

大型シミュレーション研究実施報告書

研究課題 格子 QCD によるハドロンの散乱と共鳴

課題番号 大型 - 08-18

研究組織

| | | | |
|-------|-------|--------------------------|--------|
| 研究責任者 | 森松 治 | 高エネルギー加速器研究機構 | 准教授 |
| 研究従事者 | 矢木 拓也 | 東京大学理学系研究科 | 博士 2 年 |
| | 大谷 宗久 | University of Regensburg | 研究員 |
| | 橋本 省二 | 高エネルギー加速器研究機構 | 准教授 |

研究の動機

ハドロンの相互作用を理解することは、強い相互作用の物理の最も重要な課題の一つである。低エネルギーにおけるハドロンの相互作用は、QCD の非摂動的な現象であり、模型等によらずに理論的な解析を行うためには、格子 QCD によるシミュレーションがほとんど唯一の方法である。

ハドロンの相互作用を理解することは、強い相互作用の物理の最も重要な課題の一つである。特に、核力（核子 - 核子相互作用）は、最も古くから知られる強い相互作用の現象であり、原子核を作るために不可欠である。すなわち、核力は、我々の世界を世界たらしめる最も基本的な力の一つである。しかしながら、ハドロンの相互作用は、いまだに十分に理論的に解明されているとは言えない。

核子 - 核子相互作用をバリオン - バリオン相互作用としてとらえると、核子 - 核子のチャンネルではアクセス不可能で、ハイペロン - 核子のチャンネルで初めてアクセス可能となるバリオン - バリオンの状態が存在することがわかる。したがって、バリオン - バリオン相互作用を理解するためには、核子 - 核子だけでなくハイペロン - 核子チャンネルも同時に調べることが重要である。

実験的には、J-PARC において、ハイペロン - 核子相互作用が中心課題の一つとして研究されることになっている。J-PARC における実験を理論的にサポートする意味においても、本研究は重要であると考えられる。

また、最近 Belle グループによる実験において、 $X(3872)$ 、 $Y(4260)$ 、 $X(3940)$ 、 $Y(3940)$ 、 $Z(4430)$ 等の新しい共鳴状態の中間子が発見された。特に $Z(4430)$ は、1 個のクォークと 1 個の反クォークでできた中間子としてその性質を理解することは非常に困難であり、通常のハドロンとは異なるエキゾチックな粒子の候補として注目されている。

本研究の目的は、ハドロンの相互作用を特徴づける物理量である散乱振幅を、格子 QCD に基づくシミュレーションによって計算することである。また、ハドロンのエキゾチックな共鳴状態を、共鳴エネルギー近傍の散乱位相差の振る舞いを調べることによって研究する。

研究の詳細

計算方法の概略

有限体積中 L^3 における 2 粒子系 (質量 m_1, m_2) のエネルギーの無限体積中からのずれ、 ΔE 、と 2 粒子の散乱長、 a_0 、は、以下の関係式 (Lüscher の公式) を満たす。 (c_1, c_2 は定数)

$$\Delta E = -\frac{2\pi(m_1 + m_2)a_0}{m_1 m_2 L^3} \left[1 + c_1 \frac{a_0}{L} + c_2 \left(\frac{a_0}{L} \right)^2 \right] + O(L^{-6})$$

$$\frac{1}{\tan \delta} = \frac{1}{2\pi^2 q \gamma} \sum_{\vec{r} \in \Gamma} \frac{1 + (3r_3^2 - r^2)/q^2}{r^2 - q^2}$$

ハドロンの 2 点関数、4 点関数は、それぞれ次のように振る舞う。

$$\begin{aligned} C_h(t, 0) &= \left\langle \sum_{\vec{x}_2} O(\vec{x}_2, t) \sum_{\vec{x}_1} O^\dagger(\vec{x}_1, 0) \right\rangle \\ &= Z_h \exp(-m_h t) + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{h_1 h_2}(t, 0) &= \left\langle \sum_{\vec{x}_4} O(\vec{x}_4, t) \sum_{\vec{x}_3} O(\vec{x}_3, t) \sum_{\vec{x}_2} O^\dagger(\vec{x}_2, 0) \sum_{\vec{x}_1} O^\dagger(\vec{x}_1, 0) \right\rangle \\ &= Z_{h_1 h_2} \exp(-E_{h_1 h_2} t) + \dots \end{aligned}$$

ハドロンの 4 点関数と 2 点関数の比を取ることで、有限体積中におけるエネルギーのずれ、 ΔE 、が求まる。

$$\begin{aligned} R(t) &= \frac{C_{h_1 h_2}(t, 0)}{C_{h_1}(t, 0) C_{h_2}(t, 0)} \\ &\sim \frac{Z_{h_1 h_2}}{Z_{h_1} Z_{h_2}} \exp(-(E_{h_1 h_2} - m_{h_1} - m_{h_2})t) \\ &\propto \exp(-\Delta E t) + \dots \end{aligned}$$

これより、Lüscher の公式から 2 粒子の散乱長が得られる。

したがって、格子 QCD に基づくシミュレーションによって有限体積中のハドロンの 4 点関数と 2 点関数を計算することにより、ハドロン - ハドロンの散乱長を求める。

また、ハドロンの共鳴状態を散乱位相差の振る舞いから調べるためには、有限な運動量における散乱位相差を求める必要がある。Lüscher の公式の有限な運動量への拡張は、以下の Rummukainen-Gottlieb の公式によって与えられる。

$$\frac{1}{\tan \delta} = \frac{1}{2\pi^2 q \gamma} \sum_{\vec{r} \in \Gamma} \frac{1 + (3r_3^2 - r^2)/q^2}{r^2 - q^2}$$

ここで、 $q = kL/(2\pi)$ 、 k は散乱の運動量、 γ は Lorentz boost 因子である。また、 \mathbf{r} に対する和は、以下の集合について取られる。

$$\Gamma = \left\{ \mathbf{r} \mid r_1 = n_1, r_2 = n_2, r_3 = \left(n_3 + \frac{p}{2} \frac{L}{2\pi} \right) / \gamma, \mathbf{n} \in Z^3 \right\}$$

ハドロン共鳴エネルギーは、散乱位相差が $\pi/2$ となるエネルギー、また幅は、散乱位相差の共鳴エネルギー近傍における散乱位相差の振る舞いから決定される。

今年度得られた結果

$Z(4430)$

観測された $Z^+(4430)$ の質量は、 D_1 と D^* の質量の和と非常に近いので、 $Z^+(4430)$ を、 $D_1 D^*$ が S-wave で緩やかに結合した分子状態 (“loosely bound state”) であるとする案が提出されている。このとき $Z^+(4430) \rightarrow \pi^+ \psi(2S)$ より、系のアイソスピン・Gパリティが決定され、これと D_1, D^* の J^P がそれぞれ $1^+, 1^-$ であることと合わせて、 $Z^+(4430)$ の $I^G(J^P)$ は $I^G(J^P) = 1^+(0^-, 1^-, 2^-)$ と推定される。 $D_1 D^*$ のチャンネルに共鳴状態が存在するかどうかを格子 QCD によって調べる。

今年度は、 $D_1 D^*$ の 4 点関数を計算するプログラムを開発し、テスト計算を行った。 $D_1 D^*$ の 4 点関数においてシグナル・ノイズ比がどの程度であるかを確かめることが目的である。

入力パラメータ・計算条件の中で、特に重要なものを Table 1 にまとめる。

Table 1: 入力パラメータ・計算条件

| gauge configuration | |
|---------------------|-------------------------|
| gauge action | pure gauge |
| lattice size | $24^3 \times 48$ |
| coupling | $\beta = 6.15$ |
| gauge fixing | Coulomb gauge |
| statistical number | 60 |
| quark solver | |
| quark action | Wilson action |
| quark mass | $\kappa = 0.152, 0.136$ |

$J^P = 1^+$ の量子数を持つ Charmed Meson D_1 に関しては point source, smeared source に加え、座標部分で P-wave を構成した以下の三通りの形式で interpolating field を作成した。

$$D_{1(point)}(t) \equiv \sum_{\vec{r}} \bar{d}(\vec{r}) \gamma^5 \gamma_i c(\vec{r})$$

$$D_{1(smeared)}(t, M_1) \equiv \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} \bar{d}(\vec{r}_1) \gamma^5 \gamma_i c(\vec{r}_2) \cdot e^{-M_1 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

$$D_{1(\text{function})}(t, M_1) \equiv \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} \bar{d}(\vec{r}_1) \gamma^5 c(\vec{r}_2) \cdot (\vec{r}_1)_i e^{-M_1|r_1-r_2|}$$

それぞれの interpolating field を用いて計算した 4 点関数を Figure 1,2,3 にそれぞれ示す。比較のために独立して計算された D_1 と D^* の有効質量の和も与える。

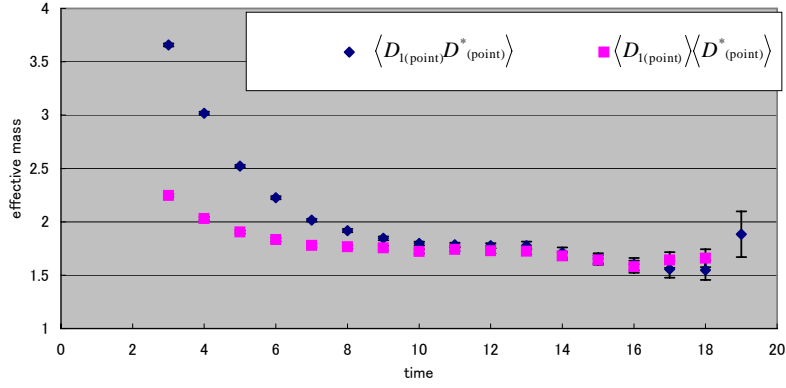


Figure 1: $D_1 D^*$ の有効質量 (point source only)

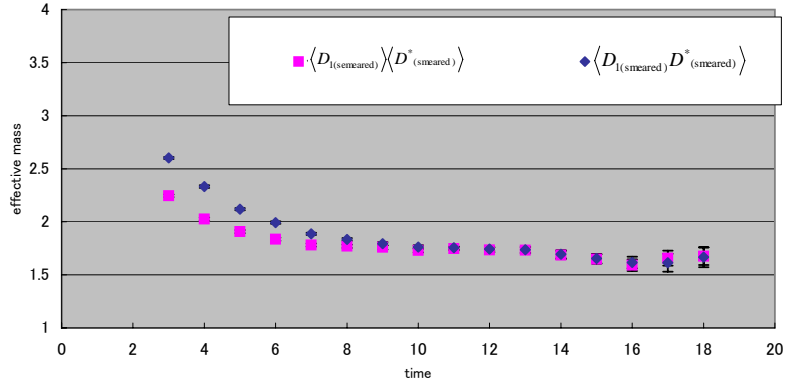


Figure 2: $D_1 D^*$ の有効質量 (smeared source only)

これらより $D_1 D^*$ の四点関数の noise/siganal 比が実用に足る程度であることが解る。また 3 つの図を比較すると、それぞれの有効質量がほぼ同じ値に収束していることが読み取れる。このことはそれぞれの Interpolating Field が同一の量子数を持った状態と正しく結合していることを意味する。

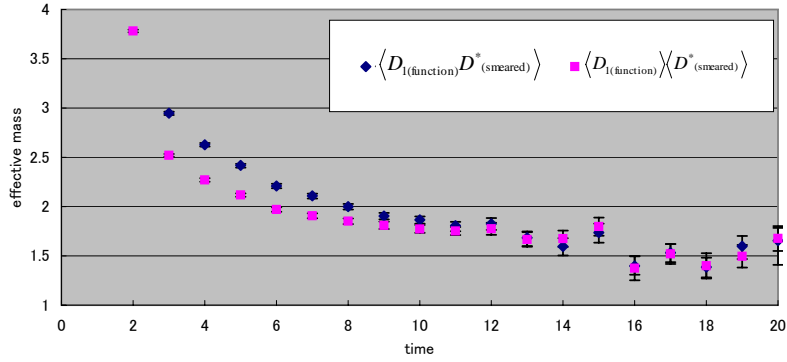


Figure 3: $D_1 D^*$ の有効質量 ($D_{1(\text{function})} \cdot D_{\text{smeared}}^*$)

バリオン-バリオン散乱長

N , Λ , Σ , Ξ はフレーバー $SU(3)$ の 8 重項を構成する。2 つのバリオンの系をフレーバー $SU(3)$ で分類すると

$$8 \otimes 8 = 27 \oplus 10 \oplus \bar{10} \oplus 8_1 \oplus 8_2 \oplus 1$$

となる。

今年度は、 $I = 1$ 及び $I = 0$ の NN チャンネル、 $I = 3/2$ の ΣN チャンネルについて、バリオンの 4 点関数を計算するプログラムの開発を行い、散乱長のテスト計算を行った。 $I = 1$ の NN チャンネル、 $I = 0$ の NN チャンネル、 $I = 3/2$ の ΣN チャンネルは、フレーバー $SU(3)$ の分類では、それぞれ 27、 $\bar{10}$ 、10 表現に属する。格子サイズ $24^3 \times 48$ のゲージ場の配位をクエンチ近似により生成し、バリオンの 2 点及び 4 点関数の計算を行った。シミュレーションの条件は、 $Z(4430)$ の場合と同じであるが、ゲージ場のコンフィギュレーションの数は 40 である。

Figure 4 は、計算されたバリオンの 2 点及び 4 点関数である。

この 2 点及び 4 点関数から次式を用いて計算した 1 バリオン及び 2 バリオン系の有効質量 ($m_B(t)$, $E_{BB}(t)$) を Figure 5 に示す。

$$m_B(t) = -\log \frac{C_B(t+1, 0)}{C_B(t, 0)}$$

$$E_{BB}(t) = -\log \frac{C_{BB}(t+1, 0)}{C_{BB}(t, 0)}$$

また、有限体積中におけるエネルギーのずれ

$$\Delta E(t) = E_{BB}(t) - 2m_B(t)$$

を図 3 に示す。この結果から、バリオンの 4 点関数が適切に計算されていると考

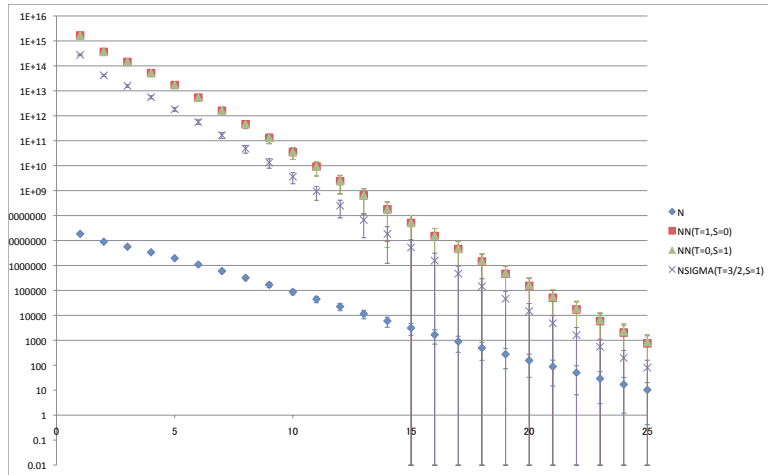


Figure 4: 1 バリオン及び2 バリオン系の相関関数(correlation function) vs. 時間 (t)

えられる。また、2 バリオン系の有効質量は1 バリオンの質量の和と誤差の範囲で一致してはいるが、バリオン間の相互作用が若干の引力であることを示しているように見える。また、 $I = 1$ の NN チャンネル、 $I = 0$ の NN チャンネル、 $I = 3/2$ の ΣN チャンネルの差は認められない。

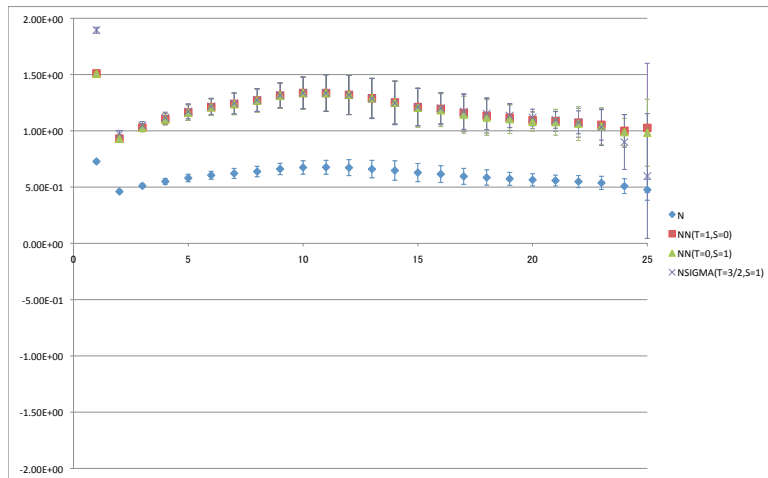


Figure 5: 1 バリオン及び2 バリオン系の有効質量 (effective mass) vs. 時間 (t)

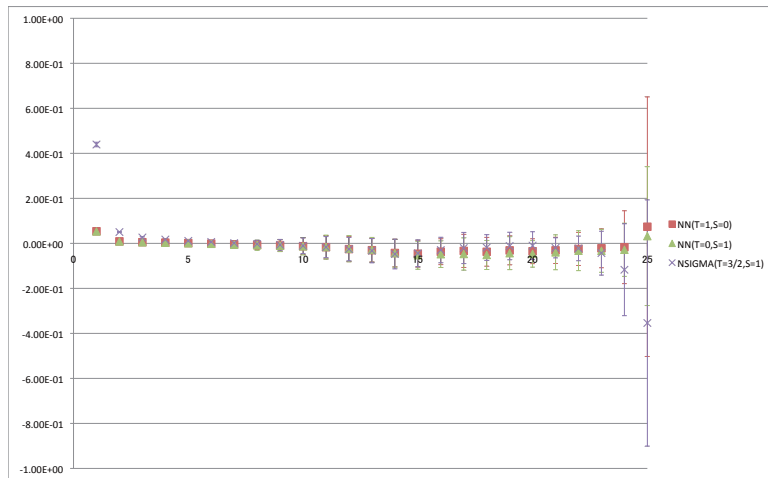


Figure 6: 2 バリオン系の有限体積と無限体積のエネルギー差 (ΔE) vs. 時間 (t)

今後の課題

バリオン - バリオン散乱長の研究においては、残りのフレーバー $SU(3)$ チャンネル (8_1 、 8_2 、 1 表現) における 4 点関数を計算するプログラムを開発すること、また、 $Z(4430)$ の研究及びバリオン - バリオン散乱長の研究ともに、より大きな格子サイズにより現実に近いパラメータを用いて高統計のシミュレーションを行い、物理的な結果を得ることが今後の課題である。