大型シミュレーション研究実施報告書

研究課題　格子 **QCD** によるハドロン散乱長

課題番号　大型ー**06-20**

研究組織

研究責任者	森松　治	高エネルギー加速器研究機構	助教授
研究従事者	矢木　拓也	東京大学理学系研究科	修士２年
	大谷　宗久	University of Regensburg	研究員
	橋本　省二	高エネルギー加速器研究機構	助教授

研究の動機

ハドロンの相互作用を理解することは、強い相互作用の物理の最も重要な課題の一つである。低エネルギーにおけるハドロンの相互作用は、QCD の非摂動的な現象であり、模型等によらずに理論的な解析を行うためには、格子 QCD によるシミュレーションがほとんど唯一の方法である。

カイラル対称性は、閉じ込めとともに非摂動的な QCD の最も重要な性質であり、低エネルギーにおけるハドロンの相互作用において重要な役割を果たす。実際、パイ中間子と他のハドロンの相互作用はカイラル対称性によって完全に決まってしまうし、他のハドロンの相互作用においてもカイラル対称性は重要な役割を果たすと考えられる。したがって、ハドロンの相互作用を理解するためには、カイラル対称性をできるだけ尊重する理論的定式化を用いて解析を行うことが望ましい。最近まで、格子 QCD のシミュレーションにおいては、ニールセンー二宮の定理により、ダブリングなしにカイラル対称性を尊重するフェルミオンの定式化は存在しなかった。最近のドメインウォールフェルミオン、オーバーラップフェルミオンの理論的発展及び計算機の能力の向上により、格子上で現実的なカイラル対称性を持ち、ダブリングの問題を持たないフェルミオンを用いたシミュレーションが可能になりつつある。

本研究の目的は、カイラル対称性を尊重するオーバーラップフェルミオンの定式化を用いた格子 QCD のシミュレーションによりハドロンの相互作用を理解することにある。

研究の詳細

一辺の長さ L の立方体の中に２つのハドロンを入れると、そのエネルギーは、ハドロン間の相互作用によって、無限体積中の２つのハドロンの質量の和からずれる。このエネルギーのずれは、以下の Lüscher の公式により、２つのハドロンの散乱長 a_0 と関係づけられる。

$$\Delta E = -\frac{4\pi a_0}{mL^3}\left\{1 + c_1\frac{a_0}{L} + c_2\frac{a_0^2}{L^2}\right\} + O(L^{-6})$$

したがって、有限体積中で、格子 QCD のシミュレーションによって、ハドロンの 4 点関数を計算することにより、ハドロンの散乱長を求めることができる。

今年度は、JLQCD collaboration が生成したフル QCD のゲージ場の配位を使って、$I = 2$ の $\pi\pi$ 散乱長を 6 つの異なるクォーク質量について計算した。

入力パラメータ・計算条件の中で、特に重要なものを Table 1 にまとめた。

Table 1: 入力パラメータ・計算条件

Parameter	Value
Lattice Size	$16^3 \times 32$
Flvaor Number	2
Wilson Mass	-1.60
β	2.30
μ	0.20
Topological Charge	0
Gauge Action	Rectangular Improved Action
Fermion Action	Overlap Fermion
Source Type	Wall Source
Gauge Fixing or Non Fixing	Coulomb Gauge

また、シミュレーションに使用したクォーク質量 m の値（lattice unit）と対応する格子定数 a (fm) を Table 2 にまとめた。これは、JLQCD グループの解析により得られたものである。

Table 2: クォーク質量と格子定数

m	No.conf	a[fm]
0.015	780	0.1194(16)
0.025	920	0.1207(17)
0.035	910	0.1215(16)
0.050	880	0.1235(13)
0.070	800	0.1253(14)
0.100	760	0.1275(11)
0.000	-	0.1184(12)

格子 QCD のシミュレーションにより、それぞれのクォーク質量の場合に得られた π-π(I=2) 散乱長 $a_0^{I=2}$ を Table 3 に示す。Table 3 には、m_π と $a_0^{I=2}/m_\pi$ も一緒に示してある。また、$a_0^{I=2}/m_\pi$ vs m_π^2 を Figure 1 に図示する。

カイラル摂動論によれば、π 中間子の質量が小さいとき、$I = 2$ の $\pi\pi$ 散乱長は、1 ループまでの近似で次のように与えられる。

$$\frac{a_0}{m_\pi} = -\frac{1}{8\pi F^2}\left[1 + \frac{m_\pi^2}{8\pi F^2}\left(\frac{7}{2}\log\frac{m_\pi^2}{\mu^2} + l_{\pi\pi}(\mu)\right)\right]$$

Table 3: 格子 QCD のシミュレーションにより得られた π-π(I=2) 散乱長

m	m_π[MeV]	$a_0^{I=2}$[fm]	$a_0^{I=2}/m_\pi$[GeV^{-2}]	No.conf
0.015	285(2)	-0.193(7)	-3.44(14)	99
0.025	359(2)	-0.167(7)	-2.35(9)	96
0.035	423(1)	-0.167(6)	-2.00(8)	93
0.050	499(2)	-0.150(7)	-1.53(7)	87
0.070	584(2)	-0.152(8)	-1.32(7)	92
0.100	689(2)	-0.130(14)	-0.95(11)	92

ここで、F はカイラル極限におけるパイ中間子の崩壊定数、$l_{\pi\pi}(\mu)$ は、スケール μ における $O(p^4)$ のカイラルラグランジアンの係数の線形結合である。a_0 を m_π で割ることにより、カイラル摂動の最低次の寄与が定数となるので、カイラルログの寄与を明確に同定することが可能になると期待される。

Figure 1 より、格子 QCD のシミュレーションによる結果は、m_π^2 が比較的大きいとき、a_0/m_π が m_π^2 に関してほぼ線形の振る舞いを示すが、m_π^2 が物理的な極限に近づくにつれて、a_0/m_π は、線形の振る舞いからずれ、急激に減少することがわかる。この振る舞いは、カイラルログの振る舞いと定性的に一致する。得られた計算結果 a_0/m_π を、クォーク質量の軽い方から 4 点について以下の関数形を用いてフィットした。

$$f(m_\pi^2) = A + B\, m_\pi^2 \ln(m_\pi^2) + C\, m_\pi^2$$

フィットから決められたパラメータ A,B,C は以下の通りである。

Table 4: フィットの結果まとめ

	Value
χ^2/d.o.f	3.41
A	-6.634(2)
B	-17.9(1)
C	-4.5(2)

この結果から、次のことがわかった。

- カイラルログの係数 B の値は、カイラル摂動のものと同程度の大きさである。
- フィットによって得られた曲線は、m_π^2 が小さくなるにつれて、カイラル摂動の曲線からずれる傾向にあり、その結果、物理的な極限に外挿した散乱長 a_0 の値は実験値よりかなり小さい。

この不一致の原因については、現在検討中である。

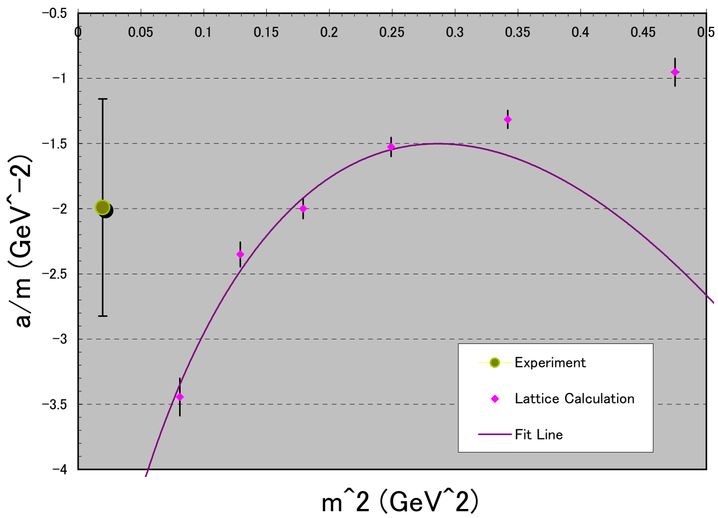

Figure 1: $\frac{a_0}{m_\pi}$ vs $m_p i^2$

成果の発表

本研究の成果については、現在論文を準備中である。また、本研究の結果は、矢木拓也氏の修士論文（Ｈ１９年３月）としてまとめられている。