SCKYOTO グループ実施報告書

フレーバー物理の新しい手法としての非等方格子の研究とその応用 (大型-104, 大型-121)
フレーバー物理の新しい手法の開発 (大型-136)

31 January 2006

メンバー: 大野木 哲也 (京大基研、助教授; 研究責任者)
松古 栄夫 (KEK 計算科学センター、助手)
梅田 貴士 (京大基研、学振研究員)
深谷 英則 (京大基研 大学院生)
根岸 俊輔 (京大理 大学院生)

Abstract:

標準理論の検証のために小林益川行列要素を決定するには格子 QCD によるハドロン遷移確率の計算が必要である。しかし、従来の方法による格子 QCD 計算には重いクォークおよびカイラル外挿にともなう系統誤差があり、遷移行列の理論的不定性の原因となっている。例えば、重いクォークに対してこれまで主に用いられてきた有効理論では、離散化誤差、繰り込みの摂動近似誤差が 10–20%程度あり、新しい手法が必要となっている。またカイラル外挿に関しては十分に軽い動的フェルミオン効果を計算に取り入れること、カイラル外挿のためにカイラル対称性の破れをコントロールすることが必要であり、Ginsparg-Wilson フェルミオンが注目を浴びているが、粗いゲージ配位に対する局所性の破れの可能性や計算コストの増大が計算上の困難として存在する。アルゴリズムの改良とともにゲージ作用の改良が望まれている。

我々は、この状況を踏まえて以下の 3 つを目標として研究を行った。

- 重いクォークの新しい定式化としての非等方格子による重いクォークの相対論的記述の研究
- トポロジーを保存するゲージ作用の研究と GW フェルミオンへの応用
- その他のフレーバー物理に関する新しい問題の開拓と計算手法の他分野への応用

1　2003 年度以降 3 年間の研究と成果の総説

1.1　非等方格子のフレーバー物理への応用

重いクォークを精密に取り扱う新しい手法としての、非等方格子による重いクォークの定式化を行った。目的は、フレーバー物理で標準理論の検証等に必要なハドロン行列要素の、格子 QCD による高精度計算である。

格子上でチャーム、ボトムといった重いクォークを扱う際に注意しなければならないのは、$O(ma)$ の系統誤差である。通常の Wilson 型の作用でこの系統誤差を制御するためには、非常に細かい格子間隔、従って大きな格子サイズを必要とし、実際の数値計算では非現実的である。またこれまで主に用いられてきた有効理論では、離散化誤差、繰り込みの摂動近似誤差が 10–20%程度もあり、精密計算に適した新しい手法が必要となっている。

一方、軽いクォーク質量領域では、連続極限と非摂動的繰り込みの手法が確立している。時間方向の格子間隔 a_t を細かくした非等方格子では、$O(ma)$ の系統誤差は a_t によってコントロールされ、空間格子間隔 a_s の単位では大きな質量のクォークも、有効理論に頼ることなく相対論的に記述できると考えられる。また時間方向のみのサイズを大きくすれば良いことから、計算コストの増大も最小限に抑えられる。このため軽いクォークと同様の手法が適用できると期待される。これまでの研究によって、中間子の分散関係および繰り込み因子の one-loop 係数に関して、この期待が実際に成り立っていることが確認されていた。

そこで本研究では、ハドロン行列要素においてもこの予想が正しいかを検証し、更なる高精度計算のための手法の開発を行った。クォークについては、$O(a)$ 改良された非等方 Wilson 作用を用いる。非等方格子ではパラメータに非等方性があるため、相対論的マッチングが必要である。我々の作用において調節すべきパラメタは、リーディングの運動項の非等方性パラメタ γ_F、及び $O(a)$ 改良項であるスピン-電場項とスピン-磁場項の係数 c_E, c_B である。

2003 年度においては、ハドロン行列要素の一つである崩壊定数のクォーク質量依存性も実際に小さく抑えられていることを、数値計算により確認した。この計算では、クォークについては heavy-light meson に対する $O(a)$-改良作用を用いている。(heavy quarkonium についてはこの作用では不十分である。) 第一段階として、作用のリーディングの $O(a^0)$-次項は分散関係式により非摂動的に決定しているが、$O(a^1)$-次の改良項は tree 近似のものを用いている。結果として、D_s 中間子の崩壊定数 f_{D_s} は、比較的粗い格子を用いているにも拘らず、Alpha Collaboration による非常に細かい等方格子での連続極限の値に近づく振舞いを見せ、かつ f_{D_s}/f_K の比においてはそのまま連続極限とコンシステントな値を得た (図 1 参照)。このことは、クォーク質量依存性が非等方格子を用いることにより十分抑えられていることを示唆する。

この成果を踏まえて、ワード高橋恒等式を用いた非摂動的改良を非等方格子に拡張し、作用の係数 (γ_F, c_E, c_B) を非摂動的に決定する方法の開発を行った。我々は、

(1) 時間方向および空間方向にそれぞれ伝搬する相関関数からの中間子質量の比による、γ_F の高精度決定

(2) 有限体積における Dirichlet 境界条件の下での Ward-高橋恒等式による c_E の高精度決定

という二つの方法の feasibility study を行った。結果はそれぞれ、これらの方法が有効であることを示すものであった (図 2、3)。

2004 年度以降には、残るパラメタ、c_B を正確に調整する方法の開発を行っている。まず、Alpha Collaboration によって提唱された、自己双対な背景場

$$A_k(t,\vec{x}) = b(t)I_k, \quad [I_j, I_l] = \epsilon_{jkl}I_l$$

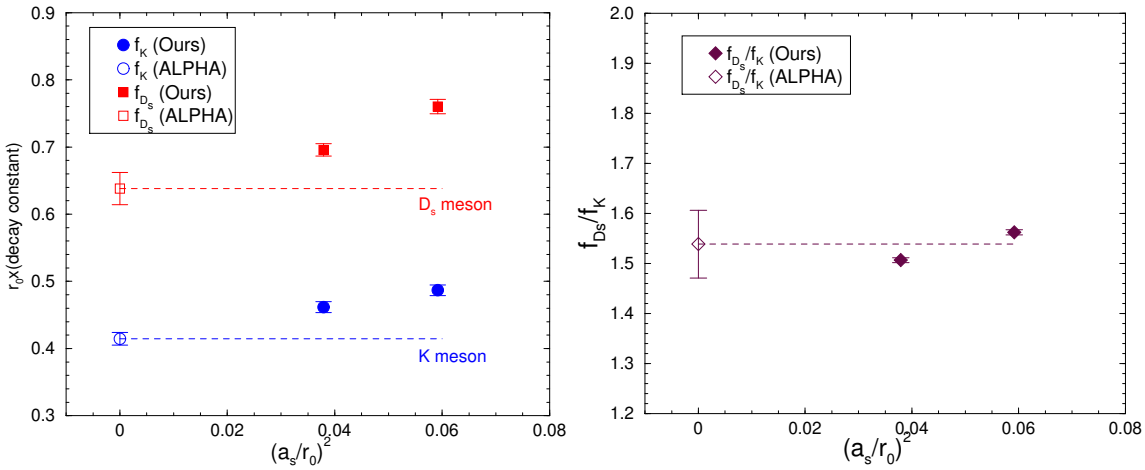

図 1: 左図: f_{D_s} の格子間隔依存性、右図: f_{D_s}/f_K の格子間隔依存性

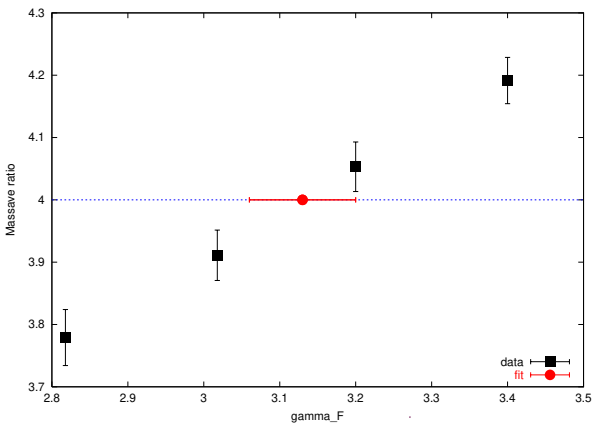

図 2: γ_F の決定

の下での PCAC 関係式を用いた c_B の決定方法を検討した。その結果、決定は可能だが、極めて細かい格子間隔でも決定された c_B の値が tree 近似の値よりも倍程度大きいことが分かった (図 4)。このずれは量子補正では考えにくく系統誤差の可能性が疑われるため、他の決定方法との整合性の検証が必要である。

そこで独立な方法として、空間方向に伝搬する相関関数を用いた、定常的なカラー磁場の背景中での PCAC 関係式による c_B の決定方法の検討を行った。Alpha Collaboration の PCAC 関係式に基づく方法は、連続極限で定義できるものであるが、格子上で境界条件の設定に注意が必要である。従来の方法は Wilson 項の係数 $r = 1$ ととることにより格子上での Dirac 方程式が 1 階差分方程式であることを利用した境界条件の設定を行っていた。我々の非等方格子では r は非等方パラメータの逆数に比例するため、2 階差分方程式となり従来の境界条件では不十分である。我々は、この場合に連続極限が取れるためには、Dirchlet 境界条件+Neumann 境界条件を課す必要があることを示した [プロシーディングス 1, 4, 7]。

この方法については現在も開発中であり、実際の数値計算での有効性の確認を行っているところである。

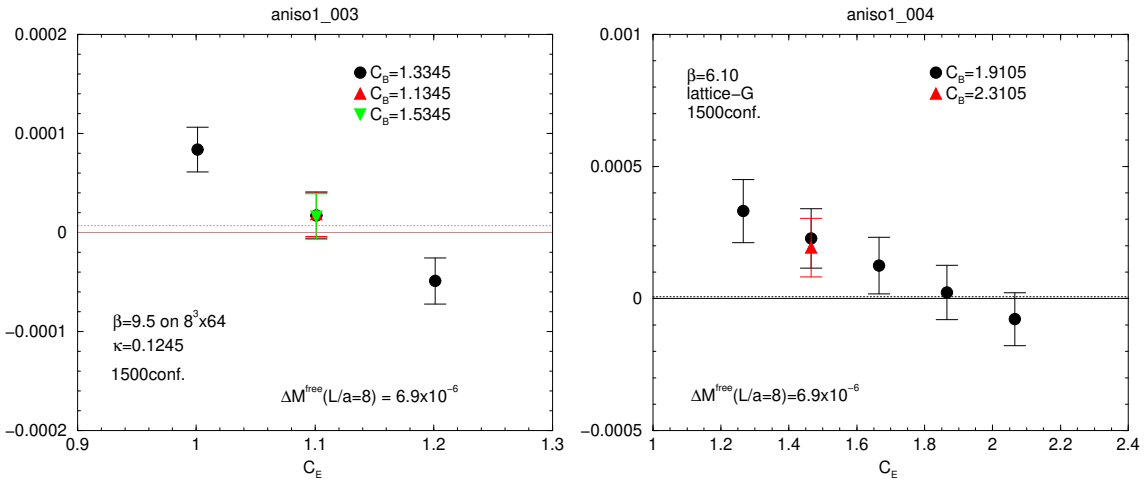

図 3: c_E の決定

1.2 非等方格子の有限温度への応用

高エネルギー原子核衝突実験におけるクォーク・グルーオン・プラズマ生成のシグナル問題である、

- 相転移温度近傍でのチャーモニウムの質量変化
- J/ψ 抑制 $\sim$ 相転移後は束縛状態がなくなる

という予想を、有限温度でのチャーモニウムのスペクトル関数を格子 QCD を用いて計算することによって検証した。

本研究以前に松古・梅田らは、有限温度でのスペクトル関数の再構成により、相転移後でもハドロン的な状態の存在を示唆する結果を得た。この際、非等方格子上で相関関数を高統計で計算し、最大エントロピー法と χ^2 フィットを組み合わせることによって信頼性を確保することが重要な点であった。

本研究では、これに二つの拡張を行った。一つは、χ^2 フィットの代りに、新しく開発された Constrained Curve Fitting を適用したことである。更に、$T = 0.9T_c \sim 1.8T_c$ の幅広い温度領域へ計算を拡張した。その結果、ハドロン質量は相転移温度以下、以上でほぼ変わらず温度の関数としてほぼ一定であること、また幅は相転移温度以下ではゼロとコンシステント、相転移以上ではゆっくり温度の関数として大きくなることを見た (図 5)。これらは従来のポテンシャルモデルによる予想と食い違う結果である。この結果は RHIC などの原子核衝突実験での QGP 生成のシグナルとして期待されている J/ψ 抑制などの描像に変更を迫り、非閉込め相の性質の理解に大きな影響を与える考えられる [プロシーディングス 3, 9]。

更に、同様の計算を軽いクォーク質量領域でのハドロン相関関数に拡張する研究も行っている [プロシーディングス 2]。

1.3 トポロジーを保存するゲージ作用の研究

フレーバー物理においてカイラル対称性は重要な問題であるが、そのなかでもトポロジーは特に重要な意味を持つ。カイラル対称性をもつ Domain-Wall フェルミオンにトポロジーを保存するべく Admissibility 条件を自動的に満す作用を用いたシミュレーションの新しい方法を提唱し、θ 真空凝縮を 2 次元の massive Schwinger 模型において調べた。厳密解との比較を行うことにより、トポロジー構造、カイラル極限の振る舞いなどを詳細に調べ、ともに正しい連続極限の結果を再現することを示すことによってその有用性を明らかにした。[発表論文 1, 2][プロシーディングス 5]。

さらに我々は、厳密なカイラル対称性をもつ overlap Dirac 演算子による動的 QCD 数値シミュレー

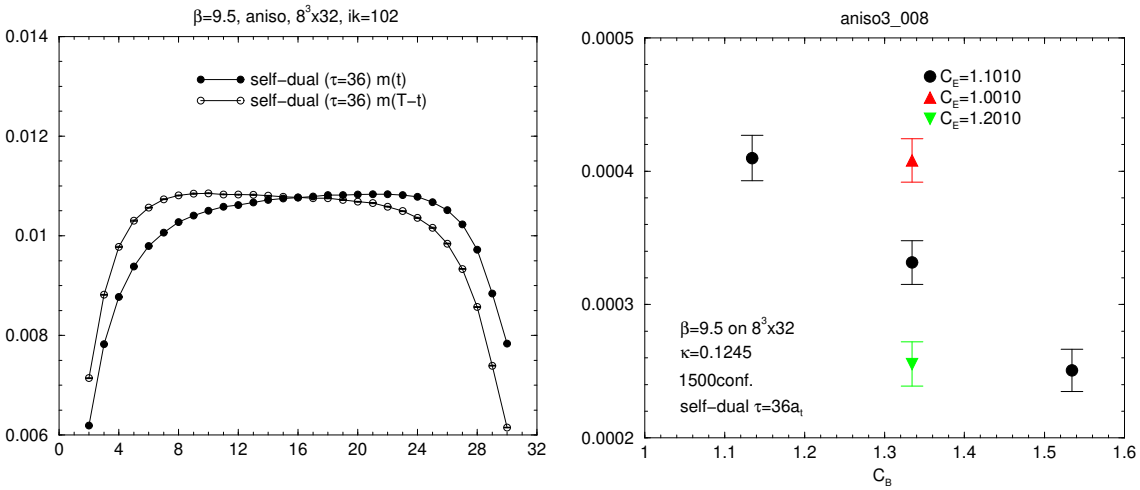

図 4: 自己双対背景場のもとでの PCAC 質量。左図: PCAC 質量の時間依存性、右図: 2 つの kinematical 条件での PCAC 質量の差。

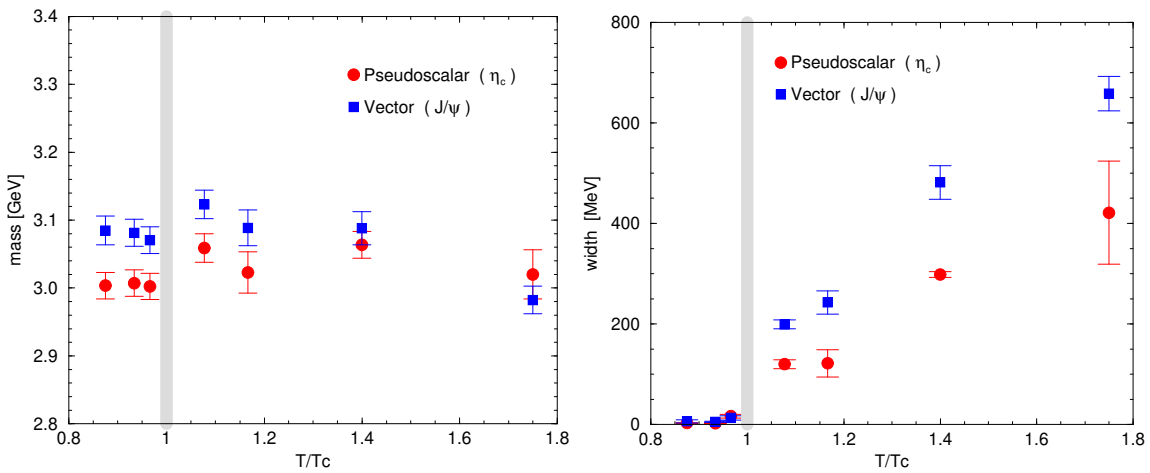

図 5: 左図: 質量の温度依存性、右図: 幅の温度依存性 (Constrained curve fitting による結果)

ションを目標にこの作用の QCD における有用性の研究を行った (当該年度の成果で詳説)。具体的には、この作用によって、フェルミオン作用を構成する、エルミート化された Wilson カーネルの固有値分布がどう変化するかを調べた。また動的フェルミオンを含む大規模計算に向けて、プログラムの開発と予備的研究を行った [プロシーディングス 8]。

1.4 その他

チャーモニウム質量の微細構造分岐の問題に着目し、今まで見落とされていた非結合ダイアグラムの寄与の質量依存性をクェンチ近似で詳しく調べた。軽いメソンについては確かに寄与は大きいが、チャーモニウム程度の重いメソンでは効かないことを明らかにした [発表論文 4]。

ペンタクォーク状態の研究を、scrabbit Collaboration との協力体制で行った。計算には Wilson クォーク作用を採用し、β=5.7 のクェンチ近似で、1.5–3 fm の間の 4 つの体積を持つ格子を用いた。複数個の

演算子を用いた 2×2 の相関関数行列から $(I, J) = (0, \frac{1}{2})$, のチャンネルの基底状態および第一励起状態を引き出し、それらの体積依存性を調べた。その結果、基底状態は核子 + K 中間子の散乱状態で完全に理解されるが、第一励起状態は散乱状態ではなく、何らかの束縛状態とコンシステントであることが分かった [発表論文 3][プロシーディングス 6]。

2 当該年度の成果

冒頭に挙げた重要課題のうち、当該年度は

- トポロジーを保存するゲージ作用の研究と GW フェルミオンへの応用

を中心に研究を行った。

QCD におけるカイラル対称性とトポロジーの果たす役割を解明することは、フレーバー物理において重要な意味をもつ。このため我々は、Lüscher によって提案されたトポロジーを保存するために admissibility 条件を自動的に満すゲージ場作用を、カイラル対称性を持つオーバーラップ・フェルミオンと組み合わせて研究を行った。

カイラル対称性は、信頼できるカイラル極限への外挿のために不可欠な性質であるが、時空間の場の値を離散的な格子点上に代表させる格子正則化により失われ、連続極限を取ることにより回復する。有限格子上のカイラル対称性の欠如は、現時点での計算機能力を考慮すると、格子 QCD シミュレーションの精確さ、信頼性を損なう深刻な問題であることが次第に分かってきている。たとえば、Wilson の処方によるフェルミオン作用の定義 (Wilson fermion) では、カイラル対称性を壊す Wilson 項のためにカイラル極限付近での真空構造が連続極限とは異なる可能性も指摘されている。従って、Wilson 項などの格子誤差の効果よりも、explicit なクォーク質量の破れの効果の方が大きいことが保証されている領域でしか、理論的に信頼できる計算は行えない。つまり、従来の方法では、カイラル極限をとるためには、格子間隔も同時に小さくする必要がある。このため従来の単純な予想より、計算コストや系統誤差は大きくなると考えられる。従って、「 quark の質量はいくらか? 」という基本的なことがらさえ複雑な理論計算、関数の外挿作業を要する。

ところが近年の研究で、Ginsparg-Wilson(GW) 関係式によるカイラル対称性の再定義により、格子理論においてもカイラル対称性を、連続理論と違う形で実現できるということが発見された。もちろんこの再定義は連続極限で元の定義と一致する。これにより、「 massless quark 」や、「 カイラル相転移 」は良く定義されたものになり、さらにはアノマリーやトポロジカルチャージといった、カイラル対称性に特有の量子効果についても連続理論の性質が良く再現されることが摂動論的に確かめられている。

我々は、Ginsparg-Wilson 関係式を満たす Dirac 演算子の一つである overlap Dirac 演算子に注目し、これを実際に数値シミュレーションに応用することを目標として今年度の研究を行った。

非摂動的領域において、overlap Dirac 演算子はいくつかの問題点を抱えている。それらは全て、トポロジーの境界上で発生する。この境界上で、overlap 演算子はなめらかさを失い、局所性が保証されず、数値計算のコストも大幅に増大する。具体的には、overlap 演算子の構成要素である、負の質量のエルミート化された Wilson カーネルが小さな固有値を持つとき、overlap 演算子を状態ベクトルに作用させる計算コストが増大する。その最小固有値がゼロを横切る際にトポロジーが変化するが、その際には Hybrid Monte-Carlo アルゴリズムに基づく発展にも特別な注意が必要で、正確な計算を行うためには更にコストが増大する。これは格子化特有の artifact による滑らかでないゲージ場の配位の出現が原因と考えられている。

これらの問題を解決する手法として、Lüscher によって提唱されたトポロジーを固定する作用が有効であると考えられる。我々はこの作用によって固有値分布がどのように改善するかを、実際の数値計算によって検証した。クェンチ近似では、低い固有値モードの密度は減少し、数値計算コストの改善の効果があることが明らかになった。この作用の効果は、数値的コストの大きな動的フェルミオンを含む計

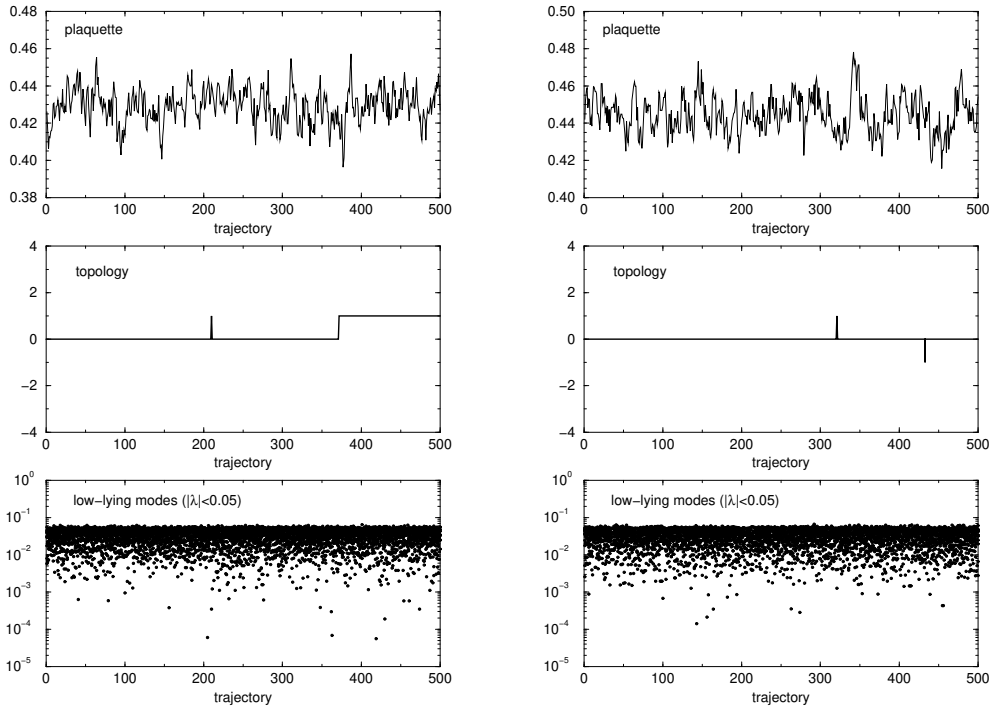

図 6: History of plaquette (top), topological charge (middle), and the low-lying eigenvalues (bottom). Results for the plaquette gauge action ($1/\epsilon = 0$) at $\beta = 5.40$ (left panel) and $\beta = 5.50$(right).

算でより重要な意味を持つ。今年度の大型シミュレーション研究では、この動的な計算のためのプログラムを開発し、予備的な数値計算を行うことによって、大規模な検証のための準備を整えたことが大きな成果である。その一部の結果については、国際会議において報告を行った [プロシーディングス 8]。

論文リスト

発表論文

1. H. Fukaya and T. Onogi, "Lattice study of the massive Schwinger model with Theta term under Luescher's 'admissibility' condition," Phys. Rev. D **68**, 074503 (2003) [arXiv:hep-lat/0305004].

2. H. Fukaya and T. Onogi, "theta vacuum effects on the chiral condensation and the eta' meson correlators in the two-flavor massive QED(2) on the lattice," Phys. Rev. D **70**, 054508 (2004) [arXiv:hep-lat/0403024].

3. T. T. Takahashi, T. Umeda, T. Onogi and T. Kunihiro, "Search for the possible S = +1 pentaquark states in quenched lattice QCD," Phys. Rev. D **71**, 114509 (2005) [arXiv:hep-lat/0503019].

4. Ph. de Forcrand *et al.* [QCD-TARO Collaboration], "Contribution of disconnected diagrams to the hyperfine splitting of charmonium," JHEP **0408**, 004 (2004) [arXiv:hep-lat/0404016].

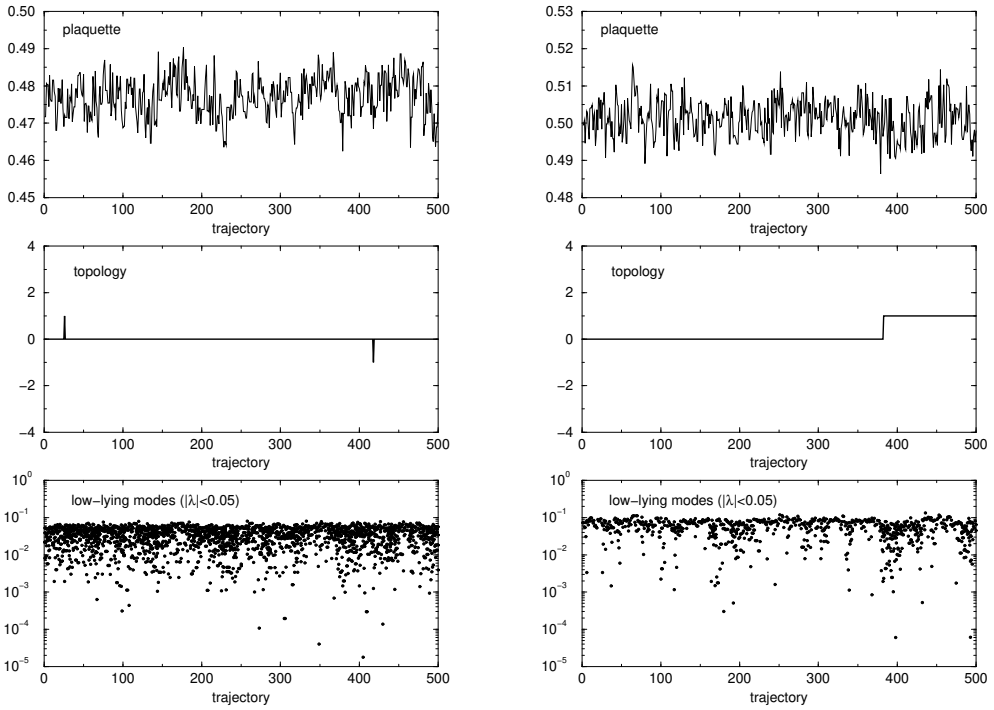

図 7: Same as Figure 6, but for $1/\epsilon = 1$: $\beta = 0.70$ (left panel) and $\beta = 0.80$ (right).

プロシーディングス

1. H. Matsufuru, M. Okawa, T. Onogi and T. Umeda, "Anisotropic lattices for precision computations in heavy flavor physics," Nucl. Phys. Proc. Suppl. **129**, 370 (2004) [arXiv:hep-lat/0312009].

2. T. Umeda, K. Nomura and H. Matsufuru, "Light meson correlation functions near the deconfining transition on anisotropic lattices," Nucl. Phys. Proc. Suppl. **129**, 632 (2004) [arXiv:hep-lat/0309178].

3. H. Matsufuru, T. Umeda and K. Nomura, "Charmonium correlators at finite temperature in quenched lattice QCD," arXiv:hep-lat/0401010.

4. H. Matsufuru, M. Okawa, T. Onogi and T. Umeda, "Anisotropic lattices for precision computations in heavy flavor physics," Nucl. Phys. Proc. Suppl. **129**, 370 (2004) [arXiv:hep-lat/0312009].

5. H. Fukaya and T. Onogi, "Theta vacuum effects on the pseudoscalar condensates and the eta' meson in 2-dimensional lattice QED," Nucl. Phys. Proc. Suppl. **140**, 612 (2005) [arXiv:hep-lat/0409021].

6. T. T. Takahashi, T. Umeda, T. Onogi and T. Kunihiro, arXiv:hep-lat/0410025.

7. H. Matsufuru, H. Fukaya, M. Okawa, T. Onogi and T. Umeda, "Anisotropic lattice with nonperturbative accuracy," Nucl. Phys. Proc. Suppl. **140**, 734 (2005) [arXiv:hep-lat/0412027].

8. H. Fukaya, S. Hashimoto, T. Hirohashi, H. Matsufuru, K. Ogawa and T. Onogi, "Overlap fermion with the topology conserving gauge action," PoS **LAT2005**, 123 (2005) [arXiv:hep-lat/0510095].

9. T. Umeda and H. Matsufuru, "Remarks on the maximum entropy method applied to finite temperature lattice QCD," PoS **LAT2005**, 154 (2005) [arXiv:hep-lat/0510026].