

# 「格子ゲージ理論の大規模シミュレーションとその素粒子現象論への応用」平成19年度研究報告書

高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 橋本省二

平成20年5月9日

## 1 研究組織

scqcd グループは KEK、京大基研、筑波大、広島大を主体とするグループで、「大型シミュレーション研究」の開始当初から、格子 QCD の大規模シミュレーションを通じて、素粒子物理学の非摂動的研究を行ってきた。対外的には JLQCD collaboration の名前で研究発表を行っている。メンバーは以下の通りである。

- 研究責任者

- － 橋本省二 (はしもと しょうじ)  
高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 助教授

- 研究従事者

- － 金児 隆志 (かねこ たかし)  
高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 助手
- － 山田 憲和 (やまだ のりかず)  
高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 助手
- － 松古 栄夫 (まつふる ひでお)  
高エネルギー加速器研究機構 計算科学センター 助手
- － 野秋 淳一 (のあき じゅんいち)  
高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 博士研究員
- － 新谷 栄悟 (しんたに えいご)  
高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 博士研究員
- － 池田 裕章 (いけだ ひろあき) 総合研究大学院大学 高エネルギー加速器科学研究科 D2
- － 大野木 哲也 (おおのぎ てつや)  
京都大学 基礎物理学研究所 助教授
- － 深谷 英則 (ふかや ひでのり)  
仁科記念財団派遣研究員 (在 Niels Bohr Institute)
- － 青木 慎也 (あおき しんや)  
筑波大学 物理学系 教授

- 宇川 彰 (うかわ あきら)  
筑波大学 計算科学研究センター長、教授
- 金谷 和至 (かなや かずゆき)  
筑波大学 物理学系 教授
- 石塚 成人 (いしづか なるひと)  
筑波大学 計算科学研究センター 助教授
- 吉江 友照 (よしえ ともてる)  
筑波大学 計算科学研究センター 助教授
- 蔵増 嘉伸 (くらまし よしのぶ)  
筑波大学 計算科学研究センター 講師
- 谷口 祐介 (たにぐち ゆうすけ)  
筑波大学 物理学系 助手
- 武田 光平 (たけだ こうへい) 筑波大学大学院 D2
- 大川 正典 (おおかわ まさのり)  
広島大学大学院 理学研究科 教授
- 石川 健一 (いしかわ けんいち)  
広島大学大学院 理学研究科 助教授
- Ting-Wai Chiu  
National Taiwan University, Department of Physics, Professor
- 小川 兼司 (おがわ けんじ)  
National Taiwan University, postdoctoral fellow

## 2 研究目標

自然界の強い相互作用は量子色力学 (QCD) という非常に簡潔な理論で記述される。高エネルギーでの深非弾性散乱などのデータに見られるように、摂動的 QCD の予言は実験と精密に一致しており、QCD が強い相互作用の基礎理論であることに関して疑う余地はほとんどない。一方、低エネルギーでの QCD はその非摂動的な性質のために、解析的な手法では定量的な予言を与えるのが多くの場合に非常に困難である。例えば、物質の質量はそのほとんどがカイラル対称性の自発的破れによってもたらされると理解されているが、QCD を解析的に解くことでこれを示すことは未だに誰も成功していない。

格子上に定義された QCD(以下では格子 QCD) は、QCD の非摂動的領域も含む構成的な定式化を与えているだけでなく、数値シミュレーションを使って非摂動的計算を行う手法を与えており、計算機の急速な進歩にもなってハドロンの質量や行列要素など、様々な物理量の現実的な計算が可能になりつつある。数年前までは、動的クォークの効果を無視したクエンチ近似の範囲内での計算が主流であったが、クエンチ近似によらない(動的クォークの効果をとり入れた)数値シミュレーションも、近年盛んに行われるようになってきた。

一方で、その難しさも明らかになりつつある。当初は、速い計算機さえあればすぐに大規模シミュレーションを行って物理量の精密な計算を行うことができるという予測をしていたが、実際には 1 TFlops 程度の計算機では十分に満足のいく結果にまでは至らなかった。その最大の理由はカイラル極限の問題にある。

格子 QCD では、軽いクォークを含むシミュレーションに非常に計算コストがかかるため、比較的重いクォーク質量からの外挿が必要になる。これまでは軽いクォークの質量として、 $m_s/2$  ( $m_s$  はストレンジクォークの質量) 付近からの外挿が通常であったが、この領域ではカイラル摂動論が有効かどうか明らかでないため外挿の不定性が無視できない。クエンチ近似では計算時間がおおよそクォーク質量の逆数に比例して増えるが、動的クォークのシミュレーションでは最大でクォーク質量の  $-3$  乗に比例するため、物理的なクォーク質量への外挿は動的クォークシミュレーションでははるかに困難な問題になる。

さらに問題なのは、ウィルソン型格子フェルミオンはカイラル対称性を陽に破るという点である。このため、カイラル摂動論はクォークが十分に軽い領域でも厳密には有効でない。したがって通常は、カイラル対称性の破れをあらわすパラメータを理論に導入し、格子データをフィットすることになるが、パラメータの数が増えるため不定性も増してしまう。ウィルソン型格子フェルミオンにはもう一つ、クォーク質量がゼロになる点がゲージ配位ごとにゆらぐためにカイラル極限に近づくにつれてシミュレーションが不安定になるという問題もある。

このように、動的クォークシミュレーションの問題はカイラル極限の問題と言っても過言ではない。この問題を根本的に解決するために、本研究課題では厳密なカイラル対称性をもつフェルミオン定式化を用いた動的クォークシミュレーションを推進している。この定式化によれば、カイラル極限付近での不安定性の問題は本質的になくなり、原理的には物理的なアップおよびダウンクォーク質量やさらにはクォーク質量ゼロでのシミュレーションも可能になる。また、比較的重いクォーク質量からの外挿の際にも、連続理論で知られているカイラル有効理論の予言 (クォーク質量依存性) を使うことが正当化できるので、カイラル極限の問題は非常に単純化できる。カイラル対称性をもたないフェルミオン定式化では、余分なパラメータを導入してフィットした後で連続極限をとる操作が必要になるので、数値的にははるかに困難な問題になる。

厳密なカイラル対称性をもつフェルミオン定式化は、オーバーラップフェルミオンとして知られており、クエンチ近似の範囲内ではすでに多くの研究がなされている。この定式化の最大の問題点は、計算コストが通常のウィルソン型フェルミオンに比べて 100 倍程度も大きいことであるが、これまでの我々の研究により、現行のスーパーコンピュータシステムを使えば大規模なシミュレーションも十分に可能であることが明らかになった。

カイラル対称性は、ゲージ対称性と並んで QCD のもっとも重要な対称性の一つであり、自発的対称性の破れによって物質の質量の源を与えるという、われわれの自然界の理解のためにも根本的な役割を果たしている。従来の格子 QCD シミュレーションでは、カイラル対称性を厳密に保った定式化を使っていなかったため、カイラル対称性の自発的破れという興味深い現象を直接扱うことはできなかったが、この研究で初めてその第一原理シミュレーションを実現することができた。カイラル対称性の破れの帰結はカイラル有効理論によってよく記述されると理論的に期待されているが、それらを逐一検証することも可能になる。この意味で、本研究課題はわれわれの自然界の理解を飛躍的に深めることにつながる。

カイラル極限の問題が根本的に解決できれば、現象論的応用での価値も高い。なぜなら、カイラル極限におけるカイラルログの問題は普遍的で、ほとんどの物理量がこの問題の影響を受けるからである。これまで、パイ中間子や K 中間子の崩壊定数、K 中間子のバググパラメタ、B 中間子の崩壊定数とバググパラメタ、パイ、K、B 中間子のセミレプトニック行列要素等の計算を進めてきたが、これらのすべてにおいてカイラル極限の問題は未解決で、この研究プロジェクトによって初めて本質的な解決が期待できる。これらの物理量はクォークフレーバー物理において小林益川行列要素を決定する上での中心的な物理量であり、信頼できる理論計算がかねてから期待されてきたものである。

この研究課題の目的は、これらの重要なハドロン行列要素を厳密なカイラル対称性をもつ格子 QCD のシミュレーションで計算すること、またそのための基本的な手法を開発することである。

### 3 平成 19 年度の研究報告

平成 19 年度の大型シミュレーション研究では、以下の研究を行った。以前の研究経過と成果については平成 18 年度の成果報告書を参照されたい。

- 平成 18 年度に完了した 2 フレーバーでの大規模シミュレーションに続いて、ストレンジクォークの動的効果を含んだ 2+1 フレーバーのシミュレーションを開始した。それに先立って、奇数フレーバーを扱うためのシミュレーションアルゴリズムとコードを開発、テストした。2+1 フレーバーでの大規模シミュレーションは、2 フレーバーのランとほぼ同等のパラメータで行った。すなわち、格子サイズは  $16^3 \times 32$ 、格子間隔は 0.12 fm にとる。ゲージ作用としては岩崎型を採用し、トポロジーを固定するための余分なウィルソンフェルミオンを導入する。アップおよびダウクォークの質量は  $m_s/6 - m_s$  の範囲をカバーし、ストレンジクォークは物理的な  $m_s$  をはさむ形で 2 点をとる。全体で 10 点のクォーク質量の組み合わせでシミュレーションを実施した。統計量としては、それぞれ 2,500 HMC traj. を目標とし、年度末までにほぼシミュレーションが完了した。(実際には平成 20 年度の 5 月始めまでかかった。)
- 上記の大規模シミュレーションと並行して、平成 18 年度に蓄積した 2 フレーバーの格子データを利用して、以下のような物理量計算のプロジェクトを進めた。

**カイラルログのテスト** パイ中間子の質量と崩壊定数を精密に計算することで、カイラル有効理論が予言するカイラルログ (パイ中間子の雲の効果) が格子計算で再現されているかどうかを調べる。以前のシミュレーションではクォーク質量が大きかったために、この効果を調べることのできる領域に到達しなかったが、今回は格段に軽いクォークで、かつ厳密なカイラル対称性をもつため、初めて意味のあるテストが可能になった。カイラル有効理論の next-to-leading order (NLO) および next-to-next-to-leading order (NNLO) の結果と格子データの比較を試みた。

**パイ中間子の形状因子** カイラル有効理論の枠内で議論することのできる最も単純な物理量は上記の質量と崩壊定数であるが、次に単純な量はパイ中間子の形状因子である。小さなクォーク質量と高い統計精度で、カイラル有効理論との consistency をここでも明らかにする。この研究は、パイ中間子のスカラー形状因子や  $K$  中間子のセミレプトニック崩壊の行列要素の計算も視野に入れて、より幅広い応用を目指す。この研究で必要となるハドロンの 3 点関数の計算で高い精度を実現するために、任意点から任意点へのクォークプロパゲータを計算する手法を開発した。この手法はその他の物理量、特にフレーバー一重項のハドロンの物理量を計算する際にも重要になる。

**$K$  中間子の  $B$  パラメーター  $B_K$**   $K$  中間子の  $B$  パラメーターは、CP 対称性の破れのパラメーター  $\epsilon_K$  を、クォークレベルの結合定数に翻訳するために必要になるパラメーターで、束縛状態としての  $K$  中間子の情報を含む非摂動的な物理量である。クォークのもつカイラル対称性によって小さく抑えられている量なので、格子計算においてもカイラル対称性を保つ定式化を用いて計算する必要がある。厳密なカイラル対称性を保つことで、非常に精度のよい計算が可能になった。

**パイ中間子の質量差** 運動量空間でのベクトルおよび軸性ベクトルカレントの相関関数の差を計算することで、荷電および中性パイ中間子の質量差を与えることができる。小さな差を精密に計算するには厳密なカイラル対称性が本質的な役割を果たす。

**トポロジ感受性** 時空全体のトポロジを固定していても、QCD に固有の局所的なトポロジのゆらぎは起るはずであり、そのゆらぎの大きさはトポロジ感受率  $\chi_t$  で特徴づけられる。通常、トポロジ感受率は空間全体のトポロジの分布を使って計算されるが、我々のシミュレーションはトポロジを固定しているのでそれは不可能である。その代りに、局所的に測定できる物理量からトポロジ感受率を計算する手法を検討している。これによって、トポロジを固定するシミュレーションの正当性を証明できる。

**固有値分布** イプシロン領域でのディラック演算子の固有値は多くの情報を含んでいることが明らかになってきている。固有値の平均値を使ってカイラル凝縮の値  $\Sigma$  を計算できるだけでなく、化学ポテンシャルが入ったときの固有値の相関を見ることでパイ中間子の崩壊定数  $F_\pi$  を求めることができることも知られている。もっと重要なことは、QCD がカイラル対称性の自発的破れを起こすことの直接的な証明を与えることができる点にある。すでに完了したシミュレーションの固有値分布を詳細に分析することで、これらのことが明らかになると期待される。

**イプシロン領域の相関関数** 固有値分布だけでなく、イプシロン領域での相関関数も  $\Sigma$  や  $F_\pi$  に関する独自の情報を与える。固有値分布よりも優れている点は、イプシロン展開の高次を計算に取り込むことができることである。

**重いクォークの物理** このプロジェクトでは、軽いクォークの領域が主たる興味であるが、重いクォークの物理でもカイラル外挿は主要な系統誤差の要因になっており、この問題を解決することが最終的に精度のよい計算を行うための鍵になると考えている。まずは重いクォークとして静的近似を考え、カイラル外挿の問題に集中する。物理量としては B 中間子の崩壊定数と、 $B^*B\pi$  結合定数が最初の課題となる。

厳密なカイラル対称性はこのプロジェクトで初めて実現されるものであるため、これら以外にも新たな応用を開拓できる可能性が大いにある。素粒子現象論を中心に、広くテーマを考えていきたい。

## 4 成果報告

平成 19 年度に発表した論文は、イプシロン領域の固有値分布をランダム行列理論のそれと比較してカイラル対称性の自発的破れを実証した研究 [1] とその本論文 [2]、イプシロン領域でのパイ中間子相関関数から  $F$  と  $\Sigma$  を精密に計算した研究 [3]、K 中間子の混合パラメタの精密計算 [4]、トポロジ感受率の精密計算 [5]、および 2 フレーバーシミュレーションの詳細を報告した論文 [6] の 6 編である。また、トポロジを固定したシミュレーションの理論的裏付けに関する論文をメンバーの 4 人が発表した [7]。最初の論文は Phys. Rev. Lett. に掲載され、それと同時に高エネルギー加速器研究機構からプレスリリースを発表した（「量子色力学における自発的対称性の破れを厳密に実証」2007 年 4 月 24 日プレスリリース, <http://www.kek.jp/ja/news/press/2007/supercomputer2.html>）。

2007 年 7-8 月にレーゲンスブルグ（ドイツ）で行われた “The XXV International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2007)” において発表した。発表者とタイトルは以下の通り。それぞれ、プロシーディングスに論文を投稿した。

- H. Matsufuru, “Exploring the chiral regime with dynamical overlap fermions,” [8]
- T.W. Chiu, “Topological susceptibility in two-flavor lattice QCD with exact chiral symmetry,” [5]
- N. Yamada, “ $B_K$  with dynamical overlap fermions,” [9]
- E. Shintani, “Pion mass difference from vacuum polarization,” [10]
- T. Kaneko, “Pion form factor from all-to-all propagators of overlap quarks,” [11]
- S. Hashimoto, “Lattice simulation of 2+1 flavors of overlap light quarks,” [12]
- H. Fukaya, “Meson correlators in the epsilon-regime of two-flavor lattice QCD,” [13]
- J. Noaki, “Light meson spectrum with  $N_f = 2$  dynamical overlap fermions,” [14]

このうち、松古は、プレナリーセッションでの総合報告に招待された [8]。

また、メンバーの深谷は、上記の [1] などの業績を評価されて、第 2 回 (2008 年) 日本物理学会若手奨励賞を受賞した (<http://div.jps.or.jp/wakate2008.htm>)。

## 参考文献

- [1] H. Fukaya *et al.* [JLQCD Collaboration], “Two-flavor lattice QCD simulation in the epsilon-regime with exact chiral symmetry,” *Phys. Rev. Lett.* **98**, 172001 (2007) [arXiv:hep-lat/0702003].
- [2] H. Fukaya *et al.*, “Two-flavor lattice QCD in the epsilon-regime and chiral Random Matrix Theory,” *Phys. Rev. D* **76**, 054503 (2007) [arXiv:0705.3322 [hep-lat]].
- [3] H. Fukaya *et al.* [JLQCD collaboration], “Lattice study of meson correlators in the epsilon-regime of two-flavor QCD,” *Phys. Rev. D* **77**, 074503 (2008) [arXiv:0711.4965 [hep-lat]].
- [4] S. Aoki *et al.* [JLQCD Collaboration], “ $B_K$  with two flavors of dynamical overlap fermions,” *Phys. Rev. D* **77**, 094503 (2008) [arXiv:0801.4186 [hep-lat]].
- [5] S. Aoki *et al.* [JLQCD and TWQCD Collaborations], “Topological susceptibility in two-flavor lattice QCD with exact chiral symmetry,” *PoS LATTICE2007*, 068 (2006) [arXiv:0710.1130 [hep-lat]].
- [6] S. Aoki *et al.* [JLQCD Collaboration], “Two-flavor QCD simulation with exact chiral symmetry,” arXiv:0803.3197 [hep-lat].
- [7] S. Aoki, H. Fukaya, S. Hashimoto and T. Onogi, *Phys. Rev. D* **76**, 054508 (2007) [arXiv:0707.0396 [hep-lat]].
- [8] H. Matsufuru [JLQCD Collaboration], “Exploring the chiral regime with dynamical overlap fermions,” *PoS LAT2007*, 018 (2007) [arXiv:0710.4225 [hep-lat]].

- [9] N. Yamada *et al.* [JLQCD Collaboration], “ $B_K$  with dynamical overlap fermions,” PoS **LATTICE2007**, 379 (2006) [arXiv:0710.0462 [hep-lat]].
- [10] E. Shintani, H. Fukaya, S. Hashimoto, H. Matsufuru, J. Noaki, T. Onogi and N. Yamada [JLQCD Collaboration], “Pion mass difference from vacuum polarization,” PoS **LAT2007**, 134 (2007) [arXiv:0710.0691 [hep-lat]].
- [11] T. Kaneko, H. Fukaya, S. Hashimoto, H. Matsufuru, J. Noaki, T. Onogi and N. Yamada [JLQCD collaboration], “Pion form factor from all-to-all propagators of overlap quarks,” PoS **LAT2007**, 148 (2007) [arXiv:0710.2390 [hep-lat]].
- [12] S. Hashimoto *et al.* [JLQCD collaboration], “Lattice simulation of 2+1 flavors of overlap light quarks,” PoS **LAT2007**, 101 (2007) [arXiv:0710.2730 [hep-lat]].
- [13] H. Fukaya *et al.* [JLQCD collaboration], “Meson correlators in the epsilon-regime of two-flavor lattice QCD,” PoS **LAT2007**, 073 (2007) [arXiv:0710.3468 [hep-lat]].
- [14] J. Noaki *et al.* [JLQCD Collaboration], “Light meson spectrum with  $N_f = 2$  dynamical overlap fermions,” PoS **LAT2007**, 126 (2007) [arXiv:0710.0929 [hep-lat]].