. and SNYDER, H. S.: *Phys. Rev.*, **88** (1952) 1190.
- [10] PANOFSKY, W. K. H. and PHILLIPS, M.: *Classical Electricity and Magnetism* (Addison-Wesley, 1962), p.70.
- [11] COURANT, E. D. and SNYDER, H. S.: *Annals of physics*, **3** (1958) 1.
- [12] 神谷幸秀：『加速器の原理 - シンクロトロン及びストレージリング-, OHO'84 加速器夏季講座講義録』(加速器科学専奨励会, KEK, 1984).
- [13] BRUCK, H.: *Accélérateurs Circulaires de Particules* (Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires, Saclay, 1966), p.185.
- [14] AMALDI, E.: CERN Publications, **CERN 81-19** (1981).
- [15] SCHWINGER, J.: *Physical Review*, **75** (1949) 1912.
- [16] SANDS, M.: *Proceedings of the International School of Physics ENRICO FERMI*, **XLVI** (1971) 257.
- [17] HIODE, F., *et al.*: *ATF: Accelerator Test Facility* (Accelerator Laboratory, KEK, 1995).
- [18] 高田耕治：『高周波加速, OHO'97 加速器夏季講座講義録』(加速器科学専奨励会, KEK,

- 1997).
- [19] 高田耕治：高周波加速の基礎, **KEK Report 2003-11** (2004).
- [20] AKAI, K., *et al.*: Proc. of 13th Int. Conf. High Energy Accelerators, **2** (1986) 303.
- [21] NISHIKAWA, T., *et al.*: Rev. Sci. Instr., **37** (1966) 652.
- [22] KNAPP, E. A., *et al.*: Rev. Sci. Instr., **39** (1968) 979.
- [23] KAGEYAMA, T., *et al.*: Particle Accelerators, **32** (1990) 33.
- [24] ANDREEV, V. G.: Soviet Physics - Technical Physics, **13** (1969) 1070.
- [25] WILSON, P. B.: Proc. 9th Int. Conf. High Energy Accelerators (1974) 57.
- [26] KAPCHINSKII, I. M. and TEPLYAKOV, V. A.: Prib. Tech. Eksp., **2** (1970) 19.
- [27] ALVAREZ, L. W., *et al.*: Rev. Sci. Instr., **26** (1955) 111.
- [28] KILPATRICK, W. D.: Rev. Sci. Instr., **28** (1957) 824.
- [29] WILSON, P. B.: SLAC Publications, **SLAC-PUB-3674** (1985) 18.
- [30] FOWLER, R. H. and NORDHEIM, L.: Proc. Roy. Soc., **A 119** (1928) 173.
- [31] WANG, J. W. and LOEW, G. A.: SLAC Publications, **SLAC-PUB-7684** (1997).
- [32] A. S. GILMOUR, J.: *Microwave Tubes* (Artech House, 1986).
- [33] 日本電子機械工業会電子管史研究会編：『電子管の歴史』（オーム社, 1987).
- [34] 岡部金次郎：電気学会誌, **48** (1928) 284.
- [35] VARIAN, R. H. and VARIAN, S. F.: Proc. IEEE, **61** (1939) 299.
- [36] CHODOROW, M., *et al.*: Rev. Sci. Instr., **26** (1955) 134.
- [37] REISER, M.: *Theory and Design of Charged Particle Beams* (John Wiley & Sons, 1994).
- [38] 小山次郎：『進行波管』（丸善, 1964).
- [39] TOGE, N., *et al.*: *GLC Project*, Vol. KEK Report 2003-7 (KEK Publications, 2003).
- [40] <http://www-project.slac.stanford.edu/lc/nlc.html>.
- [41] <http://tesla.desy.de/>.
- [42] <http://cern.web.cern.ch/CERN/Divisions/PS/CLIC/>.
- [43] LOEW, G., *et al.*: *ILC TRC Second Report*, Vol. SLAC R 606 (SLAC Publications, 2003).
- [44] <http://www.cap.bnl.gov/mumu/>.
- [45] 中島一久：日本物理学会誌, **56** (2001) 667.
- [46] TOGE, N., *et al.*: *ISG Progress Report*, Vol. KEK Report 2000-7/SLAC R-559 (KEK/SLAC Publications, 2000).
- [47] OIDE, K.: SLAC Publications, **SLAC-PUB-4660** (2000).
- [48] 浦川順治：日本物理学会誌, **57** (2002) 12.
- [49] 本田洋介：日本物理学会誌, **59** (2004) 19.

- 
- [50] VLIEKS, A.: ISG 11 Presentations, <http://www-proc.kek.jp/ISG11.htm>.
- [51] <http://www-project.slac.stanford.edu/lc/local/Projects/8Pack/8pack.html>.
- [52] 人見宣輝編：第 3 回 高エネ研メカ・ワークショップ報告集, **KEK Proceedings 2002-10** (2002).
- [53] 上野健治編：第 4 回 高エネ研メカ・ワークショップ報告集, **KEK Proceedings 2003-9** (2003).
- [54] DÖBERT, S.: ISG 11 Presentations, <http://www-proc.kek.jp/ISG11.htm>.
- [55] PALMER, R. B., *et al.*: Proceedings of EPAC '96 (1996) 861.
- [56] SKRINSKY, A. N. and PARAKHOMCHUK, V. V.: Soviet J. Part. Nucl., **12** (1996) 223.
- [57] PERRY, M., *et al.*: Opt. Lett., **24** (1999) 160.
- [58] BRYANT, P. and MULVEY, J.: *The Generation of High Fields for Particle Acceleration to Very High Energies*, Vol. CERN 85-07 (Proceedings of the CAS-ECFA-INFN Workshop, Frascati 1984, 1985).
- [59] RUTHERFORD-APPLETON-LABORATORY, : *The Challenge of Ultra-Hhigh Energies*, Vol. ECFA 83-68 (Proceedings of the ECFA-RAL meeting, Oxford 1982, 1983).
- [60] JACKSON, J. D.: *Classical Electrodynamics, 2nd edition* (John Wiley & Sons, 1975), chapter 10.7.
- [61] NAKAJIMA, K.: Nucl. Inst. Meth., **455** (2000) 140.