KEK 大型シミュレーション実施報告書
SC-TARO グループ

QCD-TARO Collaboration (SC-TARO)

中村純 [a] 高石哲弥 [b], 日置慎治 [c], 梅田貴士 [d] 野中千穂 [e], 野村幸治 [f] and Irina PUSHKINA[g]

[a] 広島大学情報メディア教育研究センター、東広島 739-8521
[b] 広島経済大学, 広島市 731-01
[c] 帝塚山大学、奈良 631-8501
[d] 京都大学基礎物理学研究所、京都 606-8502
[e]Dept. of Physics, Duke Univ., Durham, NC 27708-0305, USA
[f] 広島大学理学研究科、東広島 739-8526
[g] 広島大学生物圏科学研究科、東広島 739-8526

1 はじめに

本研究は、格子 QCD により有限密度、有限温度のハドロンの性質を非摂動的に研究することを主たる目的として、ドイツ、スイス、スペインおよび日本の国際チームで進めている。。2003 年度は、前年に引き続き有限密度系の計算を中心として研究を遂行した。クォークとグルーオンの力学である QCD は、温度 T を上げていくと閉じ込め/非閉じ込め相転移を起こす。さらに密度 ρ (あるいは化学ポテンシャル μ) を加えた (T, ρ) 平面で QCD は非常に豊富な相構造を持つと予想されている。RHIC、SPS、KEK での実験、中性子星の観測などとその現象論的研究が近年非常に活発に進められている。日本の J-PARC、ドイツの SGI でも高密度状態の実現が期待されている。

これらの研究の基礎として、摂動論と有効理論に基づく現象論だけでなく、格子 QCD による第一原理計算が重要である。しかし、有限化学ポテンシャルにおいては、モンテカルロ計算の測度として現れるフェルミオン行列式 $\det D$ が複素数となってしまうため、格子 QCD の研究の中でもっとも難しい課題となっている。しかし、近年、有限密度の格子 QCD 計算はいくつかのグループによって活発に研究が進められ、大きな進展が見られる。低密度・高温領域では、我々のグループにより $\mu = 0$ でのクォーク凝縮 $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$ 及びハドロン質量の μ による微分を測定する手法が開発され、T_c の近傍で有限のシグナルが得られることが示された。Fodor-Katz は、

この領域で multi-parameter re-weighting 法を開発し、相転移線を計算した。Swansea-Bielefeld グループは、我々のテーラー展開法を Fodor-Katz 法に適用して大きな格子での計算を行っている。虚化学ポテンシャル法も、小さな化学ポテンシャル領域で展開を行って、数値計算により係数を決めた後に、解析接続を行う。高密度・低温領域においては、$\det D$ が実となる 2 色カラー QCD 模型、バリオン化学ポテンシャルはゼロであるが、アイソスピン化学ポテンシャルが有限であるモデルが QCD-like model として注目されている。我々はこれらの領域において、以下に報告するような研究を行ってきた。

2　ハドロンの化学ポテンシャルに対する応答

格子 QCD のシミュレーションでは、分配関数

$$Z = \mathrm{Tr}\, e^{-\beta(H-\mu N)} = \int \mathcal{D}U\mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi\, e^{-\beta S_G - \bar{\psi}\Delta\psi} = \int \mathcal{D}U \det\Delta\, e^{-\beta S_G}. \quad (1)$$

の積分をモンテカルロ法で行うが、上式のフェルミオン行列式が複素数になってしまうため、通常の $\det\Delta\, e^{-\beta S_G}/Z$ を確率とする計算を行うことができない。低温度、大化学ポテンシャル領域では $\det\Delta$ は激しく振動する。

我々は、化学ポテンシャルに対するハドロン質量の $\mu = 0$ における応答を計算する定式化を提唱したきた。

$$\begin{aligned} G(z) &= A(e^{-Mz} + e^{M(L_z - z)}) && (2)\\ &= \frac{1}{Z}\int \mathcal{D}U\, H(z)H^\dagger(0)\; e^{-\beta S_G - \bar{\psi}\Delta\psi} \\ &= \frac{1}{Z}\int \mathcal{D}U M(z) \det\Delta\, e^{-\beta S_G}, && (3) \end{aligned}$$

ここで $H(x) = \bar{\psi}(x)\Gamma\psi(x)$ は中間子のオペレータ、$M(z)$ は中間子のプロパゲータである。これを微分することにより、

$$\frac{1}{G(z)}\frac{dG(z)}{d\mu} = \frac{1}{A}\frac{dA}{d\mu} + \frac{dM}{d\mu}\left\{\left(z - \frac{L_z}{2}\right)\tanh\left[M\left(z - \frac{L_z}{2}\right)\right] - \frac{L_z}{2}\right\}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{G(z)}\frac{dG(z)}{d\mu} = \left\langle \dot{M} + M\frac{\dot{\Delta}}{\Delta}\right\rangle - \langle M\rangle\left\langle\frac{\dot{\Delta}}{\Delta}\right\rangle, \quad (5)$$

を得る。式 (4)=式 (5) から質量の一階微分が求まる。 2 階微分も同様に求まる。 1 階微分はゼロであることが示せる。

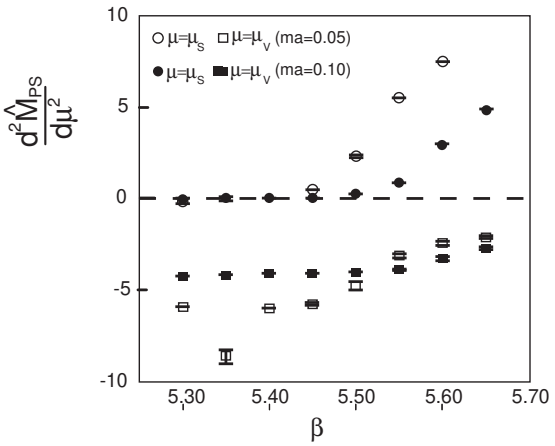

図 1: Second responses $d^2\hat{M}/d\hat{\mu}_S^2$ and $d^2\hat{M}/d\hat{\mu}_V^2$ of the PS meson mass at $ma = 0.05$ and $ma = 0.10$.

$12 \times 12 \times 24 \times 6$ の格子サイズ、フレイバー数 2 の KS フェルミオンで数値シミュレーションを行っている。クォーク質量は $ma = 0.10$ と 0.05。具体的に、擬スカラー中間子、ベクトル中間子のスクリーニング質量の微分をアイソベクトル型、アイソスカラー型に対して計算し、T_c の下と上、すなわち閉じ込め相と非閉じ込め相における振る舞いを調べた。

近年、高エネルギー重イオン反応と関連して、アイソベクトル型の相構造がいろいろなモデルによって調べられているが、化学ポテンシャルの小さい領域では両者に違いが見られない。しかし、中間子質量の化学ポテンシャルに対する応答（ 2 階微分 ）は、図に見られるように大きな違いが現れている。現在、さらに小さなクォーク質量 $ma = 0.025$ での計算を進めており、カイラル極限を取ることにより、より物理的に意味のある結果を得ることを目指している。

3　2 色 QCD

QCD はカラー $\mathrm{SU}(3)$ ゲージ理論であるが、カラーを 2 にした $\mathrm{SU}(2)$ では、行列式が実数になる。このシミュレーションは中村により 1984 年に始めて行われ、近年イリノイグループなどによって進められている。我々

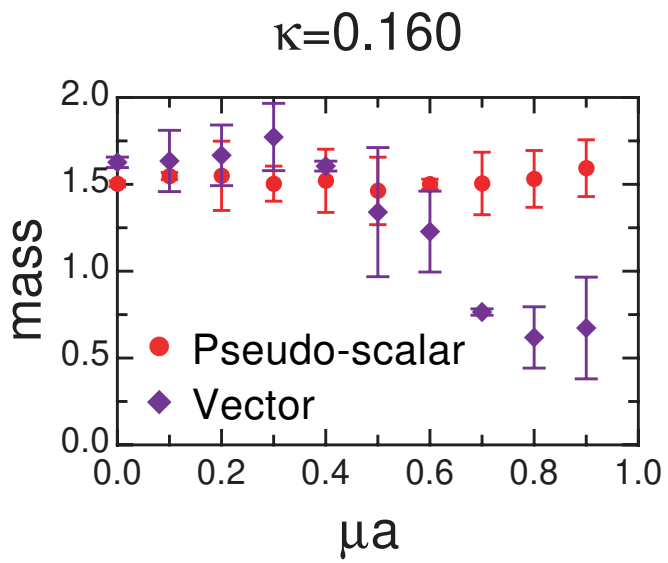

図 2: Pseudo-scalar and vector meson masses as a function of μ

は Wilson フェルミオンにより、ハドロンのプロパゲータを計算し、ベクトル中間子の質量が、図のように大きな化学ポテンシャルで大きく減少することを見出した。

4　非等方格子の研究

有限温度の解析には、温度方向の解像度の高い非等方格子が有用である。ハドロンの質量を測定するためには、ゲージ系の非等方度とフェルミオン系の非等方度が一致している必要があるが、非等方度は繰り込みを受けるため、そのキャリブレーションは単純ではない。ここでは、KS フェルミオンに対し、中間子の時間方向に測った質量 ma_τ、と空間方向に測定した質量 ma_s の比から求める方法と、中間子の分散関係から求める 2 つの方法を適用し、得られた結果の信頼性、計算手法、有限格子効果などについて調査をした。ダイナミカルクォークの入った QCD の場合についても、調査研究を行った。

Publication List SC-TARO, 2003

1. S. Choe, Ph. de Forcrand, M. Garcia Perez, Y. Liu, A. Nakamura, I.-O. Stematescu, T. Takaishi and T. Umeda,
   "Quenched charmonium spectrum",
   J. High Energy Phys. 08 (2003) 022 (hep-lat/0307004)

2. Shin Muroya, Atsushi Nakamura and Chiho Nonaka "Lattice Study of QCD Vacuum at Finite Baryon Number Density", Prog. Theor. Phys. Suppl. No.149 (2003) pp.247-256

3. Shin Muroya, Atsushi Nakamura, Chiho Nonaka and Tetsuya Takaishi
   "Lattice QCD at Finite Density – An introductory review",
   Prog. Theor. Phys. 110, (2003) pp.615-668 (hep-lat/0306031)

4. Shin Muroya, Atsushi Nakamura and Chiho Nonaka
   "Behavior of Hadrons at Finite Density – Lattice Study of Color SU(2) QCD",
   hep-lat/0211010, Phys. Lett. B551 (2003) 305-310

5. Shin Muroya, Atsushi Nakamura and Chiho Nonaka
   "Study of the Finite Density State based on SU(2) Lattice QCD",
   Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 119 (2003) (hep-lat/0208006)

6. A.Nakamura, T.Takaishi
   "Simulation of Wilson fermion at finite isospin density",
   to appear in the Proceedings of Lattice2003, (hep-lat/0310052)

7. Y. Sasai, A. Nakamura and T. Takaishi,
   "Phase Fluctuation of Fermion Determinant in Lattice QCD at Finite Density",
   to appear in the Proceedings of Lattice2003 (hep-lat/0310046).

8. I.V.Pushkina,
   Propagators at Finite Baryon Density
   to appear in the Proceedings of Lattice2003 (hep-lat/0310046).

9. Kouji Nomura, Hideo Matsufuru and Takashi Umeda
   "Numerical study of staggered quark action on quenched anisotropic lattices", Prog.Theor.Phys. 111 (2004) 245-264 (hep-lat/0401009)