

「格子ゲージ理論の大規模シミュレーションとその素粒子現象論への応用」平成20年度研究報告書

高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 橋本省二

平成21年5月21日

1 研究組織

scqcd グループは KEK、京大基研、筑波大を主体とするグループで、「大型シミュレーション研究」の開始当初から、格子 QCD の大規模シミュレーションを通じて、素粒子物理学の非摂動的研究を行ってきた。対外的には JLQCD collaboration の名前で研究発表を行っている。メンバーは以下の通りである。

- 研究責任者

- － 橋本省二 (はしもと しょうじ)
高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 准教授

- 研究従事者

- － 金児 隆志 (かねこ たかし)
高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 助教
- － 山田 憲和 (やまだ のりかず)
高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 助教
- － 松古 栄夫 (まつふる ひでお)
高エネルギー加速器研究機構 計算科学センター 助教
- － 野秋 淳一 (のあき じゅんいち)
高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所 研究員
- － 池田 裕章 (いけだ ひろあき) 総合研究大学院大学 高エネルギー加速器科学研究科 D3
- － 大野木 哲也 (おおのぎ てつや)
京都大学 基礎物理学研究所 准教授
- － 新谷 栄悟 (しんたに えいご)
京都大学 基礎物理学研究所 研究員
- － 深谷 英則 (ふかや ひでのり)
名古屋大学 理学研究科 特任助教
- － 青木 慎也 (あおき しんや)
筑波大学 物理学系 教授

- 宇川 彰 (うかわ あきら)
筑波大学 計算科学研究センター長、教授
- 金谷 和至 (かなや かずゆき)
筑波大学 物理学系 教授
- 石塚 成人 (いしづか なるひと)
筑波大学 計算科学研究センター 准教授
- 吉江 友照 (よしえ ともてる)
筑波大学 計算科学研究センター 准教授
- 蔵増 嘉伸 (くらまし よしのぶ)
筑波大学 計算科学研究センター 准教授
- 谷口 祐介 (たにぐち ゆうすけ)
筑波大学 物理学系 助教
- 武田 光平 (たけだ こうへい) 筑波大学大学院 D3
- 大川 正典 (おおかわ まさのり)
広島大学大学院 理学研究科 教授
- 石川 健一 (いしかわ けんいち)
広島大学大学院 理学研究科 准教授
- Ting-Wai Chiu
National Taiwan University, Department of Physics, Professor
- 小川 兼司 (おがわ けんじ)
National Taiwan University, postdoctoral fellow

2 研究目標

自然界の強い相互作用は量子色力学 (QCD) という非常に簡潔な理論 (ゲージ場の量子論) で記述される。高エネルギーでの深非弾性散乱などのデータに見られるように、摂動的 QCD の予言は実験と精密に一致しており、QCD が強い相互作用の基礎理論であることに関して疑う余地はほとんどない。一方、低エネルギーでの QCD はその非摂動的な性質のために、解析的な手法では定量的な予言を与えるのが多くの場合に非常に困難である。例えば、物質の質量はそのほとんどがカイラル対称性の自発的破れによってもたらされると理解されているが、QCD を解析的に解くことでこれを示すことは未だに誰も成功していない。

格子上に定義された QCD (以下では格子 QCD) は、QCD の非摂動的領域も含む構成的な定式化を与えているだけでなく、数値シミュレーションを使って非摂動的計算を行う手法を与えており、計算機の急速な進歩にもなってハドロンの質量や行列要素など、様々な物理量の現実的な計算が可能になりつつある。数年前までは、動的クォークの効果を無視したクエンチ近似の範囲内での計算が主流であったが、クエンチ近似によらない (動的クォークの効果をとり入れた) 数値シミュレーションも、現在では標準的に行われるようになってきている。

ただし、これまでのほとんどの QCD シミュレーションは、カイラル対称性を格子上で壊すようなフェルミオン定式化を用いて行われてきた。カイラル対称性は、ゲージ対称性と並んで QCD のもっとも重要な対称性の一つであり、自発的対称性の破れによって物質の質量の源を与えるという、われわれの自然界の理解のためにも根元的な役割を果たしている。従来の格子 QCD シミュ

レーションでは、カイラル対称性を厳密に保った定式化を使っていなかったため、カイラル対称性の自発的破れという興味深い現象を直接扱うことはできず、カイラル凝縮の計算など格子QCDでは計算困難と考えられていた物理量も数多い。

また、軽いクォークを含むシミュレーションには非常に計算コストがかかるため、比較的重いクォーク質量からの外挿が必要になる。以前は軽いクォークの質量として、 $m_s/2$ (m_s はストレンジクォークの質量) 付近からの外挿が通常であったが、この領域ではカイラル摂動論が有効かどうか明らかでないため外挿の不定性が無視できない。クエンチ近似では計算時間がおよそクォーク質量の逆数に比例して増えるが、動的クォークのシミュレーションでは最大でクォーク質量の $-(2-3)$ 乗に比例するため、物理的なクォーク質量への外挿は未だに簡単ではない。

このような状況のなかで、本研究課題では厳密なカイラル対称性をもつフェルミオン定式化を用いた動的クォークシミュレーションを推進する。この研究によってカイラル対称性の自発的対称性の破れとそれに伴う現象にたいして、初めて理論的にクリーンなやり方でせまることができる。対称性の破れの秩序変数であるカイラル凝縮の計算が可能になるのはその一例であり、対称性の破れとゲージ場のトポロジーの関係など、理論的にも興味深い問題を数値的に解析することも可能になる。

またこの定式化を使えば、カイラル極限付近でのシミュレーションが不安定になる問題はないため、物理的なアップおよびダウクォーク質量やさらにはクォーク質量ゼロでのシミュレーションも（有限体積効果の問題を除けば）実行可能である。比較的重いクォーク質量からの外挿の際にも、連続理論で知られているカイラル有効理論の予言（クォーク質量依存性）を使うことが正当化できるので、カイラル極限の問題は非常に単純化できる。カイラル対称性をもたないフェルミオン定式化では、余分なパラメータを導入してフィットした後で連続極限をとる操作が必要になるので、数値的にははるかに困難な問題になる。

厳密なカイラル対称性をもつフェルミオン定式化は、オーバーラップフェルミオンとして知られており、クエンチ近似の範囲内ではすでに多くの研究がなされている。この定式化の最大の問題点は、計算コストが通常のウィルソン型フェルミオンに比べて100倍程度も大きいことであるが、これまでの我々の研究により、現行のスーパーコンピュータシステムを使えば大規模なシミュレーションも十分に可能であることが明らかになった。

カイラル極限の問題が根本的に解決できれば、現象論的応用での価値も高い。なぜなら、カイラル極限におけるカイラルログの問題は普遍的で、ほとんどの物理量がこの問題の影響を受けるからである。これまで、パイ中間子やK中間子の崩壊定数、K中間子のバグパラメタ、B中間子の崩壊定数とバグパラメタ、パイ、K、B中間子のセミレプトニック行列要素等の計算を進めてきたが、これらのすべてにおいてカイラル極限の問題は未解決で、この研究プロジェクトによって初めて本質的な解決が期待できる。これらの物理量はクォークフレーバー物理において小林益川行列要素を決定する上での中心的な物理量であり、信頼できる理論計算がかねてから期待されてきたものである。

この研究課題の目的は、これらの重要なハドロ行列要素を厳密なカイラル対称性をもつ格子QCDのシミュレーションで計算すること、またそのための基本的な手法を開発することである。

3 平成20年度の研究報告

平成20年度の大規模シミュレーション研究では、以下の研究を行った。以前の研究経過と成果については平成18および19年度の成果報告書を参照されたい。

- 平成 18 年度に完了した 2 フレーバーでの大規模シミュレーションに加えて、ストレンジクォークの動的効果を含んだ 2+1 フレーバーのシミュレーションを完了した。2+1 フレーバーでの大規模シミュレーションは、2 フレーバーのランとほぼ同等のパラメタで行った。すなわち、格子サイズは $16^3 \times 48$ 、格子間隔は 0.12 fm にとる。ゲージ作用としては岩崎型を採用し、トポロジーを固定するための余分なウィルソンフェルミオンを導入する。アップおよびダウンクォークの質量は $m_s/6 - m_s$ の範囲をカバーし、ストレンジクォークは物理的な m_s をはさむ形で 2 点をとる。全体で 10 点のクォーク質量の組み合わせでシミュレーションを実施した。統計量としては、それぞれ 2,500 HMC traj. を蓄積した。
- 上記の主要なシミュレーションは、大域的トポロジーをゼロに固定するセットアップで行ったが、それにとまう有限体積効果のチェックのために、大域的トポロジーを +1 に固定したシミュレーションを、クォーク質量のもっとも小さな点で実行した。この解析は、現在進行中である。
- 上記のシミュレーションの最大の問題点は、有限体積効果にある。格子の大きさ 1.9 fm は、中間子 1 つを収容するにも十分大きいとはいいがたいため、無視できない有限体積効果が予想される。特にクォーク質量が小さい領域では、パイ中間子のループ効果のためにその寄与が大きくなる可能性があり、注意が必要である。この点を明らかにするために、パラメタを 1 点にしぼった上で大きな体積 ($24^3 \times 48$) でのシミュレーションを実行した。体積以外のパラメタは主要なシミュレーションと同一なので、有限体積効果による寄与を直接みることができる。この解析は、現在進行中である。
- 上記の大規模シミュレーションと並行して、これまでに蓄積した 2 および 2+1 フレーバーの格子データを利用して、以下のような物理量計算のプロジェクトを進めた。

カイラル有効理論のテスト パイ中間子の質量と崩壊定数を精密に計算することで、カイラル有効理論が予言するカイラルログ (パイ中間子の雲の効果) が格子計算で再現されているかどうかを調べるものである。特に、カイラル有効理論の next-to-next-to-leading order (NNLO) まで含めた本格的な解析を初めて行って、カイラル展開の収束について議論した [1, 2]。

パイ中間子の形状因子 カイラル有効理論の枠内で議論することのできる最も単純な物理量は上記の質量と崩壊定数であるが、次に単純な量はパイ中間子の形状因子である。小さなクォーク質量と高い統計精度で、カイラル有効理論との consistency を NNLO まで含めた解析で検証した [3]。この研究は、パイ中間子のスカラー形状因子や K 中間子のセミレプトニック崩壊の行列要素の計算も視野に入れて、より幅広い応用を目指す。この研究で必要となるハドロンの 3 点関数の計算で高い精度を実現するために、任意点から任意点へのクォークプロパゲータを計算する手法を開発した。この手法はその他の物理量、特にフレーバー一重項のハドロンの物理量を計算する際にも重要になる。

パイ中間子の質量差 運動量空間でのベクトルおよび軸性ベクトルカレントの相関関数の差を計算することで、荷電および中性パイ中間子の質量差を与えることができる。小さな差を精密に計算するには厳密なカイラル対称性が本質的な役割を果たす。また、複合ヒッグス模型の観点では、この計算は S パラメタおよび擬南部ゴールドストーン粒子の質量に関係する。ワインバーグ和則を用いたこの計算を初めて行って発表した [4]。

QCD 結合定数の計算 上記の運動量空間の相関関数を、運動量の大きい領域で摂動的 QCD

と比較することで、QCD 結合定数を決めることができる。この新しい手法を使って 2 フレーバーでの QCD 結合定数を計算した [5]。

トポロジ感受性 時空全体のトポロジを固定していても、QCD に固有の局所的なトポロジのゆらぎは起るはずであり、そのゆらぎの大きさはトポロジ感受率 χ_t で特徴づけられる。通常、トポロジ感受率は空間全体のトポロジの分布を使って計算されるが、我々のシミュレーションはトポロジを固定しているのでそれは不可能である。その代わりに、局所的に測定できる物理量からトポロジ感受率を計算する手法を検討している。これによって、トポロジを固定するシミュレーションの正当性を証明できる。実際の計算の結果、トポロジ感受率のクォーク質量依存性がカイラル有効理論の予想を正確に再現していることが明らかになった [6, 7]。

核子のストレンジクォーク成分 核子がどれだけストレンジクォークを含んでいるかという問題は核子構造として興味をもたれるだけでなく、暗黒物質粒子の検出にもかかわる問題である。これまでの格子 QCD 計算は、発散をきちんと制御できていなかったが、厳密なカイラル対称性をもつ計算で初めて信頼できる計算を実現した。結果として、以前の格子 QCD 計算よりも一桁小さな値を得た [8, 9]。

厳密なカイラル対称性はこのプロジェクトで初めて実現されるものであるため、これら以外にも新たな応用を開拓できる可能性が大いにある。今後も素粒子現象論を中心に、広くテーマを考えていきたい。

4 成果報告

上記であげた研究成果を含め、論文リストについては、研究成果報告書の本紙を参照されたい。2008 年 7 月にウィリアムズバーグ（アメリカ・バージニア州）で行われた “The XXVI International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008)” において発表した。発表者とタイトルは以下の通り。それぞれ、プロシーディングスに論文を投稿した。

- T.W. Chiu, “Topological susceptibility in (2+1)-flavor lattice QCD with overlap fermion”
- J. Noaki, “Light meson spectrum with $N_f=2+1$ dynamical overlap fermions”
- T. Kaneko, “Pion vector and scalar form factors with dynamical overlap quarks”
- H. Ohki, “Calculation of the nucleon sigma term and strange quark content with two-flavors of dynamical overlap fermions”
- H. Matsufuru, “Simulation with 2+1 flavors of dynamical overlap fermions”
- E. Shintani, “Strong coupling constant and four-quark condensates from vacuum polarization functions with dynamical overlap fermions”
- N. Yamada, “S-parameter and pseudo-Nambu-Goldstone boson mass from overlap lattice QCD”
- S. Hashimoto, “Physics results from dynamical overlap fermion simulations”

このうち、橋本は、プレナリーセッションでの総合報告に招待され、グループ全体の成果について報告した。

参考文献

- [1] J. Noaki *et al.* [JLQCD and TWQCD Collaborations], “Convergence of the chiral expansion in two-flavor lattice QCD,” *Phys. Rev. Lett.* **101**, 202004 (2008) [arXiv:0806.0894 [hep-lat]].
- [2] J. Noaki *et al.*, “Light meson spectrum with $N_f = 2 + 1$ dynamical overlap fermions,” talk at 26th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008), Williamsburg, Virginia, 14-20 Jul 2008; arXiv:0810.1360 [hep-lat].
- [3] T. Kaneko *et al.* [JLQCD Collaboration and TWQCD collaboration], “Pion vector and scalar form factors with dynamical overlap quarks,” talk at 26th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008), Williamsburg, Virginia, 14-20 Jul 2008; arXiv:0810.2590 [hep-lat].
- [4] E. Shintani *et al.* [JLQCD Collaboration], “S-parameter and pseudo-Nambu-Goldstone boson mass from lattice QCD,” *Phys. Rev. Lett.* **101**, 242001 (2008) [arXiv:0806.4222 [hep-lat]].
- [5] E. Shintani *et al.* [JLQCD Collaboration and TWQCD Collaboration], “Lattice study of vacuum polarization function and determination of strong coupling constant,” *Phys. Rev. D* **79**, 074510 (2009); arXiv:0807.0556 [hep-lat].
- [6] S. Aoki *et al.* [JLQCD and TWQCD Collaborations], “Topological susceptibility in two-flavor lattice QCD with exact chiral symmetry,” *Phys. Lett. B* **665**, 294 (2008) [arXiv:0710.1130 [hep-lat]].
- [7] T. W. Chiu *et al.* [JLQCD Collaboration and TWQCD Collaboration], “Topological susceptibility in (2+1)-flavor lattice QCD with overlap fermion,” talk at 26th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008), Williamsburg, Virginia, 14-20 Jul 2008; arXiv:0810.0085 [hep-lat].
- [8] H. Ohki *et al.*, “Nucleon sigma term and strange quark content from lattice QCD with exact chiral symmetry,” *Phys. Rev. D* **78**, 054502 (2008) [arXiv:0806.4744 [hep-lat]].
- [9] H. Ohki *et al.* [JLQCD Collaboration], “Calculation of the nucleon sigma term and strange quark content with two flavors of dynamical overlap fermions,” talk at 26th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008), Williamsburg, Virginia, 14-20 Jul 2008; arXiv:0810.4223 [hep-lat].
- [10] S. Hashimoto, “Physics results from dynamical overlap fermion simulations,” plenary talk at 26th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008), Williamsburg, Virginia, 14-20 Jul 2008; arXiv:0811.1257 [hep-lat].