

「量子多体系の素核・物性クロスオーバー」

# AdS/CFT対応の 非平衡物理学への応用： 有効温度と輸送係数について

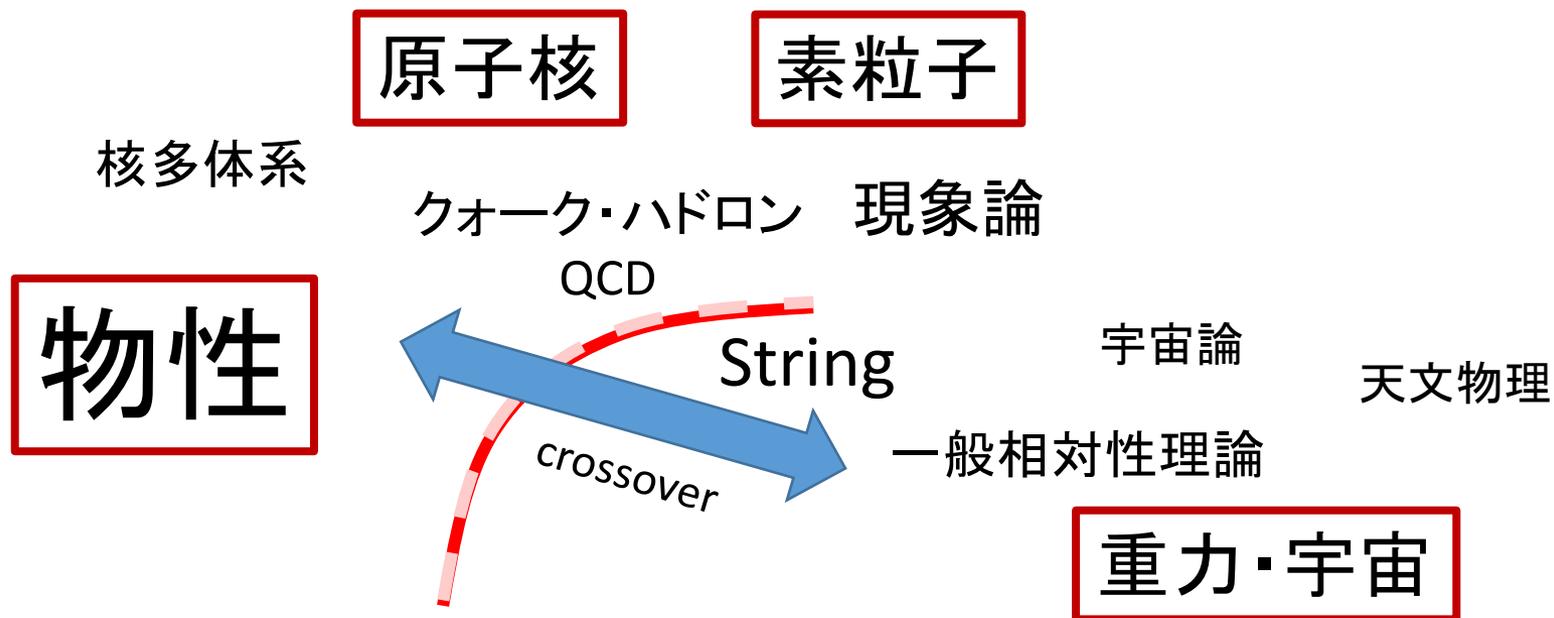
中央大学 中村 真(なかむら しん)

「ゲージ・重力対応で探る強相関系の非平衡物理学」  
日本物理学会誌70 No. 7 (2015) 510.

「超弦理論と一般相対性理論がつなぐマイクロとマクロ」  
「数理科学」2017年7月号 No.649, p.30 --- p.37  
(特集:「物理におけるマイクロとマクロのつながり」)

特にことわらない限り自然単位系を用います:  $\hbar = c = k_B = 1$

# 量子多体系の 素核・物性クロスオーバー



素核・物性の相図

# 量子多体系

多体系の物理学における課題の一つ:

## 非平衡系の物理学

- 線形応答理論を超えた扱い
- 非平衡統計物理学の構成

## 統計物理学

ミクロの物理



マクロの物理

粗視化

# 非平衡系の物理学がなぜ難しいか

ミクロの物理



マクロの物理

粗視化

平衡系

- 等重率の原理
- 詳細つり合いの原理

非平衡系

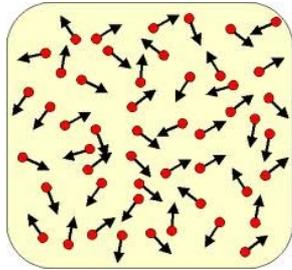


少なくとも部分的には  
破れている

非平衡系に対して

いかに粗視化を行い、ミクロとマクロを繋ぐか

# ミクロとマクロ



ミクロ



粗視化

温度

エントロピー

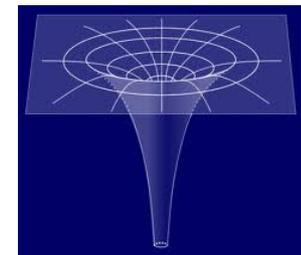
(自由エネルギー)

マクロ

このような物理量を  
いかに抽出できるか？

温度やエントロピーなどが  
「粗視化を経ずに」出て来る例：

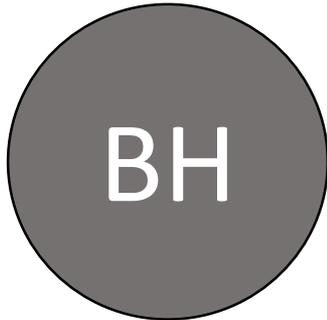
ブラックホール



# ブラックホール

アインシュタイン方程式 (2階の非線形偏微分方程式)  
を解いて得られる解 (時空) の一つ

Bekenstein、Hawking:



BHの表面積: エントロピー

BHの表面重力: 温度

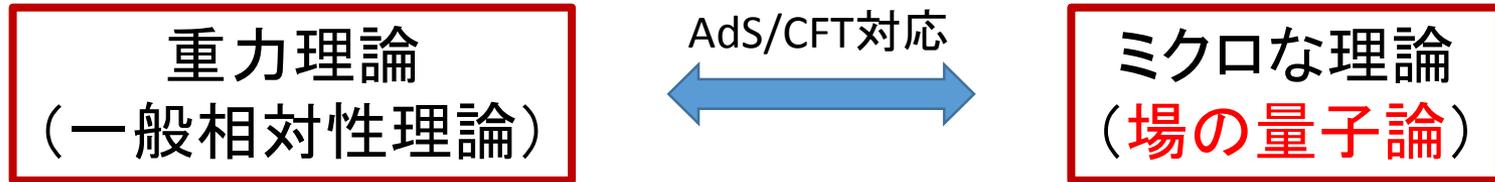
微分方程式を解いて得られる量を読むだけで  
マクロ量が得られている。

何の? (対応するミクロ理論は?)

# AdS/CFT対応

[Maldacena, 1997]

ゲージ・重力対応、ゲージ・string対応、holographyなど、さまざまな呼称がある。



String理論での考察を経て  
この対応関係を詳細かつ具体的に同定した。

## 重力理論側

- 粗視化後のマクロな物理量が「直接」得られる。
- 経路積分後の結果(自由エネルギー、キュムラント母関数)が、古典運動方程式を解くだけで得られる。

(経路積分をしてくれる)  
“スーパーコンピュータ的”な役割

# AdS/CFT対応の具体例

[Maldacena, 1997]

AdS<sub>5</sub> × S<sup>5</sup> 上の  
10次元 Type IIB  
Supergravity理論



SU(Nc) large-Nc  
N=4 Super-Yang Mills 理論  
(強結合極限)

QCD的な理論ではあるが、  
ゲージ群のランク無限大 (large-Nc)  
QCDに無い自由度も入っている。  
.....しかし、

このようないくつかの**マイクロ理論**については、  
**粗視化後の物理を直接読み取るための**  
カラクリが用意されたことになる。

これを用いて何をするか？

# 何をするか？

ここでは、

- 非平衡定常状態における相転移の臨界現象
- 非平衡定常状態における揺らぎと散逸の関係

## 考え方

非平衡定常状態におけるマクロ物理量の  
できるだけ「普遍的」な物理を明らかにしたい。  
(わりと普遍的かも知れない物理)

「わりと普遍的かも知れない物理」:

(微視的理論の詳細にあまり依存しないと期待され、)  
一定の条件のもと、広い範囲の系で共通に見られる物理。

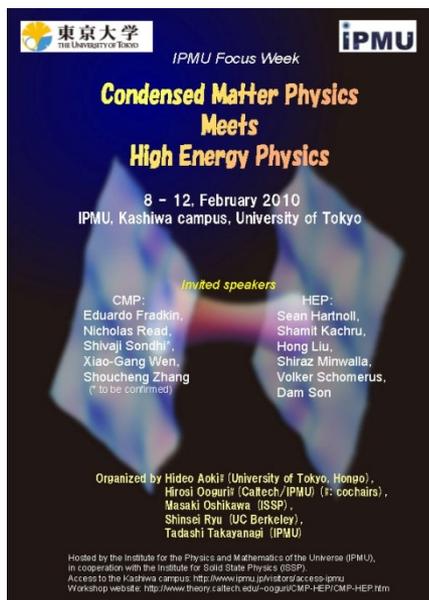
# 新奇**非平衡相転移**の解析

# IPMU Focus Week

## Condensed Matter Physics Meets High Energy Physics

hosted by the [Institute for the Physics and Mathematics of the Universe](#) (IPMU),  
in cooperation with the [Institute for Solid State Physics](#) (ISSP).

February 8 - 12, 2010, in the main auditorium of IPMU



### Organizers (\*: co-chairs)

[Hideo Aoki](#)\* (Department of Physics, University of Tokyo),

[Hiroshi Ooguri](#)\* (Caltech & IPMU, University of Tokyo),

[Masaki Oshikawa](#) (ISSP, University of Tokyo),

Shinsei Ryu (University of California at Berkeley),

[Tadashi Takayanagi](#) (IPMU, University of Tokyo).

IPMU: 東京大学・数物連携宇宙研究機構

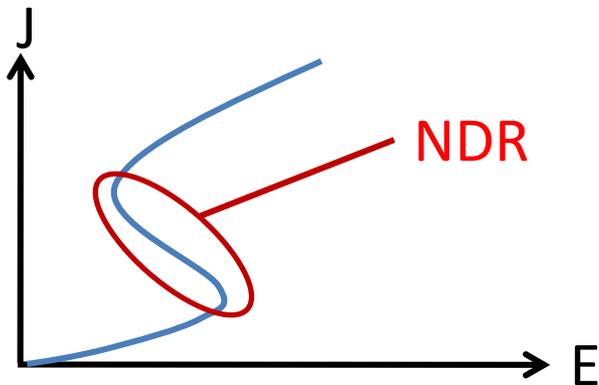
# 物性研究者との交流

当時、東大本郷にいらした青木秀夫さん、岡隆史さんから、強相関電子系の絶縁体に関して興味深いお話を伺った。

「強相関電子系の絶縁体では**負性微分抵抗**が**広く一般的**に観測される。」

負性微分抵抗 (NDR: Negative Differential Resistivity)

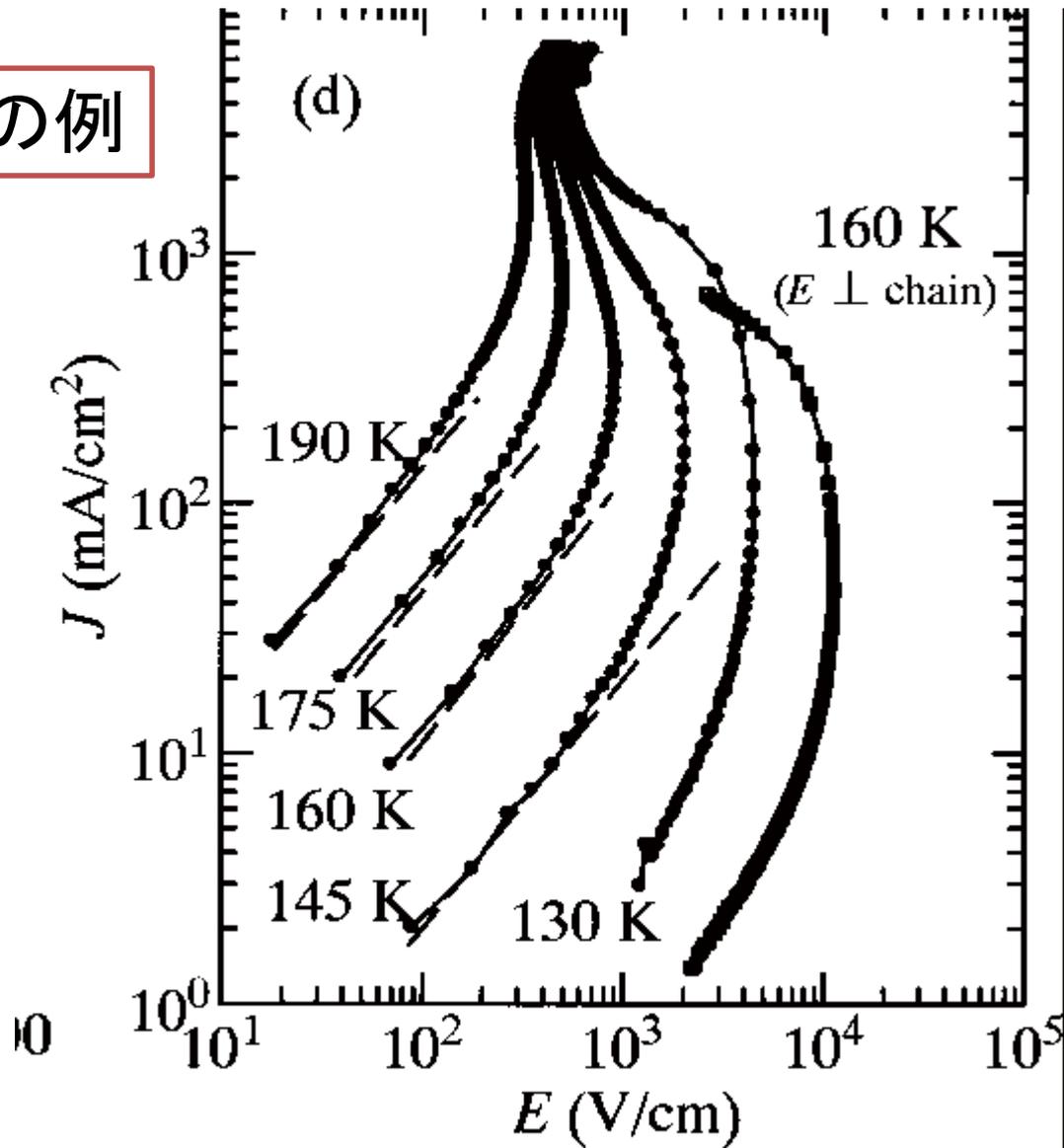
物質を流れる**電流が増す**と**電位差が減少**する特異な電気伝導特性。  
通常、強相関絶縁体でNDRが見られる場合は、電流は電場の**多価関数**となる。



非線形領域における  
非平衡定常状態の物理

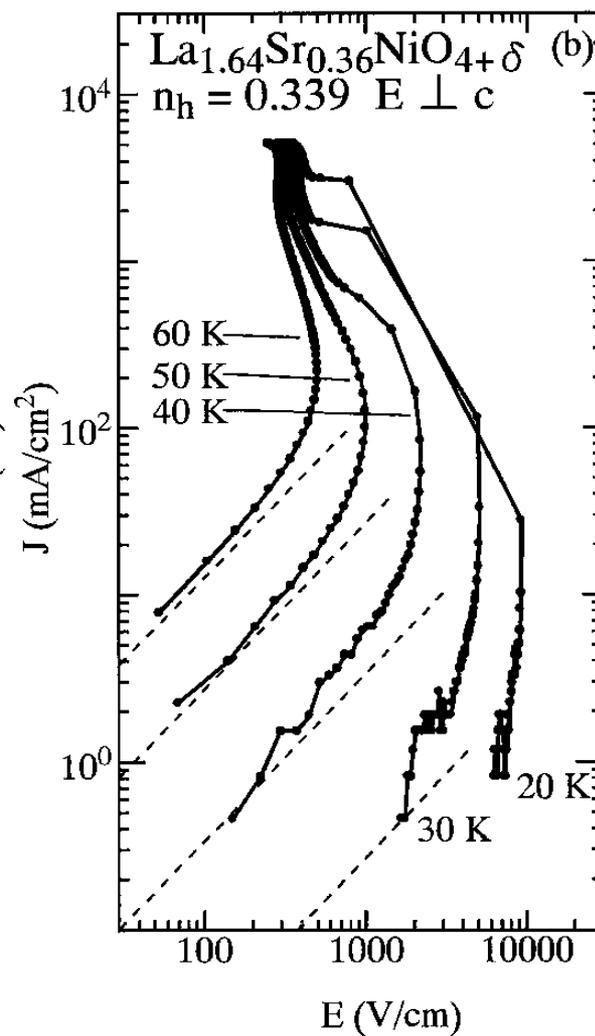
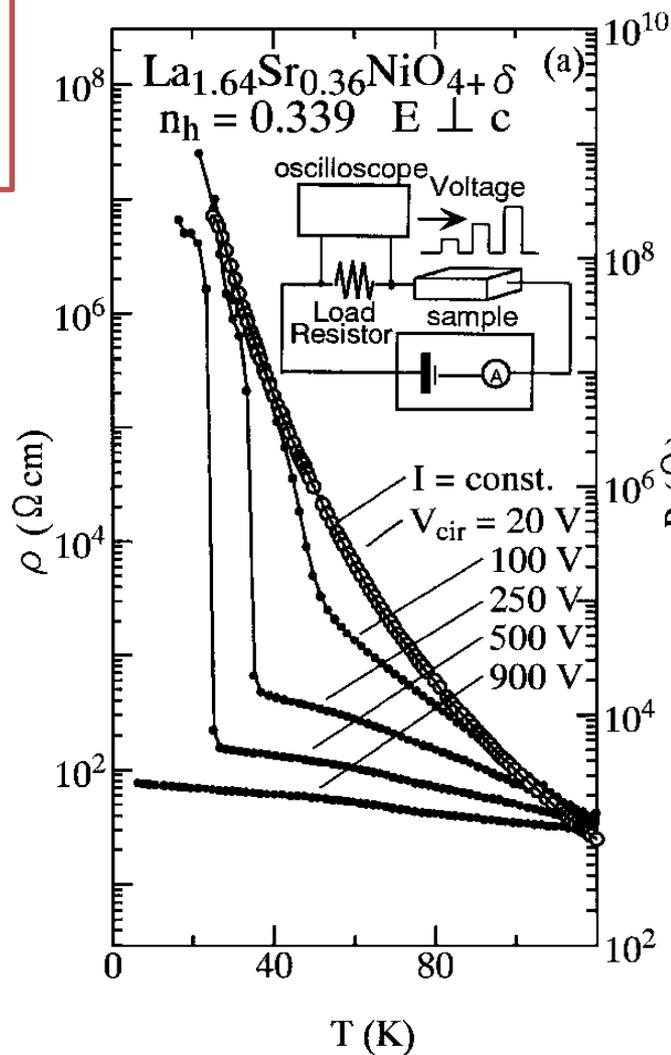
# 実験データの例

SrCuO<sub>2</sub>  
(1d Mott)



# 実験データの例

Charge order insulator



# 実験データの例

Tetrathiafulvalene-  
p-chloranil (TTF-CA)

Neutral-ionic transition  
のある系

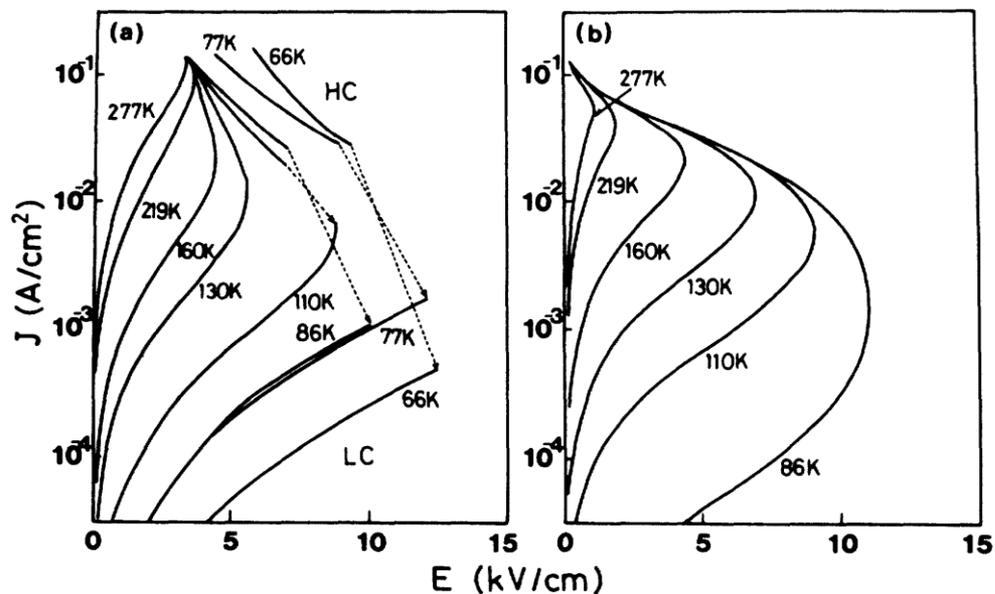


FIG. 3. (a) Experimental and (b) calculated  $J$ - $E$  characteristics of TTF-CA crystal at various temperatures. Sudden current jumps between the low-conductive (LC) states and high-conductive (HC) states are shown only for the HC-to-LC switching to avoid confusion.

Y. Tokura et. al., PRB38(1988)2215.

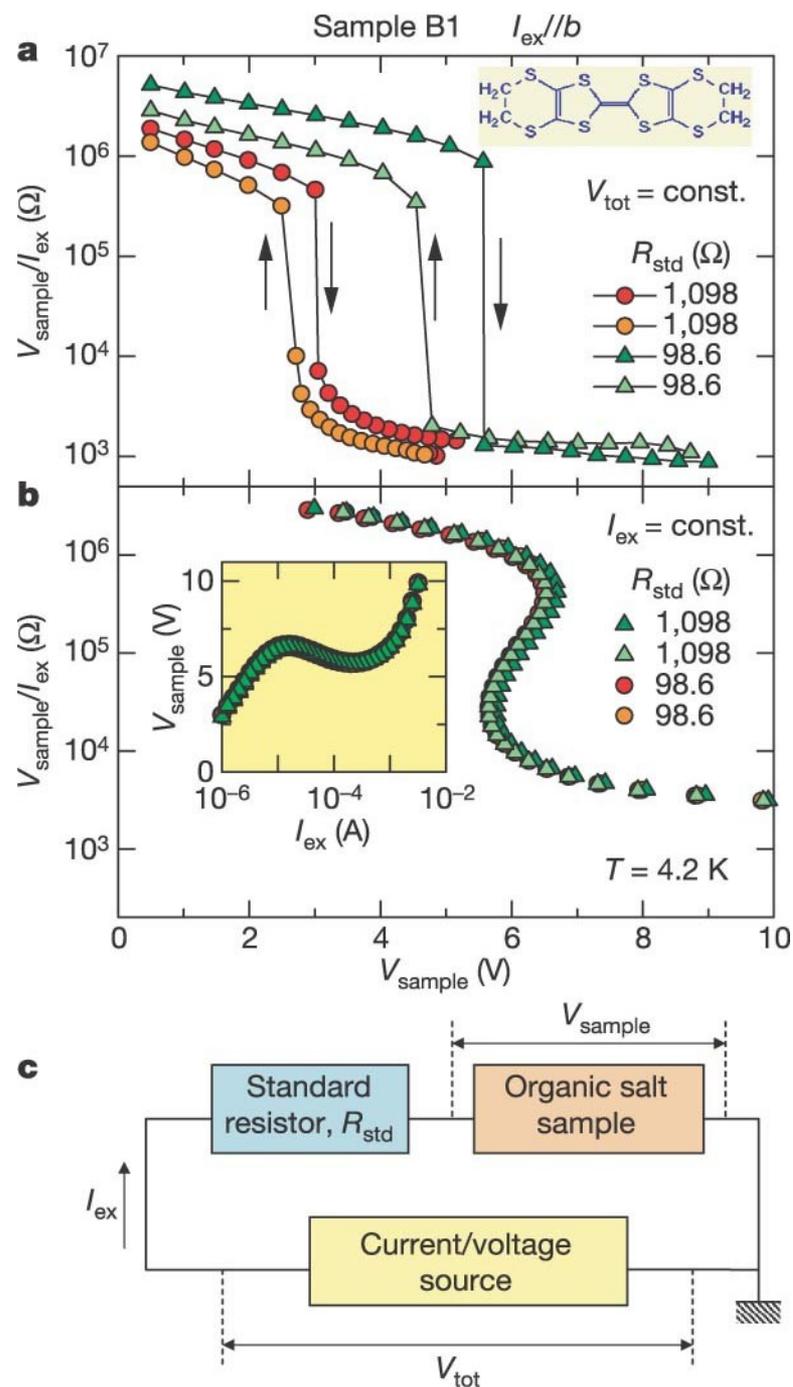
# 実験データの例

$\theta$ -(BEDT-TTF)<sub>2</sub>CsCo(SCN)<sub>4</sub>  
crystal at 4.2 K.

Charge order insulator

「電流は電圧の多価関数」:  
実際は電圧を電流の関数として  
測定している。電圧は電流の一価関数。

F. Sawano et. al., Nature 437 (2005) 522.



# AdS/CFT対応を用いて 負性微分電気伝導が得られるか？

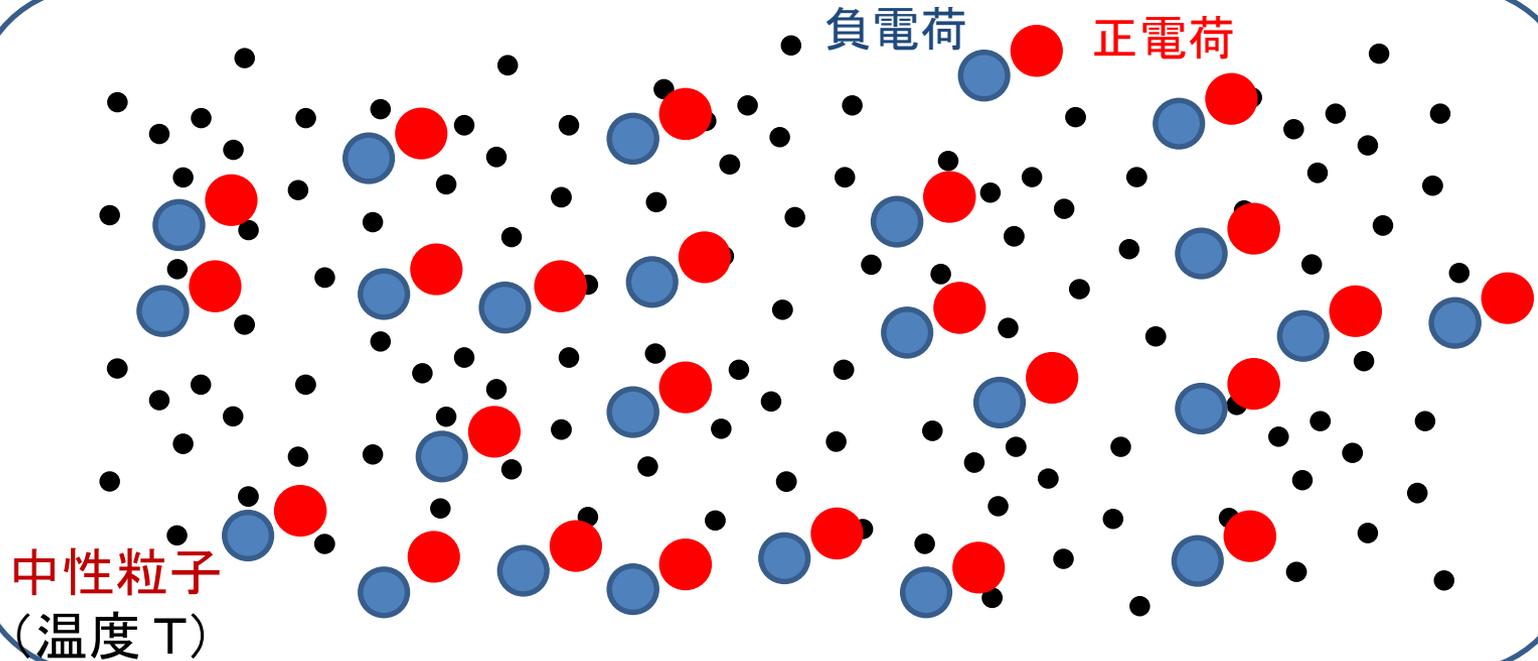
## 用いるマイクロ理論

- **正と負**の荷電粒子が存在
- 荷電粒子間の引力を媒介する**中性粒子**が存在
- **強結合理論**(平均自由行程は短い)
- **無限体積系**(メソスコピック系ではない)
- 全体として**中性**だが、**絶縁破壊**により電流が流れる。  
(**強相関絶縁体**)
- 中性粒子の内部自由度を無限に大きくとり (large- $N_c$ )、  
中性粒子のセクターを**熱浴**として用いる。

具体的には、  $SU(N_c)$  large- $N_c$   $N=4$  Super-Yang Mills 理論  
+  $N=2$  hyper-multiplet

# セットアップ

無限体積系



- 中性粒子 (外部電場から見た中性粒子) はフォノンのような役割を果たす。中性粒子の自由度が無限に大きい極限をとり、散逸を吸収する「熱浴」の役割を果たすようにする (温度  $T$ )。
- 正電荷・負電荷 (外部電場から見た荷電粒子) は電子・正孔の役割を果たす。互いに相互作用する多粒子系だが、温度の概念は要請しない。

# AdS/CFT対応を用いた計算結果

[S.N. PTP124(2010)1105]

[S.N. PRL 109 (2012) 120602]

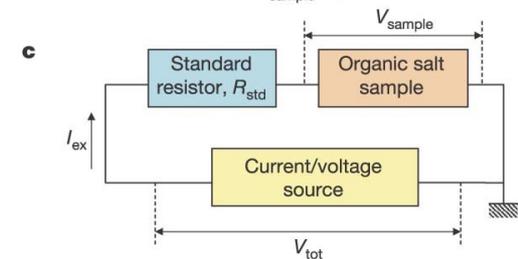
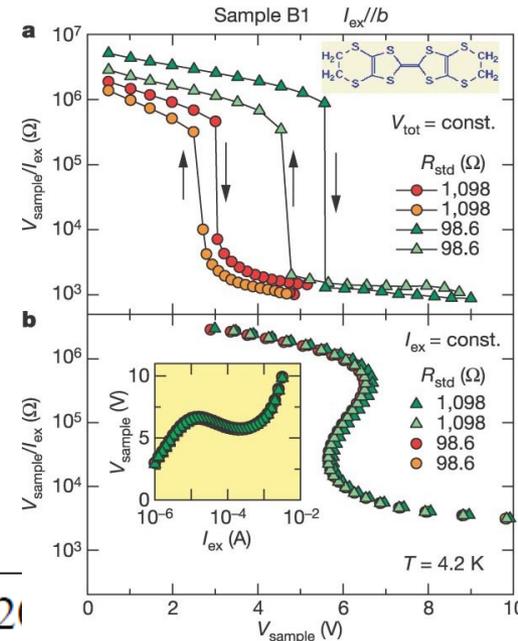
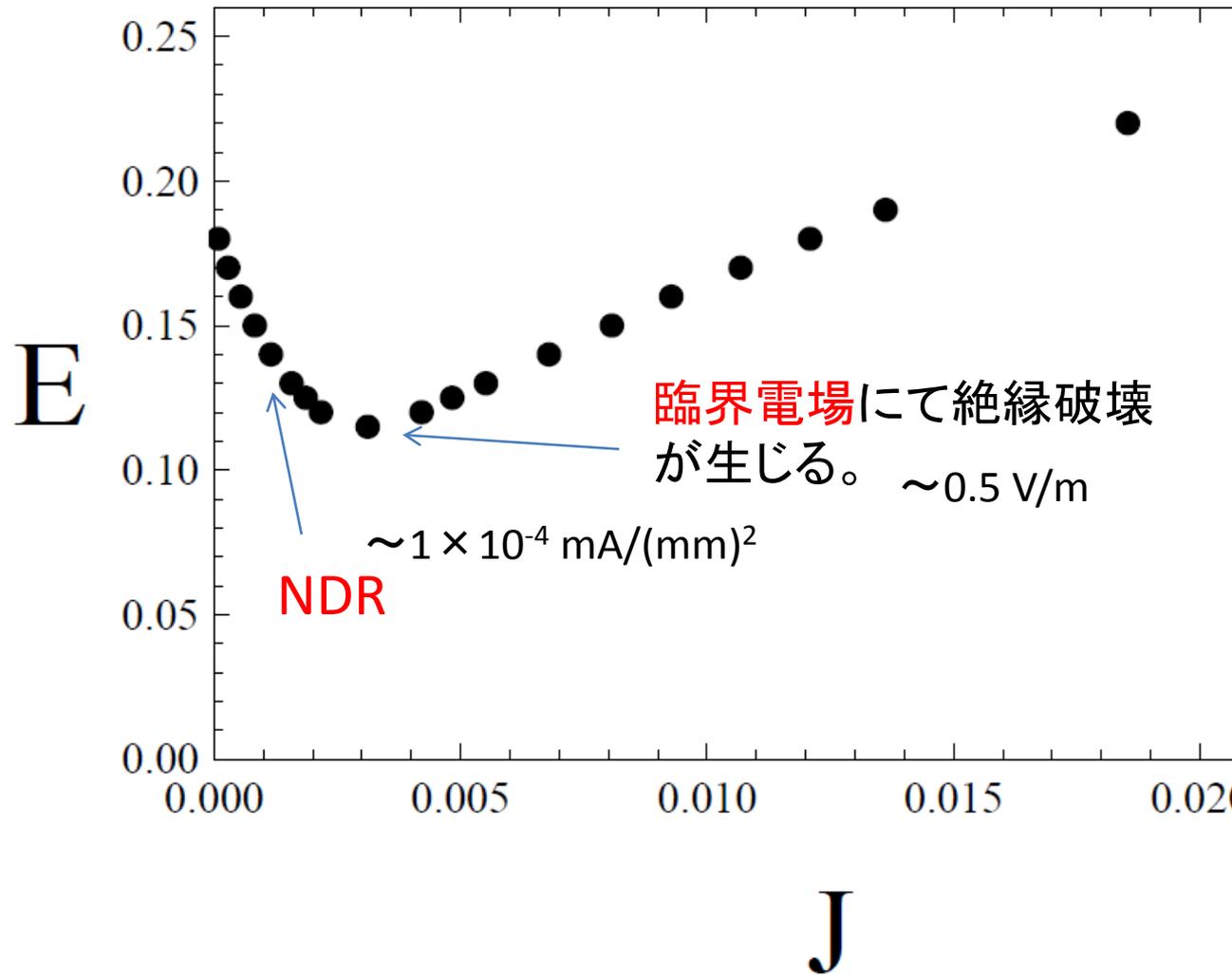
[M. Matsumoto and S.N. PRD 98 (2018) 106027]

温度:  $\sim 5$  K  
 クーロン相互作用から  
 読み取る微細構造定数:  $\sim 0(1)$

# J-E characteristics

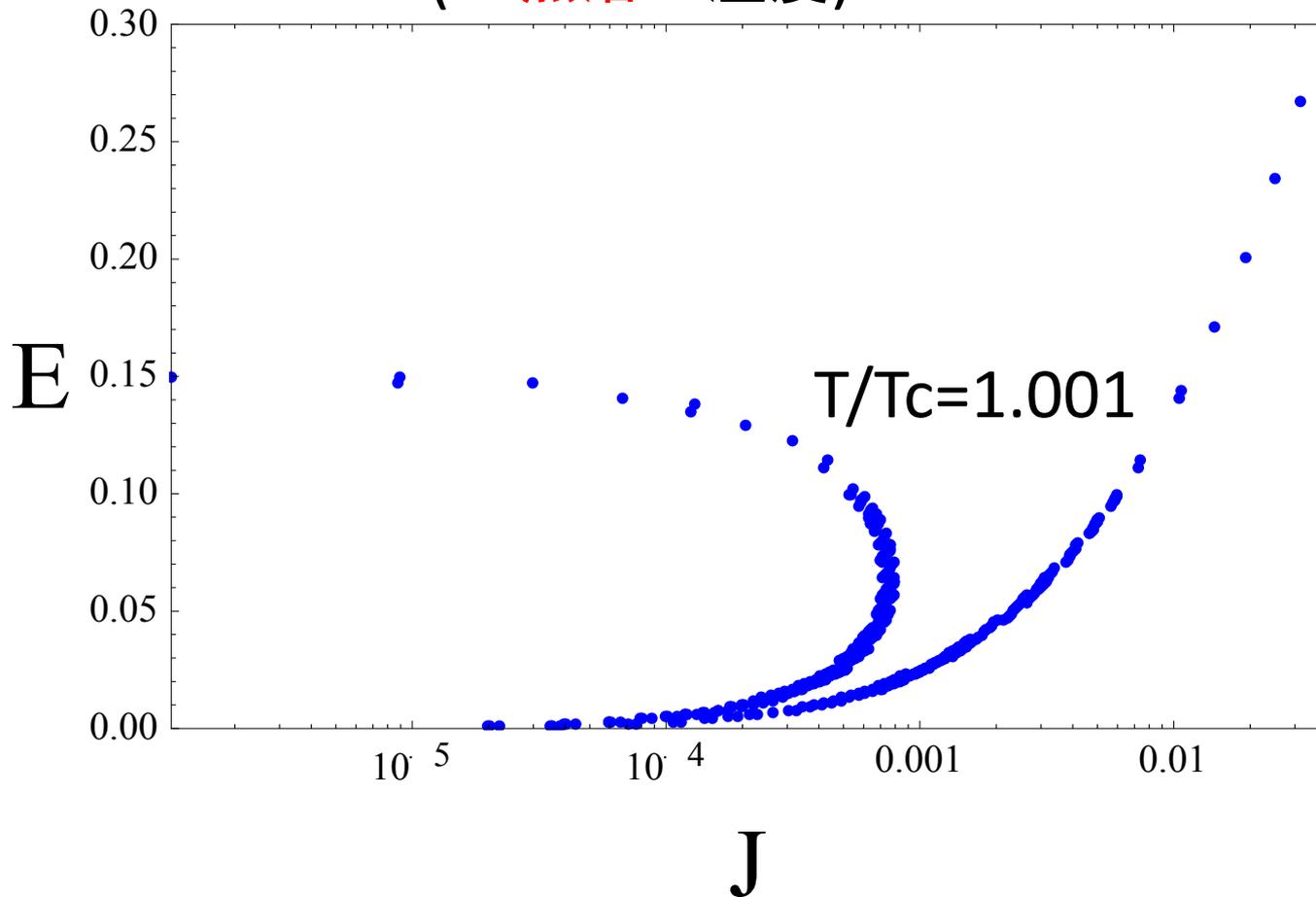
[S.N. PTP124(2010)1105]

スケール単位を meV  
 (ミリelectron volt)  
 にすると.....



# 非線形電気伝導度のT依存性

(T: 熱浴の温度)



[S.N. PRL 109(2012)120602]

# 熱浴の温度

# J-E特性

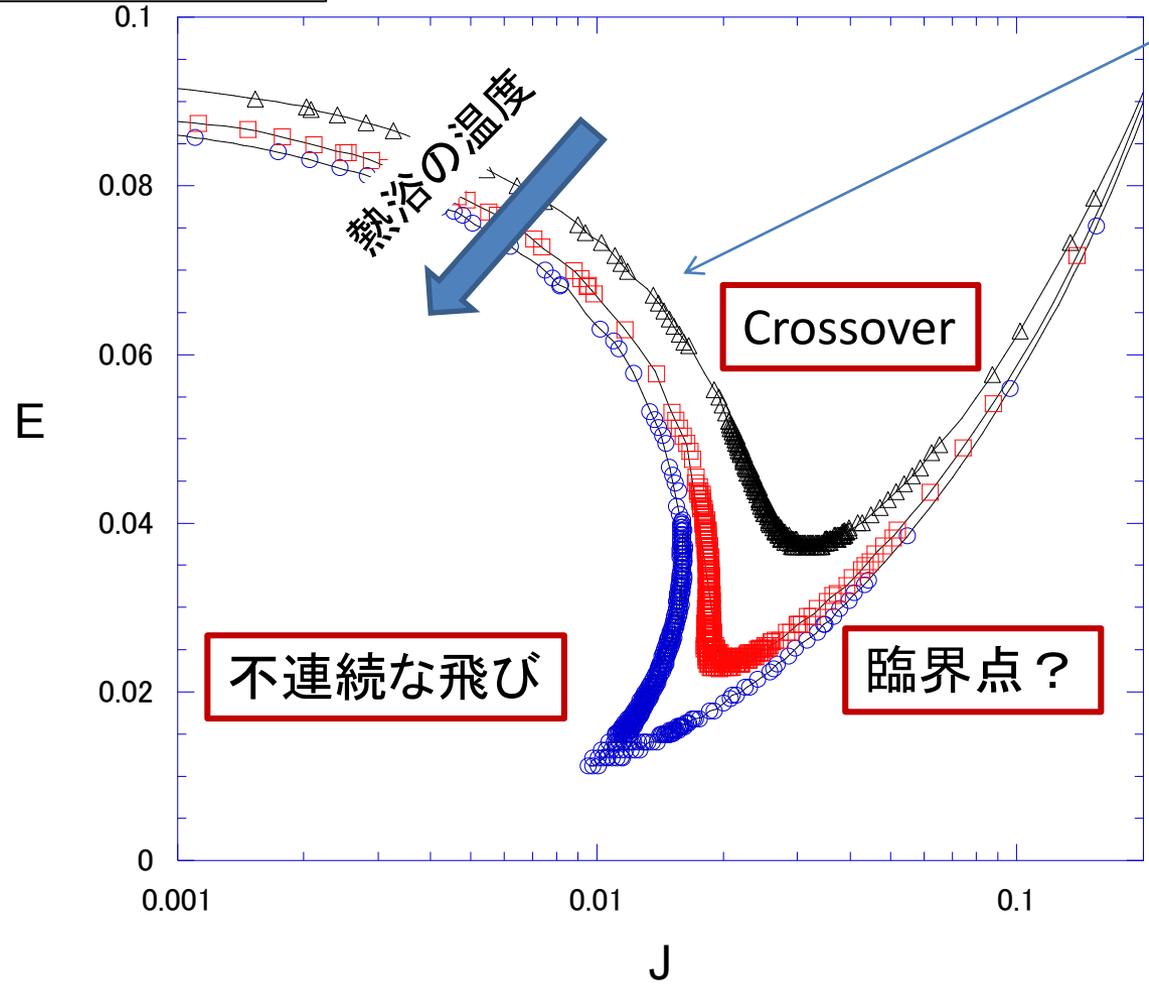
S.N. PTP124(2010)1105.

- △ :  $T=0.34337$
- :  $T=0.34365=T_c$
- :  $T=0.34379$

負性微分抵抗/  
負性微分伝導度

強相関電子系の  
絶縁体で一般に  
見られる。

(See, e.g.  
[Oka, Aoki, arXiv:0803.0422])



# 転移点をどのように決めるか

[S.N. PRL 109(2012)120602]

平衡系の場合:

自由エネルギー(熱力学ポテンシャル)を計算し、可能な解(相)のうち自由エネルギーが最も低いものを選ぶ。大小関係が逆転する点で相が転移する。

ここでは非平衡系を扱っているため、

- ・自由エネルギーの概念が存在するのか、
- ・また存在するとしたらどのように計算できるのか、

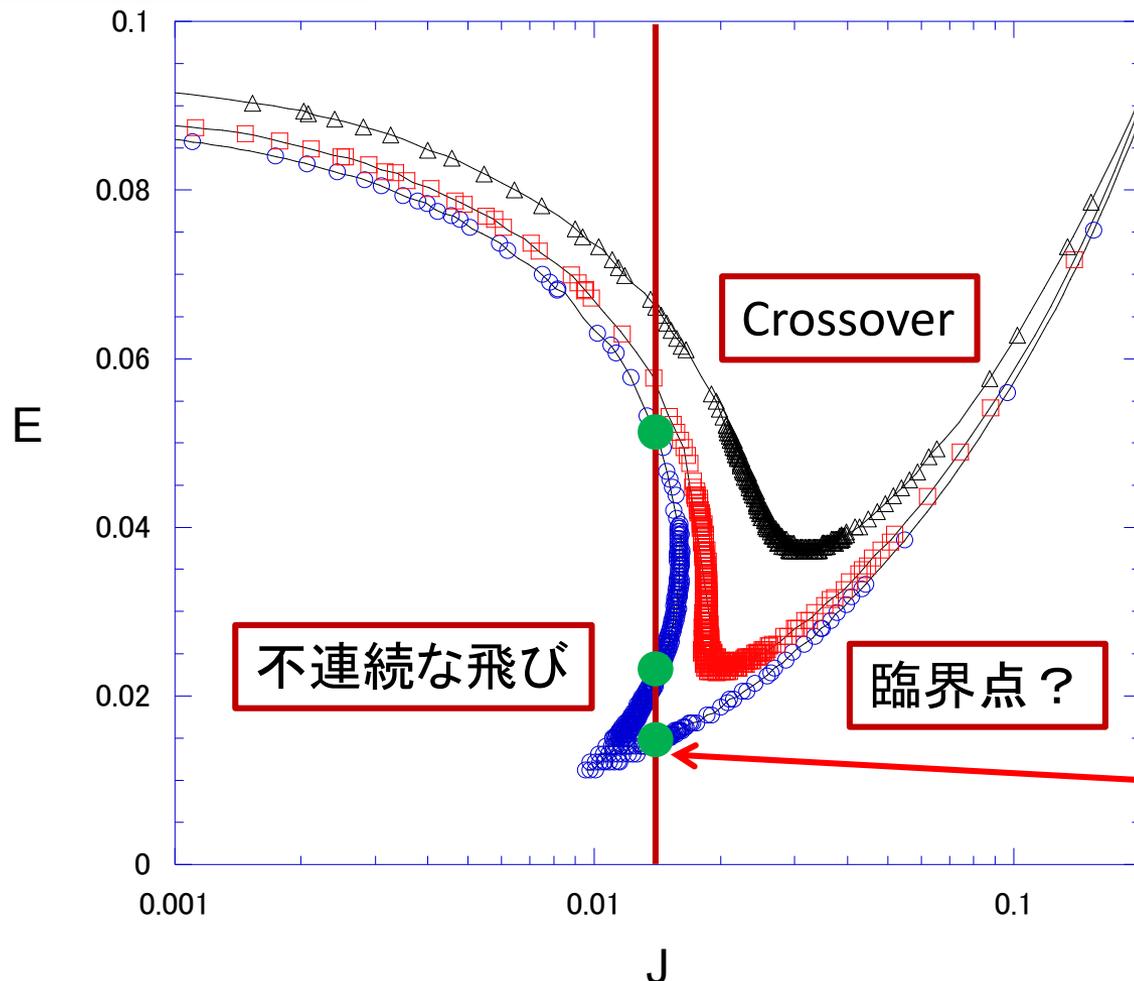
これ自身が統計物理学上の重要問題である。

- ・しかし、古典重力という全く異なるpictureに移ることで、見通しがでてくる。(AdS/CFT対応の利点と言える。)

## 熱浴の温度

- $\Delta$  :  $T=0.34337$
- $\square$  :  $T=0.34365=T_c$
- $\circ$  :  $T=0.34379$

# J-E特性

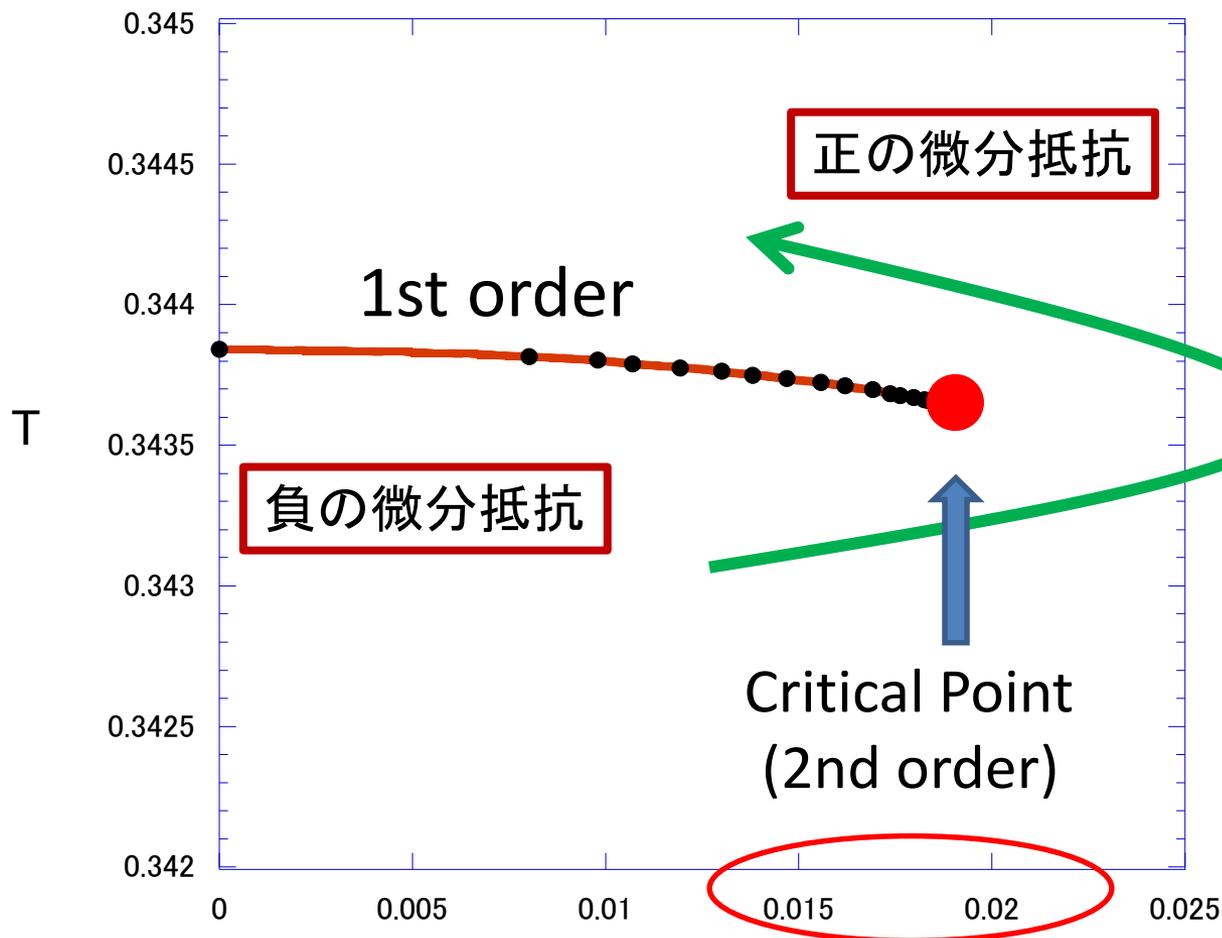


Jが与えられた  
非平衡定常状態  
において、どれが  
最も安定に実現  
されるかという問題。

重力側のHamiltonian  
を数値的に調べると  
常にこれが最も小さい  
値をとる。

少なくとも、この系は散逸が少ない方を好む。

# 相図

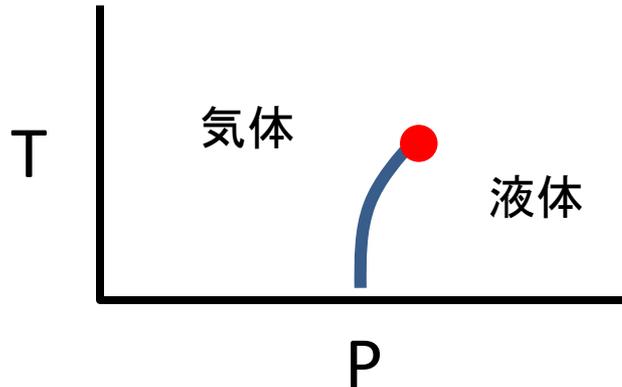


回り込むことが  
可能: 対称性の  
破れ(回復)は  
ない。

平衡系の  
気・液相転移  
Mott転移  
に似ている。

J 非平衡定常状態

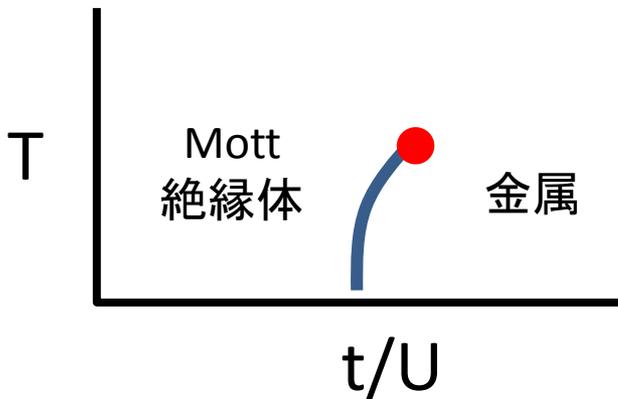
# 臨界現象 (平衡系)



気体－液体相転移 (平衡系)

$$n_L - n_g \propto (T_C - T)^\beta$$

密度差



Mott 転移 (平衡系)

Mott転移では「密度」のかわりに  
伝導度  $\sigma$  が用いられている。

P. Limelette et al., Science 302 (2003) 89.

F. Kagawa et al., Nature 436 (2005) 534.

- 両者は同じ **universality class** = **Ising** universality class
- 平均場近似では  $\beta=1/2$

そこで、

$$\sigma_{\text{PDR}} - \sigma_{\text{NDR}} \propto (T - T_C)^\beta$$

伝導度の差

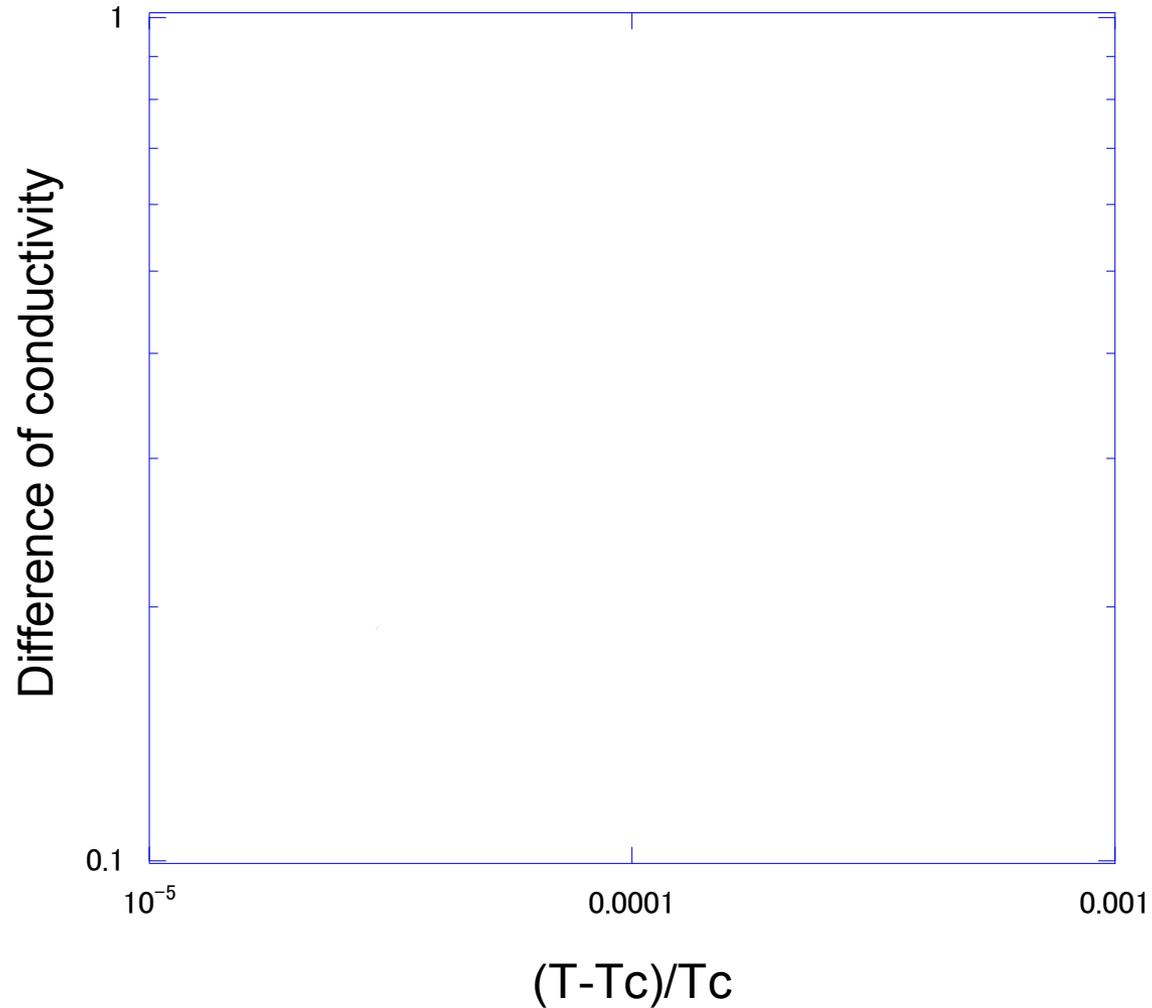
熱浴の温度

PDR: 正の微分抵抗

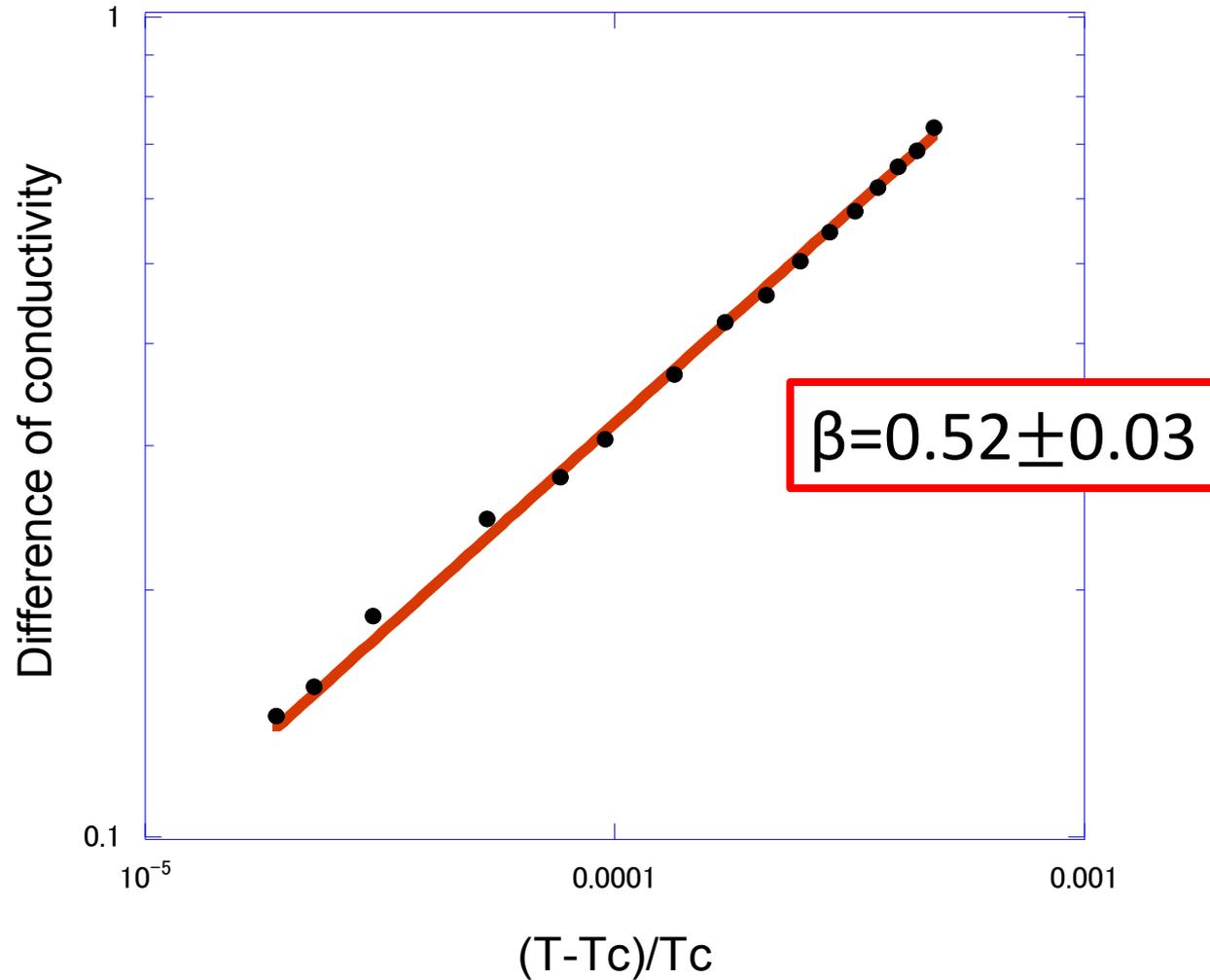
NDR: 負の微分抵抗

として、とりあえず、これを見てみよう。

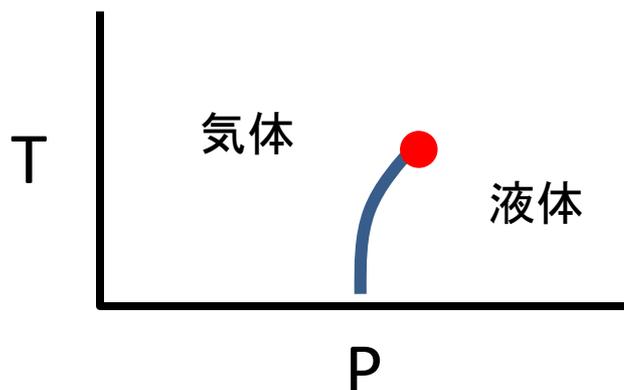
# 伝導度の飛びの振る舞い



# 伝導度の飛びの振る舞い

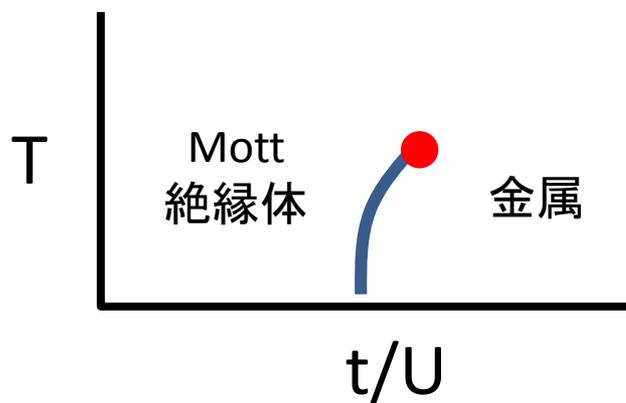


# 他の臨界指数は？（平衡系）



気体－液体相転移（平衡系）

$$(n - n_c) \Big|_{T=T_c} \propto |P - P_c|^{1/\delta}$$



Mott 転移（平衡系）

$$(\sigma - \sigma_c) \Big|_{T=T_c} \propto |P - P_c|^{1/\delta}$$

圧力

- 平均場近似では  $\delta=3$

# 新しい臨界指数を定義

我々のsetupにはコントロールパラメータとしての  
圧力が存在しない。(無限体積系)

手持ちのコントロールパラメータで残っているもの:

J

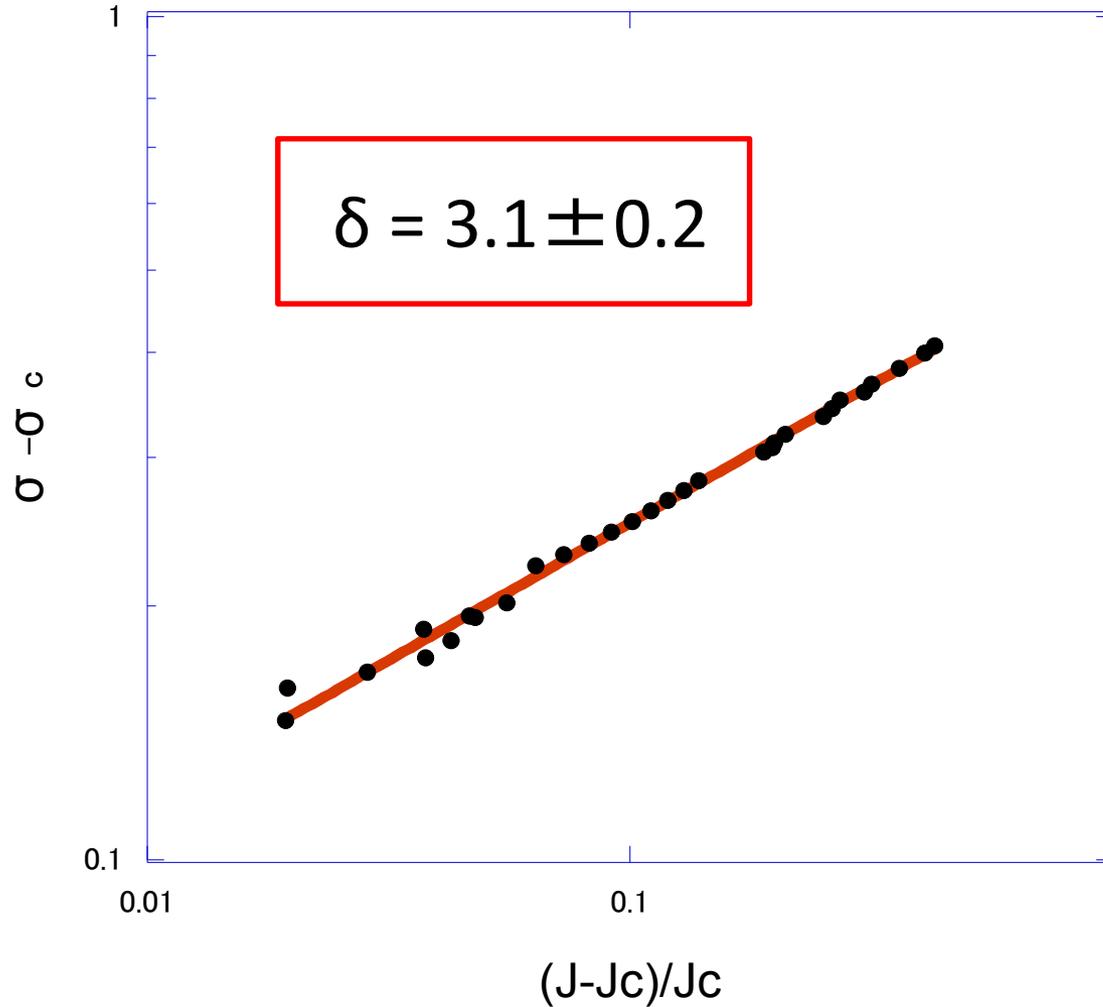
本質的に非平衡系の物理量

提案

$$(\sigma - \sigma_c) \Big|_{T=T_c} \propto |J - J_c|^{1/\delta}$$

で臨界指数  $\delta$  を定義する。

# $\delta$ は意味を成すか？



# $\gamma$ の計算

[M. Matsumoto and S.N. PRD 98 (2018) 106027]

# $\gamma$ の計算に向けて

平衡系(磁性体)

ここまでの結果

$$M \propto |T - T_c|^\beta \quad \sigma_{\text{PDR}} - \sigma_{\text{NDR}} \propto |T - T_c|^\beta \quad \beta = \frac{1}{2}$$

$$M \propto |H - H_c|^{1/\delta} \quad \sigma - \sigma_c \propto |J - J_c|^{1/\delta} \quad \delta = 3$$

どうやら

$$M \rightarrow \sigma \quad H \rightarrow J$$

の置き換えが成立している?

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} \rightarrow \chi = \frac{\partial \sigma}{\partial J}$$

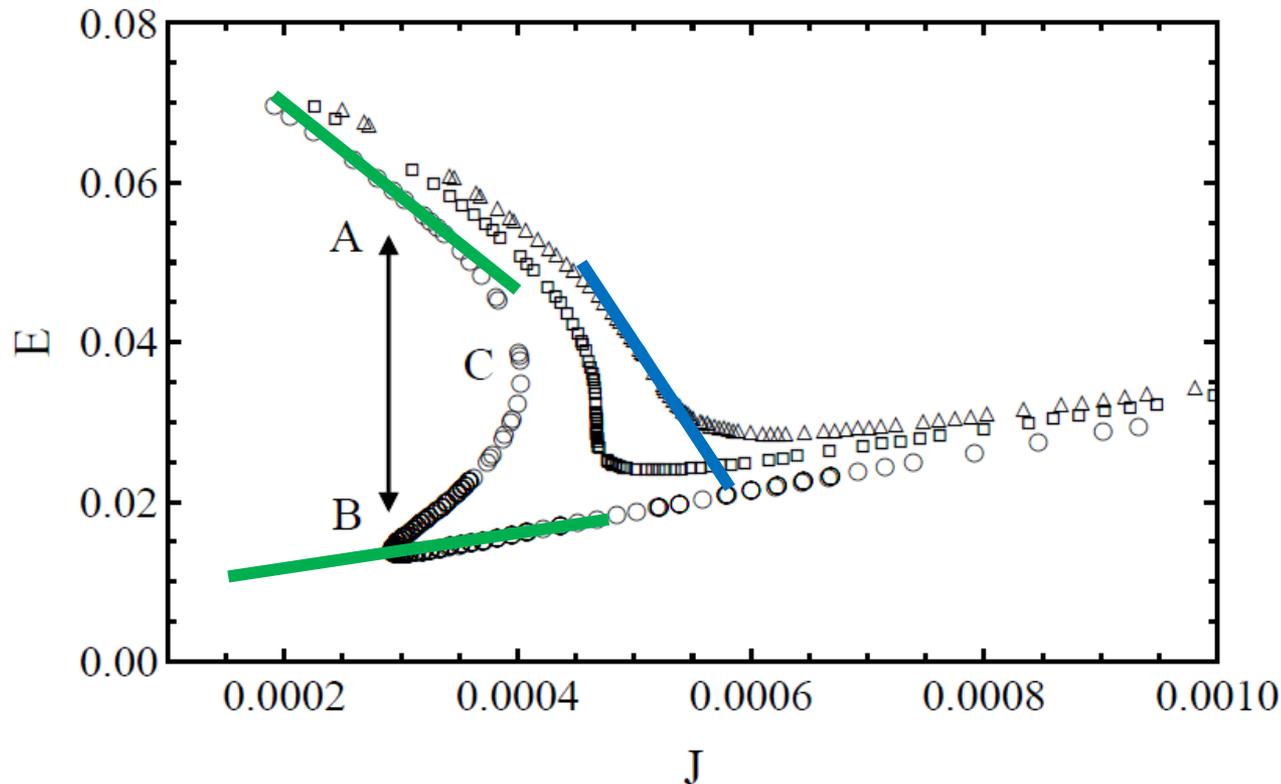
$$\chi \propto |T - T_c|^{-\gamma} \quad \gamma = 1 \quad ?$$

# 「感受率」の計算

$$\sigma = J/E$$

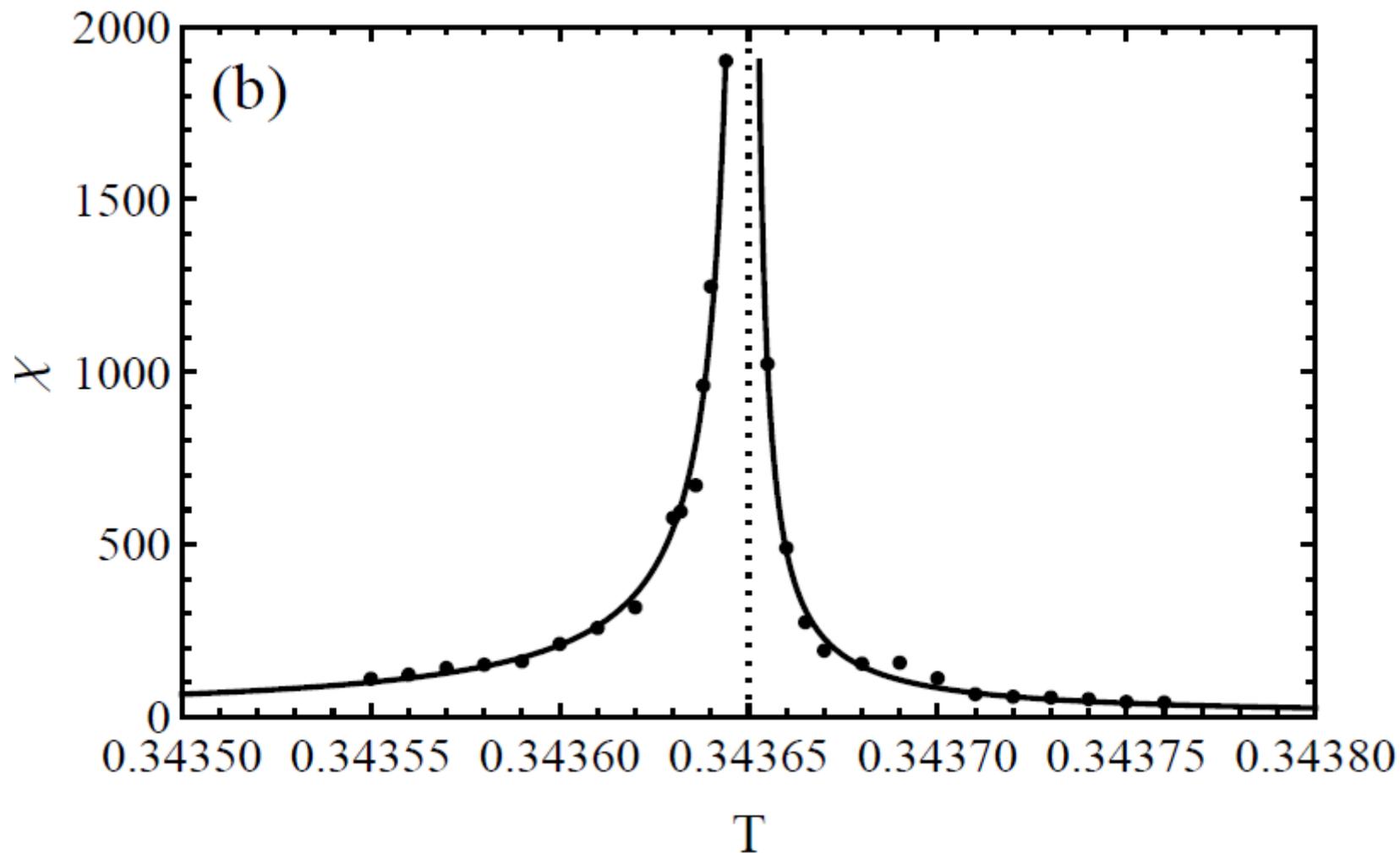
$$\chi = \frac{\partial \sigma}{\partial J} = \frac{1}{E} - \frac{J}{E^2} \frac{\partial E}{\partial J}$$

$J$ 、 $E$ および  
微分抵抗率から計算できる。



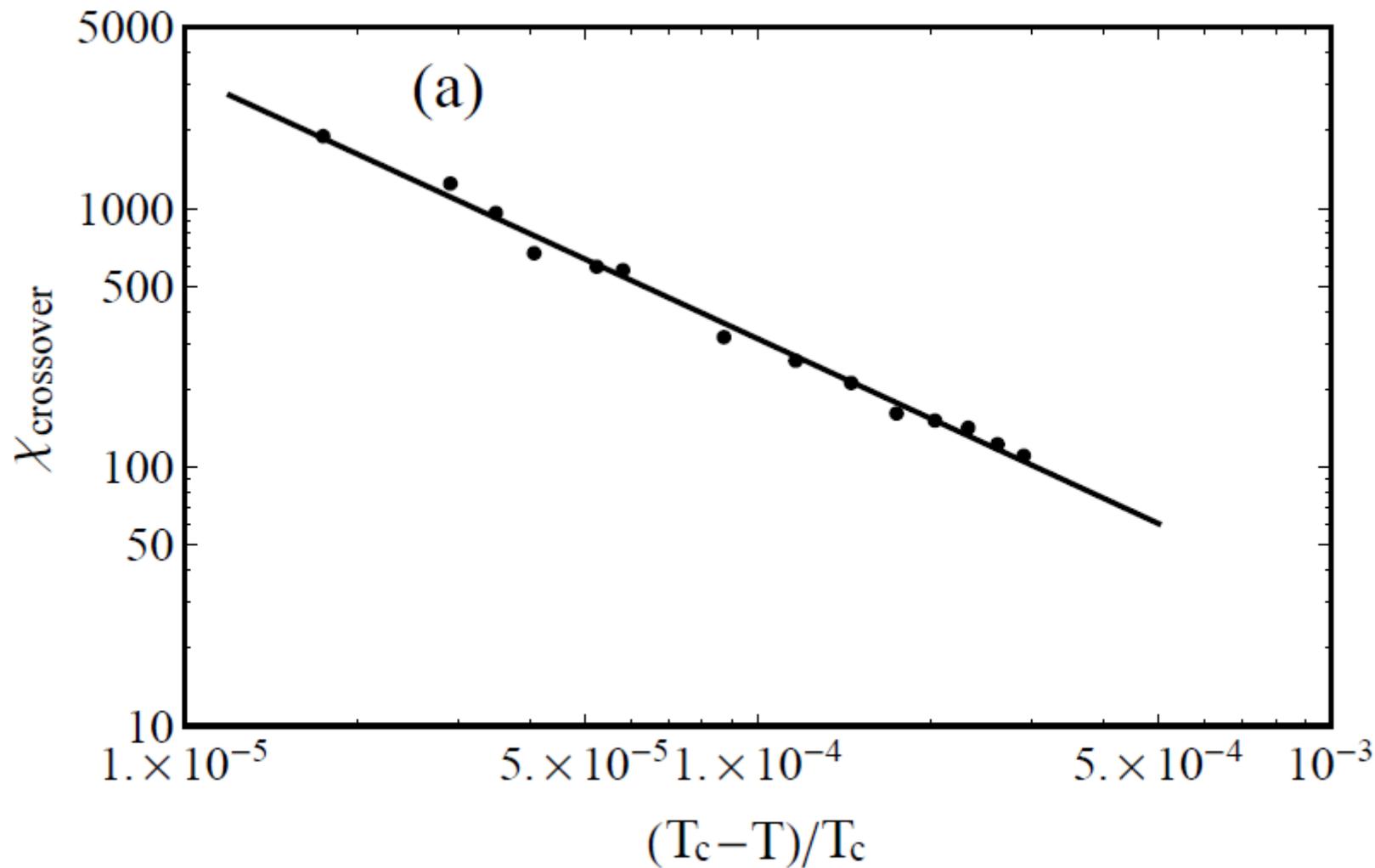
# 計算結果

# 「感受率」の振る舞い



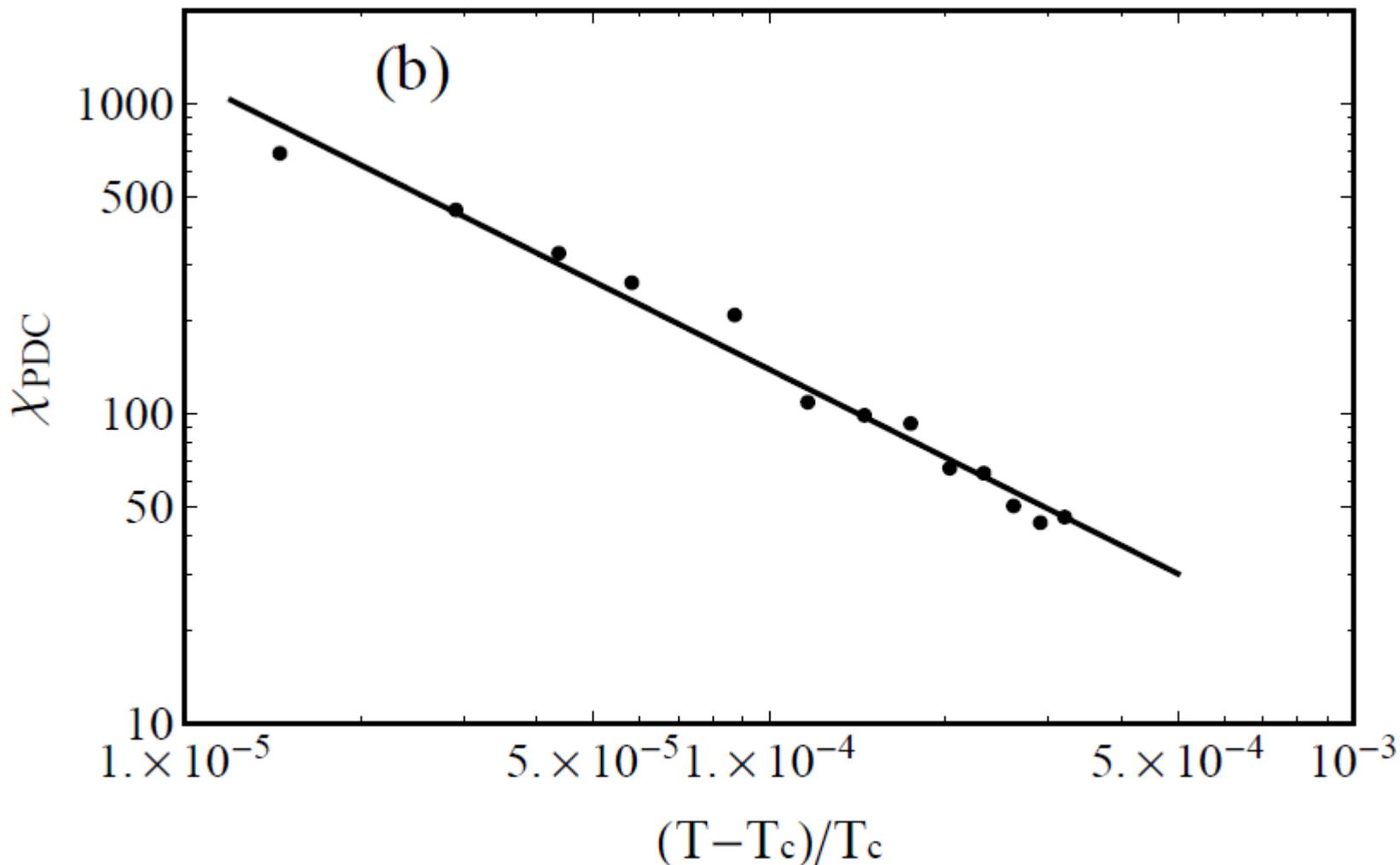
# 臨界指数の計算

crossover 側



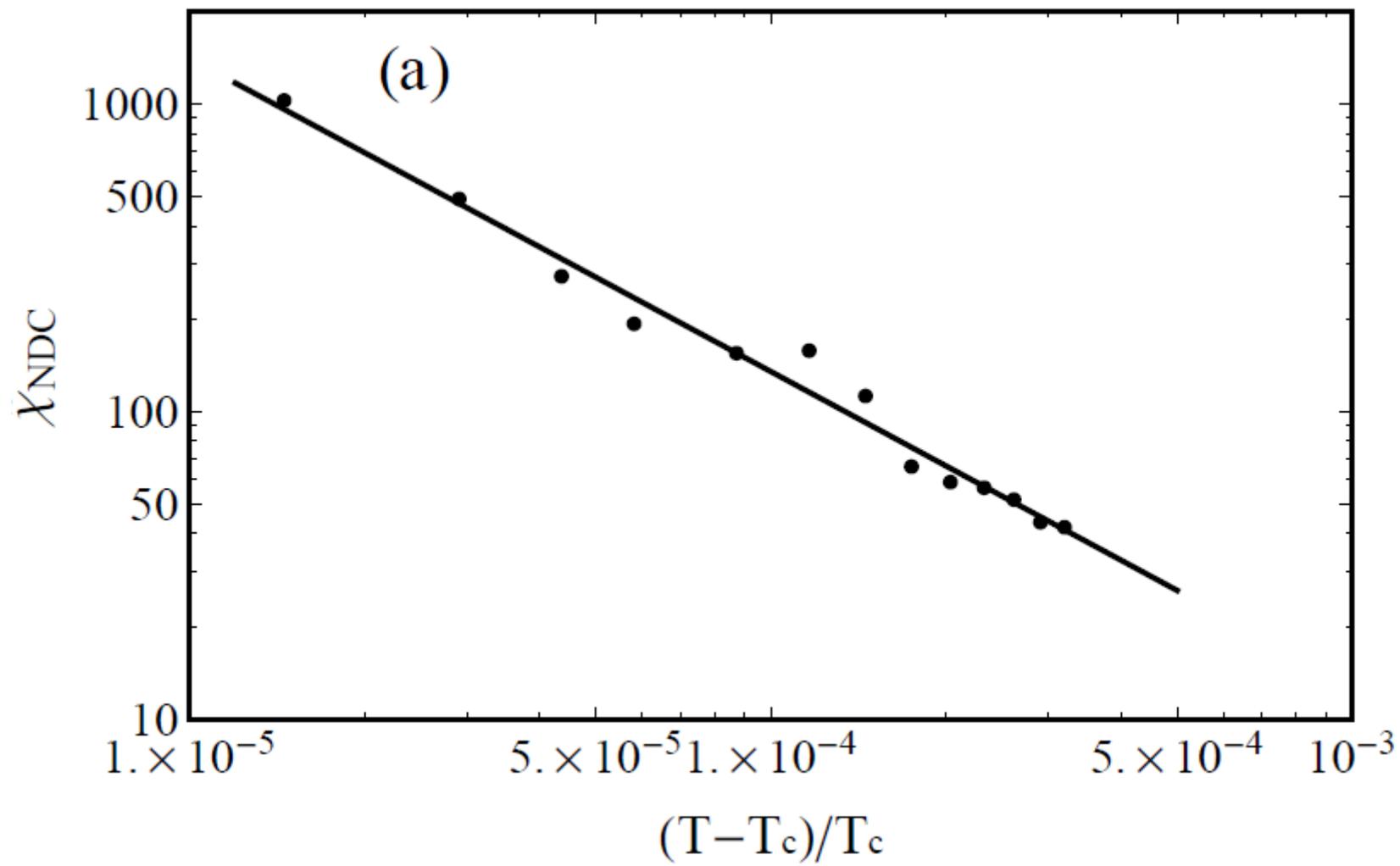
# 臨界指数の計算

一次転移PDC側



# 臨界指数の計算

一次転移NDC側



# 臨界指数および臨界振幅比

$$\chi_{\text{cross}} = 1.022 \pm 0.025$$

$$\chi_{\text{PDR}} = 1.014 \pm 0.042$$

$$\chi_{\text{NDR}} = 1.018 \pm 0.043$$

$$\chi = 1$$

## 臨界振幅比

$$\chi_{\text{cross}}/\chi_{\text{NDR}} = 2.2 \pm 0.4$$

$$\chi_{\text{cross}}/\chi_{\text{PDR}} = 2.0 \pm 0.4$$

$$\text{臨界振幅比} = 2$$

Landau理論の値と「**整合**」

# 臨界現象と臨界指数

Landau理論

本研究

背後に「Landau」理論？

$$M \rightarrow \sigma \quad H \rightarrow J$$

$$\alpha \quad C_v \propto |T - T_c|^{-\alpha} \quad \alpha = 0$$

該当なし

$$\beta \quad M \propto |T - T_c|^\beta \quad \beta = \frac{1}{2}$$

$$\beta = \frac{1}{2}$$

$$\gamma \quad \chi \propto |T - T_c|^{-\gamma} \quad \gamma = 1$$

$$\gamma = 1$$

$$\delta \quad M \propto |H - H_c|^{1/\delta} \quad \delta = 3$$

$$\delta = 3$$

臨界振幅比

$$\chi_{M=0} / \chi_{M \neq 0} = 2$$

$$\chi_{\text{cross}} / \chi_{1\text{st}} = 2$$

# 臨界現象と臨界指数

秩序変数にchiral condensateを用いても「うまく」いく。

本研究

$$M \rightarrow \langle \bar{\psi}\psi \rangle \quad H \rightarrow J$$

$$\alpha \quad C_v \propto |T - T_c|^{-\alpha} \quad \alpha = 0$$

該当なし

$$\beta \quad M \propto |T - T_c|^\beta \quad \beta = \frac{1}{2}$$

$$\beta = \frac{1}{2}$$

$$\gamma \quad \chi \propto |T - T_c|^{-\gamma} \quad \gamma = 1$$

$$\gamma = 1$$

$$\delta \quad M \propto |H - H_c|^{1/\delta} \quad \delta = 3$$

$$\delta = 3$$

臨界振幅比

$$\chi_{M=0}/\chi_{M \neq 0} = 2$$

$$\chi_{\text{cross}}/\chi_{1\text{st}} = 2$$

# 考察とコメント

(**今後**の予定・方向性)

# この臨界現象を記述する Landau理論的モデルを構成できるか？

Landauの擬自由エネルギー

$$F(M) = F_0 + aM^2 + bM^4 - HM$$

$M$ : 秩序変数(磁化)    $H$ : 磁場       $a = k(T - T_c)$

$$M \rightarrow \langle \bar{\psi}\psi \rangle \quad H \rightarrow J$$

$$M \rightarrow \sigma \quad ?$$

- 重力側のDBI作用から抽出できるか？

# Many questions

- 熱浴の温度と有効温度、どちらを用いるべき？
- 「比熱」に該当するものは？
- 他の臨界指数 ( $\eta, \nu$ ) ?  $\langle M(r)M(0) \rangle \sim \frac{e^{-r/\xi}}{r^{d-2+\eta}}$
- 動的臨界現象？  $\xi \sim |T - T_c|^{-\nu}$
- 安定性、空間的不均一性？
- 実験で確認できるか？
- 平均場を超えた計算？
- 電流密度は示強性？示量性？