

非定常細線加熱法による液体の熱伝導率測定における自然対流の影響

喜多野一幸、竹越栄俊、平澤良男、小坂暁夫

富山大学工学部

1 緒言

液体の熱伝導率を高い精度で測定する方法として、非定常細線加熱法があげられる。同方法は、測定試料中に鉛直に張られた半径 r_f の金属細線をある瞬間から一定の発熱量 Q で一様に発熱させ、その結果生じる金属細線の温度変化 ΔT をその抵抗変化として検知し、その非定常応答から試料の熱伝導率 λ_m を次式から決定する周知の方法である。

$$\lambda_m = \frac{Q}{4\pi} \frac{d \ln t}{d \Delta T} \quad (1)$$

しかし、非定常細線加熱法による液体の熱伝導率測定は、対流発生の影響を実験技術的に取り除くことができないため、式(1)を用いた熱伝導率算出に必要な直線部分がわずかしか得られない欠点がある。自然対流の発生時間は、液体試料の粘度等の物性値、細線の寸法、発熱量、支持状態などに依存するが、本研究では液体の粘度による影響に着目した。実験は、蒸留水に少量の澱粉糊を混合し、澱粉糊の濃度と粘度の関係を調べた。また、粘度を変化させた際の対流発生時間について実験を行い、対流発生時間と粘度の関係を調べた。一方、対流発生を考慮した非定常細線加熱法の数値計算も行い、実験と比較・検討した。

2 測定装置

測定装置の概要図を図.1 に示す。測定は、恒温水槽内に収められた試料容器内の試料温度が設定温度に達したことを、直流電源から加熱細線へ温度上昇を伴わない程度の微弱な電流を流すことによる、加熱細線の抵抗変化を検出することで温度が定常になったことを判定する。試料温度が一定に保たれていることを確認した後、パーソナルコンピュータより GP-IB プログラマを介してリレー接点を切り替えることにより、もう一方の直流電源から加熱細線へ温度上昇が 1~2 程度になるような定電流を流す。その際の加熱細線の電圧応答をデジタルマルチメータにて測定し、パーソナルコンピュータに送る。測定された電圧応答と電流値から求まる加熱細線の抵抗変化を温度変化に換算し、その応答の直線部分から熱伝導率を式(1)より算出する。試料容器は、内径 38mm、高さ 50mm の銅製、加熱細線には 0.1mm の白金線を用い、電圧測定区間は約 20mm である。恒温槽は ± 0.01 の精度で温度制御でき、実験中の

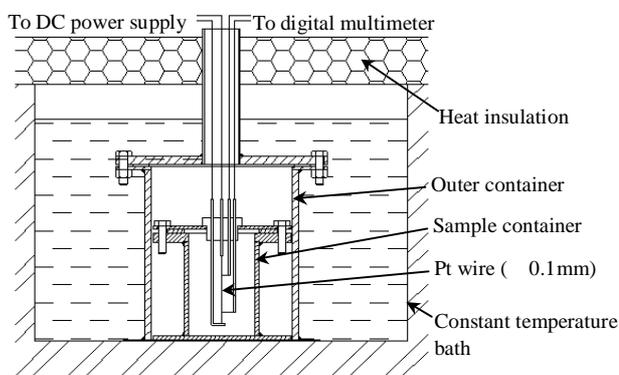


図 1. Experimental apparatus

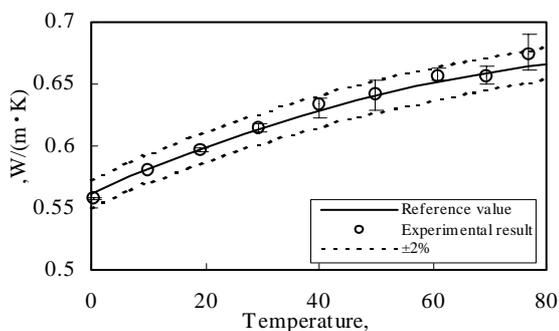


図 2. Result of thermal conductivity of pure water

温度変化も ± 0.05 以内であることを確認している。測定試料には数値計算も行うことから主な物性値が既知である蒸留水を選択した。蒸留水はイオン交換法により製造したものをを用いた。

本実験装置の精度を確認するため蒸留水の熱伝導率を 0 ~ 80 まで 10 刻みで測定した結果を図.2 に示す。実験結果より、本実験装置は $\pm 2\%$ 程度の誤差内で熱伝導率を測定できることがわかる。ただし、80 近くになると対流による影響が大きくなり正確な測定が行いにくくなる。これは、式(1)の $d\Delta T/dlnt$ 項の直線部分が短くなることによる影響である。

3 自然対流を考慮した非定常細線加熱法の熱伝導問題

流体中に垂直に張られた線状熱源の両端が断熱壁である場合を考える。仮定として、(i)物性値の温度依存は浮力項においてのみ考慮する、(ii)細線と試料の間に熱抵抗はない、(iii)流体は半径方向 r と高さ方向 z の二次元流である場合を考える。この場合、無次元化した現象を支配する方程式は以下ようになる^[1]。

・エネルギー式

$$\frac{\partial \Delta T_w^*}{\partial t^*} = a_w^* \left(\frac{\partial^2 \Delta T_w^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \Delta T_w^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 \Delta T_w^*}{\partial z^{*2}} + \frac{1}{\pi \lambda_w^*} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Delta T_m^*}{\partial t^*} = \frac{\partial^2 \Delta T_m^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \Delta T_m^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 \Delta T_m^*}{\partial z^{*2}} - \text{Pr} \left(u^* \frac{\partial \Delta T_m^*}{\partial r^*} + v^* \frac{\partial \Delta T_m^*}{\partial z^*} \right) \quad (3)$$

・渦度輸送方程式

$$\frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} + \text{Pr} \left(u^* \frac{\partial \omega^*}{\partial r^*} + v^* \frac{\partial \omega^*}{\partial z^*} - \frac{u^*}{r^*} \omega^* \right) = \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 \omega^*}{\partial r^{*2}} - \frac{\omega^*}{r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \omega^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 \omega^*}{\partial z^{*2}} - Gr \frac{\partial \Delta T_m^*}{\partial r^*} \right) \quad (4)$$

・速度

$$u^* = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial z^*}, v^* = \frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} \quad (5)$$

・渦度

$$\omega^* = \frac{\partial u^*}{\partial z^*} - \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \quad (6)$$

・初期条件

$$\Delta T_w^* = \Delta T_m^* = 0, \omega^* = \psi^* = u^* = v^* = 0 \quad (7)$$

・境界条件

$$\lambda_w^* \frac{\partial \Delta T_w^*}{\partial r^*} = \frac{\partial \Delta T_m^*}{\partial r^*}, \Delta T_w^* = \Delta T_m^*, \psi^* = u^* = v^* = 0 \quad (r^* = 1, -L/2r_i \leq z^* \leq L/2r_i) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Delta T_w^*}{\partial r^*} = \frac{\partial \Delta T_m^*}{\partial r^*} = 0, \psi^* = u^* = v^* = 0 \quad (z^* = \pm L/2r_i) \quad (9)$$

$$\Delta T_m^* = 0, \omega^* = \psi^* = u^* = v^* = 0 \quad (r^* \rightarrow \infty, -L/2r_i \leq z^* \leq L/2r_i) \quad (10)$$

これら式(2)~(10)を異質な物質が接触する境界条件を含む問題^[2]として、時間微分には前進差分を用い、式(5)、(6)から流れ関数 ψ を求める際にはガウス・ザイデルの反復法にて数値計算を行った。計算時間に配慮して、空間の分割粗さは細線内部及び境界面近傍のみ小さくした。

4 実験結果及び数値計算結果

蒸留水に少量の澱粉糊を混合し、濃度を变化させた際の動粘度を測定した結果を図.3 に示す。測定にはレッドウッド粘度計を用いた。動粘度は澱粉糊の濃度が増加するにつれて指数関数的に増加している。

また、本実験装置を用いて、澱粉糊の濃度を变化させた際の熱伝導率の測定結果を図.4 に示す。熱伝導率は澱粉糊の濃度の増加とともに直線的に減少している。この測定結果から Maxwell の式^[3]により澱粉糊の真の熱伝導率を推算した結果約 0.259W/(m・K)となり、矢野ら^[4]の報告値 0.250W/(m・K)とは約 3.6%の違いで一致が見られた。

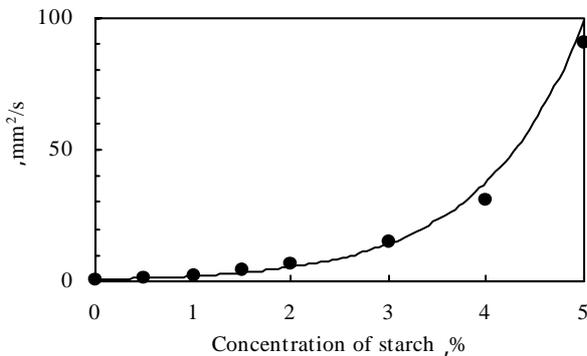


図.3 Relationship between concentration of starch and kinematic viscosity at 60

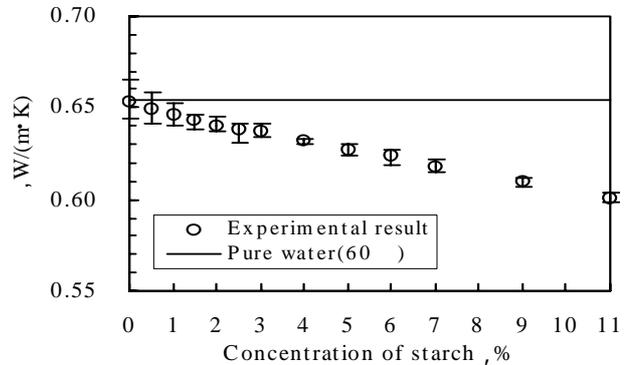


図.4 Relationship between concentration of starch and thermal conductivity at 60

次に、澱粉糊の濃度による対流発生時間への影響を見るため、初期温度 60 において澱粉糊の濃度を变化させた際の加熱細線の温度上昇曲線を図.5 に示す。澱粉糊の割合が増加するにつれて、直線部分が長くなり対流の影響が現れる時間が遅くなっていることがわかる。

そこで、対流発生時間を予測するために初期温度が 60 の場合について前節で示した数値解析を行い、実験と比較した結果の例を図.6 に示す。約 1 秒以後、直線部分および対流の影響を受けている部分とも実験値と計算値は良い一致が見られることから、本数値計算手法を用いれば、対流発生時間を予測することができる。約 1 秒まで実験値と計算値が一致しないのは直流電源の電流値等の過渡的な不安定が原因と考えられる。図の破線で示すように本例での蒸留水 60 ，白金加熱細線径 0.1mm ，発熱量約 4.2W/m の条件においては実験・数値計算共に約 5 秒後以降、対流の影響により直線関係が得られなくなることがわかる。

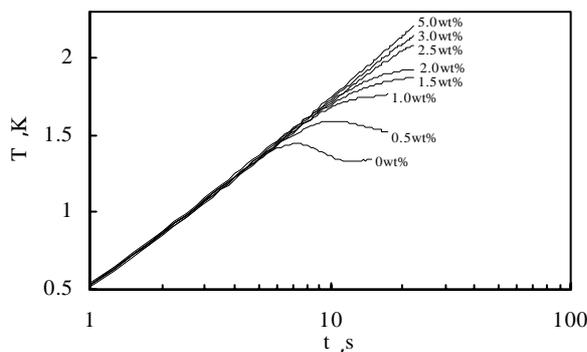


図.5 Experimental result of temperature rise of hot wire by changing concentration of starch at 60

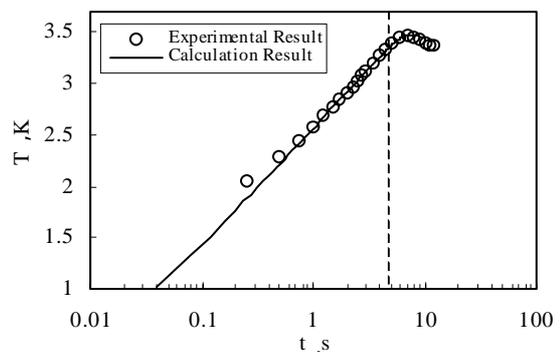


図.6 Comparison of experimental and calculation result of temperature rise of hot wire in pure water

このように澱粉糊濃度を变化させた際の実験と数値計算の結果からそれぞれ対流発生時間を求め、動粘度との関係を示したものが図.7 である。図の実線は計算値を表している。実験値、計算値とも動粘度にほぼ比例して対流発生時間が遅くなる傾向があることがわかる。また、数値計算の際に用いたレーリー数 Ra と対流発生時間 t_{conv} との関係をもとめたものが図.8 である。数値計算値を直線近似すると図の実線のように、

$$t_{conv} = 1.74Ra^{-0.323} \quad (11)$$

という累乗の関係が見られ、実験とほぼ一致していることがわかる。

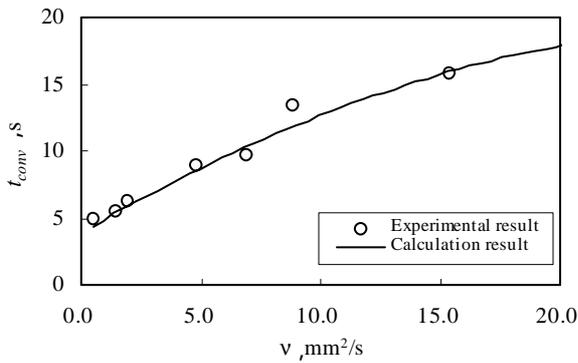


図.7 Relationship between kinematic viscosity and limit time of convection generation

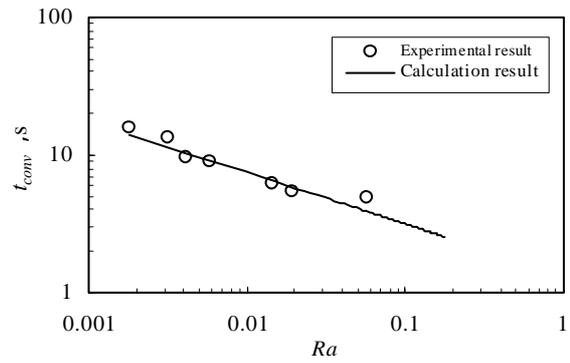


図.8 Relationship between Rayleigh number Ra and limit time of convection generation

5 結言

本研究において以下のことが明らかになった。

- 実験装置の精度を確認するため蒸留水の熱伝導率を 0 ~ 80 まで 10 刻みで測定した結果, $\pm 2\%$ 以内の誤差で測定することが出来た。
- 実験結果と数値計算結果と比較したところ, 良い一致が見られることから, 本数値解析手法を用いれば, 加熱細線の温度上昇プロファイルをシミュレートすることができ, 対流発生時間を予測することができた。
- 蒸留水に少量の澱粉糊を混合し 粘度を変化させた際の対流発生時間について実験を行った結果, 測定試料の動粘度を大きくすれば対流発生時間を遅らせることができ, 動粘度と対流発生時間の間にはほぼ比例関係が見られた。
- より一般性をもたせるため対流発生時間とレーリー数との関係を調べたところ, 式(11)のような関係が得られた。

記号

r_i : hot wire radius , m	L : hot wire length , m	u : radial velocity , $m \cdot s^{-1}$
v : vertical velocity , $m \cdot s^{-1}$	ΔT : temperature difference , K	Q : heat generation , W/m
g : gravitational acceleration , $m \cdot s^{-2}$	r, z : coordinate , m	t : time , s
a : thermal diffusivity , $m^2 \cdot s^{-1}$	c_p : specific heat , $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	ρ : density , $kg \cdot m^{-3}$
t_{conv} : convection generation time , s	λ : thermal conductivity , $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	
ν : kinematic viscosity , $m^2 \cdot s^{-1}$	β : volume expansion coefficient , K^{-1}	

無次元数

$$r^* = r/r_i, \quad z^* = z/r_i, \quad t^* = a_m t/r_i^2, \quad u^* = ur_i/\nu, \quad v^* = vr_i/\nu, \quad \omega^* = \omega r_i^2/\nu, \quad \psi^* = \psi/(\nu \cdot r_i), \quad \lambda_w^* = \lambda_w/\lambda_m, \\ a_w^* = a_w/a_m, \quad \Delta T^* = \Delta T \cdot \lambda/Q, \quad Ra = g\beta r_i^3 Q/(\nu \cdot \lambda_m \cdot a_m)$$

添字

w : hot wire	m : measurement sample
----------------	--------------------------

参考文献

- [1] Saito, K. Matsumoto and Y. Udaka : Trans. JSME, Ser. B 53-487(1987), 1047-1054
- [2] K. Katayama and A. Saito : Trans. JSME, 38-306, (1972), 388-396
- [3] J.C. Maxwell : A Treatise on Electricity and Magnetism, 1(1982) Oxford Univ. Press, London, 440
- [4] T. Yano et al. : The Japanese Society of Starch Science, (1981), p.7