

実施報告書

研究課題名 「有限温度・有限密度 QCD の非摂動論的研究」

(Non-perturbative study of hot and dense QCD)

筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授

金谷 和至

2009年5月22日

1 研究組織 (研究実施開始時)

	氏名	所属 職名 / 研究分担
研究責任者	金谷和至 (かなやかずゆき)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授 研究の統括と解析
共同研究者	青木慎也 (あおきしんや)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授 相構造と臨界指数の研究
共同研究者	初田哲男 (はつだてつお)	東京大学大学院理学系研究科 教授 最大エントロピー法による相関関数の研究
共同研究者	梅田貴士 (うめだたかし)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 研究員 $N_f = 2 + 1$ QCD の熱力学の研究
共同研究者	江尻信司 (えじりしんじ)	米国ブルックヘブン国立研究所 研究員 有限密度 QCD の研究
共同研究者	石井理修 (いしいのりよし)	筑波大学計算科学研究センター 研究員 プログラム開発とハドロン構造の研究
共同研究者	前沢祐 (まえざわゆう)	理化学研究所 仁科加速器研究センター 研究員 クォーク間ポテンシャルの解析
共同研究者	大野浩史 (おおのひろし)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 博士課程院生 シミュレーションの実行とデータの解析

2 研究課題の内容

クォークは通常、陽子、中性子などのハドロンに閉じこめられているが、約 1 兆度以上の超高温では溶け出して、クォーク・グルオン・プラズマ (QGP) 状態と呼ばれる、これまで人類が経験したことのない物質に相転移すると考えられている。この相転移の解明は宇宙の初期進化や物質創成を理解する上で重要である。現在、ブルックヘブン国立研究所の RHIC において実験的検証に向けた高エネルギーハドロン衝突実験が進められている。また、約 10 Tc までの QGP の性質を定量的に調べることを目的として、CERN の LHC を用いた、より高エネルギー領域での大規模実験も準備が進められている。終状態に数千個 数万個以上の粒子を含む複雑な重イオン衝突実験データから QGP 生成の明確な証拠とその熱力学特性を引き出すためには、QGP の物性に関する QCD 第一原理からの理論的予言が不可欠である。そのための現在唯一の研究方法が、格子 QCD に基づく数値シミュレーションである。実験データと格子 QCD の理論的解析により QGP の性質が精密に理解されると、初期宇宙におけるクォーク物質の進化を定量的に追うことが可能になり、物質創成のメカニズムも解明でき

ると期待される。本研究では、有限温度・有限密度における QCD の性質を、クォークの対生成・対消滅効果を取り入れた格子 QCD の数値シミュレーションにより、非摂動的に研究する。さらに、RHIC や LHC ではクォーク数密度がゼロでないことの影響を見積もる必要がある。世界的には我々のグループを除き、計算の楽なスタガード型格子クォークを使った研究が主流で、クォーク間ポテンシャルのチャンネル依存性や、有限密度 QCD に関しては多くの場合スタガード型クォークで調べられているのが現状だが、これだけでは、格子化誤差のコントロールが十分ではない。格子化誤差を取り除いて、実験と比較できる結果を導くためには、ウィルソン型クォークによる追試と比較が必要である。このプロジェクトでは、ウィルソン型クォークで有限温度・有限密度のクォーク物質の性質を研究する。改良ウィルソン型クォーク（クローバークォーク）と岩崎改良ゲージ作用を組み合わせた作用を、厳密なアルゴリズムを用いてシミュレーションする。最終的には、 s クォークまで正しく取り入れた $N_f = 2+1$ QCD で相転移温度と相転移次数の決定、RHIC で実験を行っている相転移点 T_c 周辺から、LHC で到達可能な $10 T_c$ 程度までをカバーする広い温度範囲で、物理量（状態方程式や音速などの熱力学量、及びチャーモニウムをはじめとするハドロンの質量や幅、時空相関などの諸性質）の温度依存性の解明を目指している。

3 平成 20 年度の研究の概要

3.1 クエンチ近似計算の研究

最終目標である $N_f = 2 + 1$ QCD での計算を視野に入れたテスト計算を幾つか進めた。平成 20 年度から本格的に始めた $N_f = 2 + 1$ QCD の有限温度ゲージ配位は固定格子間隔で生成している。このアプローチは従来の固定格子数での方法とは大きく異なる為に、 $N_f = 2 + 1$ QCD で行う予定の計算をまずはクエンチ近似による計算でその有効性を確認しておく必要がある。

3.1.1 T-integral 法による状態方程式の計算

$N_f = 2 + 1$ QCD で採用する固定格子間隔アプローチで状態方程式を計算するために、我々のグループで状態方程式の新しい非摂動的評価法 T-integral 法を開発した。従来の非摂動的評価法 integral 法は固定格子間隔では用いることは出来ないが、ある熱力学関係式を元に、状態方程式（圧力）をトレースアノマリーの温度積分としてあらわすと、固定格子間隔でも状態方程式の計算が可能になる。このアイデアをまずクエンチ近似の場合でテストして、従来の方法で求めた状態方程式の結果と遜色の無い結果を再現した。

この研究では、等方格子と非等方格子の場合について計算を行った。非等方格子では空間方向に比べ時間方向の格子間隔のみを細かくできるので、固定格子間隔アプローチでも温度を細かくコントロールできる。図 1（左）の結果は新しいアプローチで計算した等方、非等方格子でのトレースアノマリーの値と、従来の手法による結果との比較を行っている。図 2（右）ではトレースアノマリーの温度積分で求められる状態方程式の結果である。これらは、ほぼ従来の大規模計算の結果を再現して、新しいアプローチの有効性を示した。T-integral 法は、従来の integral 法と相補的で、特に従来の方法で格子化誤差が出やすい相転移点近傍で精度の良い計算を行える可能性がある。

ここで得られた結果は、論文誌に掲載され [1-2]、国際会議などで報告した [2-3][3-5][3-10][3-13][4-3]。

3.1.2 チャーモニウム消失温度の研究

この研究ではチャームクォークと反チャームクォークの束縛状態であるチャーモニウム（特に J/ψ , $\psi(2S)$, $\psi(3770)$ 状態など）がクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) 相中で、それぞれが散乱状態として

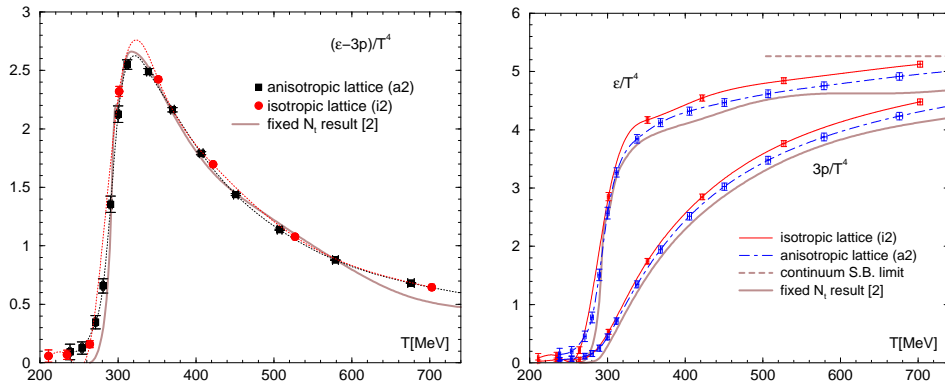


図 1: クエンチ近似でのトレスアノマリー (左図) と状態方程式 (右図) の結果。

バラバラになってしまう「チャーモニウム状態の消失温度」を有限温度格子 QCD による数値シミュレーションによって求める事を目的とする。これらチャーモニウムの消失温度は重イオン衝突実験での QGP 生成を示す重要なシグナルの一つである「J/ψ 抑制」のシナリオを議論する上で必要となるパラメータであり、格子 QCD による第一原理計算、特に動的クォークの効果を検討した full QCD 計算での見積りが必要とされている量である。

今年度は、チャーモニウムの束縛状態と散乱状態とを見分けるための Bethe-Salpeter 波動関数の計算を詳細に行った。様々なチャンネルの波動関数を計算した結果、これまでと同様に少なくとも $2.3T_c$ まで、チャーモニウムの S 状態、P 状態、さらにそれらの励起状態まで含めてハドロンの状態が消失することは確認できなかった。

これらの計算に関しては論文誌に掲載され [1-1]、国際会議などで発表を行った [2-6][3-1][3-4][3-8][4-2][4-4]。また現在投稿論文を準備中である。

3.2 $N_f = 2$ QCD の研究

本研究での目的である Wilson クォークによる有限温度・密度の計算は世界的に見ても cp-pacs グループ以降ほとんど行われていなかった。そのため、まずは有限温度の相図が既に詳細に調べられている $N_f = 2$ QCD の場合について研究を行った。メインの計算は平成 20 年度以前にほぼ終了しており、平成 20 年度ではその結果の解析や議論を推し進めた。

3.2.1 有限密度の研究

既に生成されている $N_f = 2$ QCD のゲージ配位において状態方程式や、クォーク数密度の揺らぎに関する有限密度効果の計算を行った。有限密度での QCD の計算は符号問題と呼ばれる問題があり、直接モンテカルロ法による計算ができない。その為、有限密度効果の見積りは、共同研究者の一人である江尻氏によって開発された、化学ポテンシャルに関する Taylor 展開の手法を用いる。この研究ではそれぞれの物理量について、Taylor 展開の展開係数のうち非自明な 2 次と 4 次の係数を数値的に計算した。

従来の方に加え有限密度の複素位相部分をガウス関数で近似して reweighting 法を用いる新しい手法による状態方程式の有限密度効果の計算や、クォーク数密度揺らぎの計算なども行った。これらの計算で、従来の Staggered クォークの計算で見ついていたクォーク数密度の揺らぎの増大の兆候が有限密度領域で確認できた。次年度の研究計画で検討しているクォーク数密度相関距離の研究でも同様の兆候が期待されている。

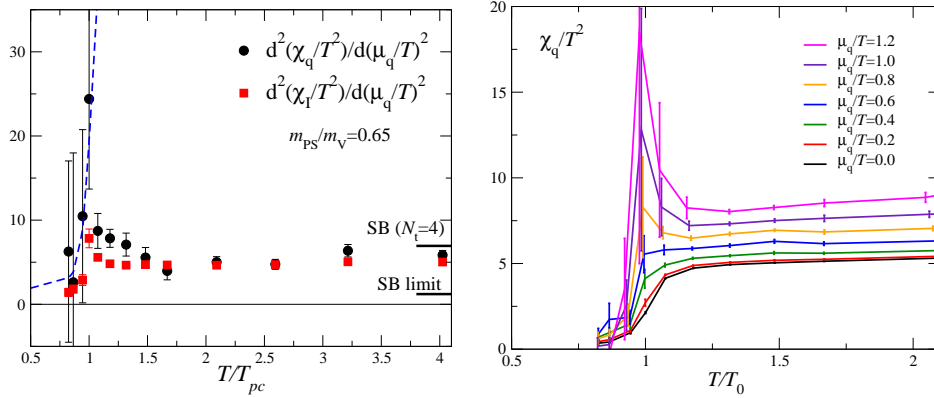


図 2: 左図: $N_f = 2 + 1$ QCD における、クォーク数密度揺らぎ (黒) とアイソスピン数密度揺らぎ (赤) の化学ポテンシャルに関する 2 階微分。 $m_{PS}/m_V = 0.65$, $\mu_q = 0$ での結果。前者が相転移点で特異的なのに対し、後者は強い特異性を示さない。右図: テーラー展開法と、近似的改良を組み合わせた、 $\mu_q \neq 0$ でのクォーク数密度揺らぎの温度依存性。

これらの計算に関しては国際会議などで発表を行った [2-2][2-4][3-6][3-7][3-9][3-11]。また現在投稿論文を準備中である。

3.2.2 QCD 媒質中の遮蔽質量の研究

$N_f = 2$ QCD 媒質中での磁気と電気遮蔽質量の詳細に関する研究を行った。虚時間反転と荷電共役反転の対称性を考えることによってポリヤコフープ相関を対称性に依じて分類し、それぞれ対称性に対する遮蔽質量を導出することができる。その結果、それぞれの遮蔽質量の大きさ関係は、弱結合展開から予想されるグルーオン伝播関数の次数により説明できることを明らかにした。さらに両者の質量比が AdS/CFT 対応より求められる超対称ヤンミルズ理論の予言値に良く一致する事などを議論した。これらの計算に関しては国際会議などで発表を行った [2-1][2-5][3-2][4-1]。また現在投稿論文を準備中である。

3.3 $N_f = 2 + 1$ QCD の研究

本プロジェクトの最終目標の 1 つとして、 $N_f = 2 + 1$ QCD の熱力学の研究として、相転移温度、状態方程式、そして有限密度効果などを計算する計画を進めている。この方法では従来の熱力学量の計算と異なり、ゲージ結合定数ではなく、時間方向の格子サイズによって温度を変えるという手法での有限温度の研究を行う。この新しいアプローチでの計算は温度の分解能が低いという欠点があるが、多くの利点も存在する。有限温度の計算でもスケールの決定や、クォーク質量のチューニングなどゼロ温度での計算が不可欠であるが、この場合 CP-PACS などが研究を行ったゼロ温度の計算をそのまま流用する事が可能な点、さらにシミュレーションを行うパラメータを決める為のパラメータサーチの必要が無い点である。このアプローチの下で、既に CP-PACS のゼロ温度計算のパラメータに基づいた有限温度ゲージ配位の生成を進めている。平成 20 年度で、計画しているゲージ配位の生成のうち、高温部分はほぼ完了。さらに低温部分でも半分強程度まで完了している。これらの有限温度ゲージ配位を用いて次年度より本格的な研究をスタートしていく予定である。

3.3.1 重いクォーク間自由エネルギーの研究

$N_f = 2 + 1$ QCD のプロジェクトの最初の計算として、ポリヤコフループ相関から導出される重いクォーク間の自由エネルギーとデバイ遮蔽質量の計算をスタートさせた。この計算は世界で初めての非摂動改良された Wilson quark 作用による $N_f = 2 + 1$ QCD の有限温度での計算であるだけでなく、固定格子間隔で行われた計算である点も新しい。この固定間隔のアプローチによって十分近距離では温度効果が小さく、自由エネルギーの温度変化が無くなる事を示すことが出来た。さらに $N_f = 2 + 1$ QCD 媒質中のデバイ遮蔽質量の計算し、既存のクエンチ近似、 $N_f = 2$ QCD における結果との比較を行った。その結果、デバイ遮蔽質量に関してはストレンジクォークの効果がとても小さいことが分かった。この計算に関しては国際会議で発表を行った [3-12]。

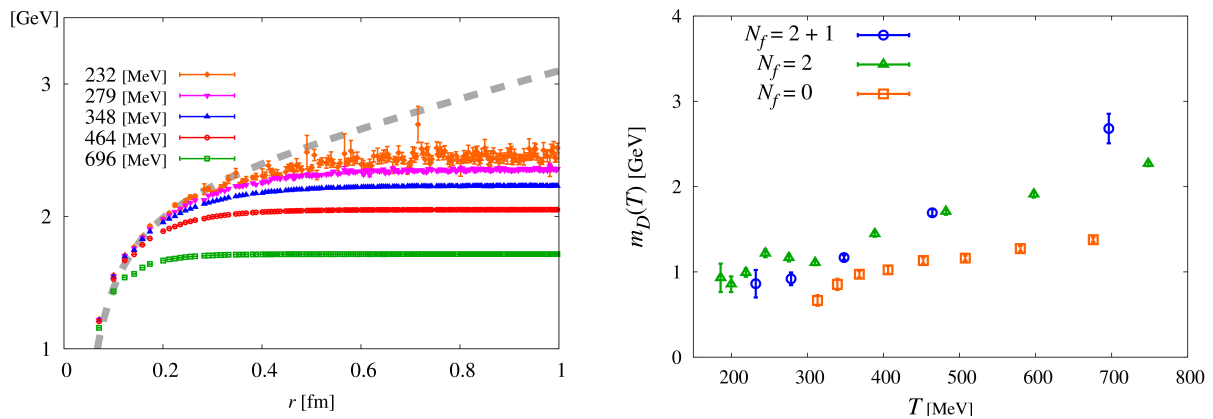


図 3: $N_f = 2 + 1$ 有限温度 QCD で計算された重いクォーク間自由エネルギー（左図）と、デバイ遮蔽質量のフレーバー数依存性。

4 研究成果の公表

4.1 査読付き論文

1-1 T. Umeda, H. Ohno and K. Kanaya (for the HOT-QCD Collaboration) “Charmonium dissociation temperatures in lattice QCD with a finite volume technique”

J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **35**, 104157 (2008)

arXiv:0810.1567 [hep-lat].

1-2 T. Umeda, S. Ejiri, S. Aoki, T. Hatsuda, K. Kanaya, Y. Maezawa and H. Ohno (WHOT-QCD Collaboration)

“Fixed Scale Approach to Equation of State in Lattice QCD”

Phys. Rev. D **79**, 051501 (2009)

arXiv:0809.2842 [hep-lat].

4.2 国際会議プロシーディングス

2-1 Y. Maezawa for WHOT-QCD Collaborations

”Magnetic and electric screening mass in two-flavors of lattice QCD”

- 2-2** S. Ejiri,
“Recent progress in lattice QCD at finite density,”
PoS **LATTICE2008**, 002 (2008)
arXiv:0812.1534 [hep-lat].
- 2-3** T. Umeda, S. Ejiri, S. Aoki, T. Hatsuda, K. Kanaya, Y. Maezawa and H. Ohno,
“Thermodynamics of SU(3) gauge theory at fixed lattice spacing,”
PoS **LATTICE2008**, 174 (2008)
arXiv:0810.1570 [hep-lat].
- 2-4** S. Aoki *et al.* [WHOT-QCD Collaboration],
“Equation of state at finite density in two-flavor QCD with improved Wilson quarks,”
PoS **LAT2008**, 189 (2008)
arXiv:0810.4742 [hep-lat].
- 2-5** Yu. Maezawa *et al.* [WHOT-QCD Collaboration],
“Magnetic and electric screening masses from Polyakov-loop correlations,”
PoS **LAT2008**, 194 (2008)
arXiv:0811.0426 [hep-lat].
- 2-6** H. Ohno, T. Umeda and K. Kanaya [WHOT-QCD Collaboration],
“Search for the Charmonium Dissociation Temperature with Variational Analysis in Lattice QCD,”
PoS **LAT2008**, 203 (2008)
arXiv:0810.3066 [hep-lat].

4.3 国際会議発表

- 3-1** The charmonium wave functions at finite temperature from lattice QCD calculations
RIKEN-BNL workshop, BNL, NY, USA 2008
T. Umeda
(2008) April 24
- 3-2** Debye and Magnetic Masses in Full QCD Simulations and Comparison to AdS/CFT
RIKEN-BNL workshop, BNL, NY, USA 2008
Y. Maezawa
(2008) April 24
- 3-3** Magnetic and electric screening masses from Polyakov-loop correlations
The XXVI International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008) Williamsburg,
Virginia, USA, 2008
Y. Maezawa
(2008) July 14

- 3-4** Search for the Charmonium Dissociation Temperature with Variational Analysis in Lattice QCD
The XXVI International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008) Williamsburg, Virginia, USA, 2008
H. Ohno
(2008) July 14
- 3-5** Thermodynamics of SU(3) gauge theory at fixed lattice spacing
The XXVI International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008) Williamsburg, Virginia, USA, 2008
T. Umeda
(2008) July 14
- 3-6** Equation of state at finite Density in two-flavor QCD with improved Wilson quarks
The XXVI International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008) Williamsburg, Virginia, USA, 2008
K. Kanaya
(2008) July 14
- 3-7** Recent progress in lattice QCD at finite density
The XXVI International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008) Williamsburg, Virginia, USA, 2008
S. Ejiri
(2008) July 14
- 3-8** Search for the charmonia dissociation temperatures in lattice QCD
International Conference on Strangeness in Quark Matter 2008 (SQM2008) Beijing, China, 2008
H. Ohno
(2008) October 6
- 3-9** Lattice studies of QCD at finite temperature and finite density
The 2nd Asian Triangle Heavy Ion Conference (ATHIC 2008) Tsukuba, Ibaraki, Japan, 2008
K. Kanaya
(2008) October 14
- 3-10** QCD Thermodynamics at fixed lattice scale
The 2nd Asian Triangle Heavy Ion Conference (ATHIC 2008) Tsukuba, Ibaraki, Japan, 2008
T. Umeda
(2008) October 14
- 3-11** Equation of state at finite density in lattice QCD with Wilson-type quarks
Workshop “Tools for finite density QCD” Bielefeld, Germany, 2008
S. Ejiri
(2008) November 20
- 3-12** Free Energies of Heavy Quarks in Full-QCD Lattice Simulations with Wilson-Type Quark Action
The 21st International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions Knoxville, TN, USA, 2009

Y. Maezawa
(2009) March 31

3-13 Fixed scale approach to the equation of state on the lattice

The 21st International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions Knoxville,
TN, USA, 2009

K. Kanaya
(2009) March 31

4.4 国内会議発表

4-1 ポリヤコフ・ループ相関による QGP 中の遮蔽効果の研究

基研研究会「熱場の量子論とその応用」

京都大学基礎物理学研究所, 京都 2008

前沢 祐

(2008) September 4

4-2 有限温度格子 QCD における対角化の方法を用いたチャーモニウムの研究

基研研究会「熱場の量子論とその応用」

京都大学基礎物理学研究所, 京都 2008

大野浩史

(2008) September 4

4-3 Thermodynamics at fixed lattice spacing

日本物理学会 2008 年秋季大会

山形大学、山形 2008

梅田 貴士

(2008) September 21

4-4 有限温度格子 QCD における対角化の方法を用いたチャーモニウムの解析

日本物理学会 2008 年秋季大会

山形大学、山形 2008

大野浩史

(2008) September 21