

実施報告書

格子上の非線形変数変換によるカラー閉じ込めと グルーボールの研究 (大型 06-17)

高エネルギー加速器研究機構 計算科学センター 柴田章博

1 研究組織

- 柴田章博 (しばたあきひろ) [研究代表]
高エネルギー加速器研究機構・計算科学センター・研究機関講師
- 近藤慶一 (こんどうけいいち)
千葉大学・理学部物理学科・教授
- 加藤清考 (かとうせいこう)
高松工業高等専門学校・一般教育科・講師
- 伊藤祥一 (いとうしょういち)
長野工業高等専門学校・電子情報工学科・助手

2 研究の概要

QCD 真空の双対超伝導仮説がクォーク閉じ込めのメカニズムとして考えられている。これまでの研究では、最大可換ゲージ (MAG) などの特定のゲージにおいて可換部分の中のモノポール部分がクォーク閉じ込めに支配的役割を果たすことが示された。しかしながら、他のゲージでは確立していない。また、MAG 固定にはカラー対称性を破ってしまう問題点があった。

われわれは、Yang-Mills 場の非線形変数変換によって、カラー対称性を破らずにモノポールの自由度を担う場をゲージポテンシャルの分解として最初からあらわに導入することを考えるカラー場の導入で拡大されたゲージ対称性をもつ理論に新しい型のゲージ条件を拘束条件として課して余分のゲージ自由度を固定する新しい型のゲージ条件によって Yang-Mills 理論と等価な理論を構成する。一つの方法は Cho-Faddeev-Niemi-Chabanov (CFNS) 分解で、カラー対称性を保ったままゲージ固定条件に依らずに決まるグルーオン場の非局所的複合場としてゲージ不変に QCD モノポールを定義することが可能になった。連続極限で CFNS 分解を与える枠組みを格子ゲージ理論に移植して、数値シミュレーションを遂行すること我々が初めて成功した [1]。これにより、物理量の非摂動的な計算が可能となり、モンテカルロ・シミュレーションによって位相的配位を CFN 変数を用いて直接抜き出すことで、解析的方法と格子ゲージ理論による数値的方法を有機的に連携できるようになった。

2006 年度は、コンパクトな変数 (リンク変数) に対する分解を定式化をおこなった。コンパクトな表現に対するリンク変数を用いることで、ゲージ不変で量子化された磁荷をもつ t' Hooft 型のモノ

ポールを与える。MA ゲージを取ると、DeGrand-Toussait モノポールや可換射影によるリンク変数の分解となることが示される。この分解は任意のゲージで実行可能であり、ゲージに依存することなく解析を行うことができる。本研究では、ランダウゲージにおいてモノポールドミノランス、アーベリアンドミノランス、及びグルーオンの質量生成に関してシミュレーション実行した。

3 ゲージポテンシャルの非線形変換による分解

連続極限で Cho-Faddeev-Niemi-Chebanov (CFNS) 分解を与える格子上のリンク変数の分解を行う。SU(2) 連続理論における分解は、カラー場 $\mathbf{n}(x) = \vec{n}(x) \cdot \vec{\sigma}$, ($\vec{\sigma}$ はパウリ行列) を導入することで、次のように分解することができる。[8]

$$\begin{aligned} A_\mu(x) &= \mathbb{V}_\mu(x) + \mathbb{X}_\mu(x), \\ \mathbb{V}_\mu(x) &= c_\mu(x)\mathbf{n}(x) - i/g [\partial_\mu\mathbf{n}(x), \mathbf{n}(x)]. \end{aligned}$$

リンク変数に格子点上の随伴変換するカラー場を導入すると、NLCV は拡大されたゲージ対称性のもつ YM 理論のゲージ固定を通じた変数間の拘束条件として与えられる [1]。コンパクトな変数に対する非線形変数変換を導入することによって、陽にゲージ対称性を保証する保障するリンク変数に対する分解 (コンパクトな表現) を得ることができる。コンパクトな変数とそのゲージポテンシャルの表現 $V_{x,\mu} = \exp(-ig\varepsilon\mathbf{V}_{x,\mu})$, $X_{x,\mu} = \exp(-ig\varepsilon\mathbf{X}_{x,\mu})$ にたいして、連続理論のゲージポテンシャルに対応するリンク変数に対する次の条件を満たすような分解をあたえることでえられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_x V_{x,\mu} &= V_{x,\mu} \mathbf{n}_{x+\mu}, \\ \text{tr}(\mathbf{n}_x, X_{x,\mu}) &= 0. \end{aligned}$$

$U_{x,\mu}$ に対して 1 次、 \mathbf{n}_x に対して双一次まで記述する仮定を置くことによって、次のように分解を得る。

$$\begin{aligned} \hat{V}_{x,\mu} &= \hat{V}_{x,\mu}[U, \mathbf{n}] = U_{x,\mu} + \mathbf{n}_x U_{x,\mu} \mathbf{n}_{x+\mu}, \\ \hat{X}_{x,\mu} &= \hat{X}_{x,\mu}[U, \mathbf{n}] = V_{x-\mu,\mu}^\dagger U_{x-\mu,\mu} + U_{x,\mu} V_{x,\mu}^\dagger. \end{aligned}$$

また、 $\hat{V}_{x,\mu}[U, \mathbf{n}]$ と $\hat{X}_{x,\mu}[U, \mathbf{n}]$ を規格化することで、ユニタリーな表現が得られる。

$$V_{x,\mu}[U, \mathbf{n}] := \hat{V}_{x,\mu} / \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}[\hat{V}_{x,\mu}^\dagger \hat{V}_{x,\mu}]}, \quad (1)$$

$$X_{x,\mu}[U, \mathbf{n}] := \hat{X}_{x,\mu} / \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}[\hat{X}_{x,\mu}^\dagger \hat{X}_{x,\mu}]}. \quad (2)$$

4 シミュレーション

コンパクトな表現を用いた NLCV を用いてモンテカルロシミュレーションを実行し、QCD の閉じ込め機構の解析を行った。YM 理論の任意のゲージにおける NLCV に基づくゲージポテンシャルの分解が可能であるため、ランダウゲージにおけるシミュレーションを実行し MAG における問題点であったゲージ依存性やカラー対称性の保証されたフレームワークでの計算を実行した。

4.1 ゲージ不変なモノポールとモノポール・ドミノランス

これまで格子上のモノポールの抽出は、DeGrand-Toussaint の方法が主に用いられてきた。この方法は、アーベリアン射影に基づくモノポールとは異なる上に格子理論特有の性質を用いるため連続極

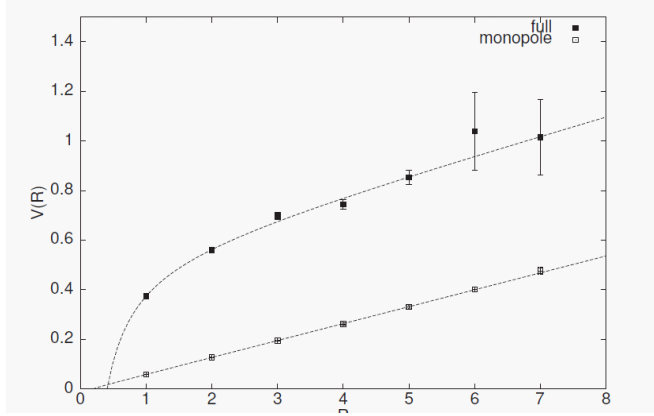


図 1: The full SU(2) potential $V_f(R)$ and the magnetic-monopole potential $V_m(R)$ as functions of R at $\beta = 2.4$ on 16^4 lattice.

限も考えにくい。カラー場 $n(x) = 1$ のユニタリーゲージを取ると、MA ゲージにおける DeGrand-Toussaint のモノポールを与えるカレントと一致する自然な定義であることが確かめられる。[5][3]。コンパクトな表現による定義されたモノポールカレントは次で与えられる。

$$k_\mu(s) = -\frac{1}{4\pi} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\nu \bar{\theta}_{\rho\sigma}(x + \mu)$$

$$\bar{\theta}_{x,\mu\nu}(U, \mathbf{n}) \equiv \arg(\text{Tr}\{(1 + \mathbf{n}_x) V_{x,\mu} V_{x+\hat{\mu},\nu}^\dagger V_{x+\nu,\mu}^\dagger V_{x,\nu}^\dagger\}) \in (-\pi, \pi]$$

$\bar{\theta}_{x,\mu\nu}(U, \mathbf{n})$ は、その定義からゲージ不変であり、カラー場 $n(x) = 1$ のユニタリーゲージを取ると、MA ゲージにおける DeGrand-Toussaint のモノポールを与えるカレントと一致する自然な定義であることが確かめられる。[5][3]。また、連続極限は 't Hooft tensor

$$\bar{\theta}_{x,\mu\nu} \simeq \partial_\mu c_\nu - \partial_\nu c_\mu + \frac{1}{g} \mathbf{n} \cdot \partial_\mu \mathbf{n} \times \partial_\nu \mathbf{n} \equiv G_{\mu\nu}(x)$$

をあたえる。解析的な計算との比較も容易であり、モノポール凝縮と磁氣的凝縮の関係も直接論じられる。ランダウゲージにおける、CFNS によるモストリングテンションの計算によるモノポールドミナンスを検証した。(図 1)

4.2 ”アーベリアン・ドミナンス”とグルオンの質量生成

NLCV によって、YM 理論の任意のゲージにおいて従来の MA ゲージにおける“可換ゲージ”の成分 $V_{x',\mu}$ と“非対角”成分とに分解をすることができる。これまで MA ゲージにおいて調べられていた分解された場の相関係数(プロパゲータ)についてランダウゲージにおいて計算を行った。ゲージポテンシャルはリンク変数から、線形型として抜き出した場 $\mathbf{A}_{x',\mu} = \frac{-i}{2g\varepsilon} [U_{x,\mu} - U_{x,\mu}^\dagger]$, $\mathbf{V}_{x',\mu} = \frac{-i}{2g\varepsilon} [V_{x,\mu} - V_{x,\mu}^\dagger]$, $\mathbf{X}_{x,\mu} = \frac{-i}{2g\varepsilon} [X_{x,\mu} - X_{x,\mu}^\dagger]$ を用いて、相関係数 $D_{AA}(x-y) = \langle \mathbf{A}_{x,\mu} \mathbf{A}_{y,\mu} \rangle$, $D_{VV}(x-y) = \langle \mathbf{V}_{x,\mu} \mathbf{V}_{y,\mu} \rangle$ および $D_{XX}(x-y) = \langle \mathbf{X}_{x,\mu} \mathbf{X}_{y,\mu} \rangle$ を調べた。ここで、 (x', μ) は、 $x + \epsilon\mu/2$ のリンク上の中点を表す。図 2 は、スケールした相関係数 $r^{3/2} D_{oo}(r)$, $r = |x-y|$ をプロットした。アーベリアンパート $D_{VV}(x-y)$ は $D_{AA}(x-y)$ ほぼ同じ振る舞いをする。一方で off-diagonal パートは $D_{XX}(x-y)$ は $D_{AA}(x-y)$ に比してきょりともに速やかにダンプし、アーベリアンパートが支配的であることがラン

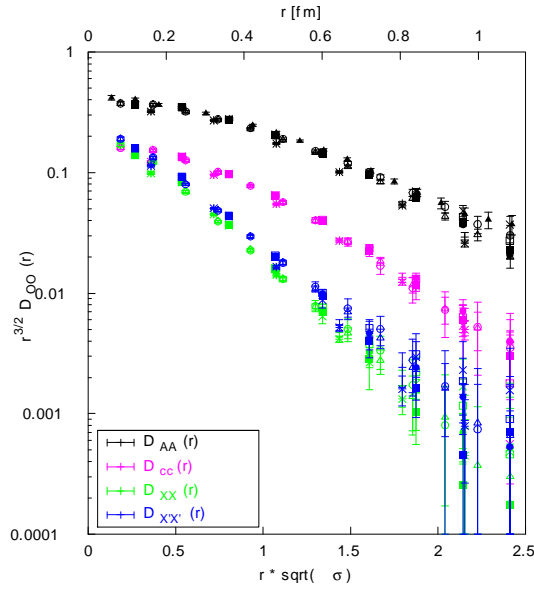


図 2: スケールされたプロパゲータ $r^{3/2}D_{oo}(r)$. 24^4 ($\beta = 2.3, 2.4$), 32^4 ($\beta = 2.3, 2.4, 2.5$) 36^4 ($\beta = 2.4, 2.5$), 48^4 ($\beta = 2.4, 2.5, 2.6$) の格子での結果のプロット。

ダウゲージによっても示された。off-diagonal パートは、ゲージ変換 Ω_x に対して随機的に変換する。 $X_{x,\mu} \rightarrow X'_{x,\mu} = \Omega_x X_{x,\mu} \Omega_x^\dagger$. 従って、力学的に生成された有効質量として質量項

$$\frac{1}{2} M_x^2 X_\mu^2(x)$$

を導入することができる。質量をもったプロパゲータと大きな $r = |x - y|$ に対して

$$G_{\mu\mu}(r; M) = \langle \mathbf{X}_\mu(x) \mathbf{X}_\mu(y) \rangle = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{ik(x-y)} \frac{1}{k^2 + M^2} \left(4 + \frac{k^2}{M^2} \right) \simeq \frac{3\sqrt{M}}{2(2\pi)^{3/2}} \frac{e^{-Mr}}{r^{3/2}}.$$

の関係があるため、 $r^{3/2}G_{\mu\mu}(r; M)$ のダンピング e^{-Mr} を測ることで質量を求めることができる。 $\sqrt{\sigma_{ST}} = 440$ MeV. を用いると、 $M_x \simeq 1.2 - 1.3$ GeV である。[5][6]

5 成果発表

- 査読付論文

- Physcs Letter B: [2], [3]

- 国際会議での発表

- 柴田章博 The XXIV International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2006)
- 加藤清考 The XXIV International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2006)
- 近藤慶一 International Workshop on the Origin of Mass and Strong Coupling Gauge Theories (SCGT 06)

- プロシーディングス
 - Proceedings of Lattice 2006 [4],[5]
 - Proceedings of SCGT2006[7]
- その他（投稿中論文など）
 - 論文準備中 [6]

参考文献

- [1] S. Kato (Takamatsu Natl. Coll. Tech.), K.-I. Kondo, T. Murakami (Chiba U.), A. Shibata (KEK, Tsukuba), T. Shinohara (Chiba U.), NUMERICAL EVIDENCE FOR THE EXISTENCE OF A NOVEL MAGNETIC CONDENSATION IN YANG-MILLS THEORY. CHIBA-EP-150, KEK-PREPRINT-2005-6, Jun 2005. 36pp. e-Print Archive: hep-ph/0504054
- [2] S. Kato, K.-I. Kondo, T. Murakami, A. Shibata, T. Shinohara and S. Ito, Lattice construction of Cho-Faddeev-Niemi decomposition and gauge-invariant monopole, Physics Letters B, Volume 632, Issues 2-3, 12 January 2006, Pages 326-332
- [3] S. Ito, S. Kato, K.-I. Kondo, T. Murakami, A. Shibata and T. Shinohara, Compact lattice formulation of Cho-Faddeev-Niemi decomposition: String tension from magnetic monopoles, Preprint hep-lat/0604016 Physics Letters B, Volume 645, Issue 1, 1 February 2007, Pages 67-74
- [4] A. Shibata, S. Ito, S.Kato K.-I. Kondo, T. Murakami, and T. Shinohara, Gluon mass generation and infrared Abelian dominance in Yang-Mills theory, PoS(LAT2006)074 ; XXIVth International Symposium on Lattice Field Theory (lattice2006) Tucson, Arizona, US July 23-28, 2006
- [5] S.Kato , S.Ito, K.-I. Kondo, T. Murakami, A. Shibata and T. Shinohara, Quark confinement and gauge invariant monopoles in SU(2) YM;PoS (LAT2006)068 ;XXIVth International Symposium on Lattice Field Theory (lattice2006) Tucson, Arizona, USJuly 23-28, 2006
- [6] A. Shibata, S.Ito, S. Kato, K.-I. Kondo, T. Murakami, and T. Shinohara Compact lattice formulation of Cho-Faddeev-Niemi decomposition: gluon mass generation and Abelian dominance (In preperation).
- [7] K.-I. Kondo, A gauge-invariant mechanism for quark confinement and a new approach to the mass gap problem CHIBA-EP-163, hep-th/0702119, To appear in the proceedings of 2006 International Workshop on the Origin of Mass and Strong Coupling Gauge Theories (SCGT 06), Nagoya, Japan, 21-24 Nov 2006.
- [8] K.-I. Kondo, T. Murakami and T. Shinohara, [hep-th/0504107], Prog. Theor. Phys. 115, 201 (2006). K.-I. Kondo, T.Murakami and T. Shinohara, [hep-th/0504198], Eur. Phys. J. C 42, 475 (2005).