

平成 21-22 年度 (平成 21 年 10 月から平成 22 年 9 月) 大型シミュレーション実施報告書

受理番号: 大型-09/10-02

研究課題名: 格子 QCD に基づくハイペロン 崩壊の研究

研究組織:

研究責任者

佐々木勝一 (ささきしょういち)
東京大学大学院 理学系研究科 助教

共同研究者

山崎剛 (やまざきたけし)
筑波大学計算科学研究センター 博士研究員

共同研究者

河内太一 (かわないたいち)
東京大学大学院 博士課程 1 年

平成 21-22 年度の実施報告の詳細

1. はじめに

本研究課題では、RBC+UKQCD collaborations によってすでに公開されている Domain Wall Fermion (DWF) を用いた 2+1 フレーバー QCD ゲージ配位 (格子間隔 0.13 fm で物理的格子サイズ 1.9 および 2.7 fm) [1, 2] を利用して、現実的な 2+1 フレーバー格子 QCD によるハイペロン 崩壊の研究を行うことを計画としている。

ハイペロン 崩壊 ($B \rightarrow b\bar{v}$) の遷移行列要素は

$$\langle b(p') | V_\alpha(x) + A_\alpha(x) | B(p) \rangle = \bar{u}_b(p') (\mathcal{O}_\alpha^V(q) + \mathcal{O}_\alpha^A(q)) u_B(p) e^{iq \cdot x}, \quad (1)$$

のように、ベクターカレントと軸性ベクターカレントの 2 つの寄与があり、それぞれの寄与は独立した 3 つの形状因子によって構成される。ベクトルカレントに対しては

$$\mathcal{O}_\alpha^V(q) = \gamma_\alpha f_1(q^2) + \sigma_{\alpha\beta} q_\beta \frac{f_2(q^2)}{M_B + M_b} + i q_\alpha \frac{f_3(q^2)}{M_B + M_b} \quad (2)$$

軸性ベクトルカレントに対しては

$$\mathcal{O}_\alpha^A(q) = \gamma_\alpha \gamma_5 g_1(q^2) + \sigma_{\alpha\beta} q_\beta \gamma_5 \frac{g_2(q^2)}{M_B + M_b} + i q_\alpha \gamma_5 \frac{g_3}{M_B + M_b} \quad (3)$$

である。特にその中でもベクターカレントの形状因子の一つ、 $f_1(q^2)$ 形状因子の前方散乱極限 ($q^2 = 0$) の値は、カビボ-小林-益川 (CKM) 行列要素の一つである、 V_{us} の決定にはかかせない。実験的には $|V_{us}f_1(0)|$ が直接観測可能であって、理論による $f_1(0)$ の値を知ることなしに V_{us} の大きさを知ることができないからである。もしフレーバー $SU(3)$ の破れがなければ、この $f_1(0)$ の値は $SU(3)$ 群のクレブシュ・ゴールドン係数で決まるが、実際にはフレーバー $SU(3)$ は破れており、その破れの効果がどのように $f_1(0)$ に現れるかは、CKM 行列要素のユニタリリティの検証に必要な情報として、近年精力的に研究されている。しかしながら、実際の $f_1(0)$ とクレブシュ・ゴールドン係数による $f_1(0)_{SU(3)}$ の値との比 $f_1(0)/f_1(0)_{SU(3)}$ が 1 より小さいのか大きいのかも理論的に不定性なし決まっていないのが現状である。(表 1 を参照)

$\tilde{f}_1 = f_1/f_1^{SU(3)} $ の理論評価	$\Lambda \rightarrow p$	$\Sigma^- \rightarrow n$	$\Xi^- \rightarrow \Lambda$	$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$	Ref.
Bag model	0.97	0.97	0.97	0.97	[5]
Quark model	0.987	0.987	0.987	0.987	[6]
Quark model	0.976	0.975	0.976	0.976	[7]
$1/N_c$ expansion	1.02(2)	1.04(2)	1.10(4)	1.12(5)	[8]
Full $\mathcal{O}(p^4)$ HBChPT	1.027	1.041	1.043	1.009	[9]
Full $\mathcal{O}(p^4)$ IRChPT + Decuplet	1.001(13)	1.087(42)	1.040(28)	1.017(22)	[10]
Quench Lattice QCD	N/A	0.988(29)	N/A	0.987(19)	[3, 4]
$ V_{us}\tilde{f}_1 $ (実験値)	0.2221(33)	0.2274(49)	0.2367(97)	0.209(27)	—

表 1: $\tilde{f}_1 = |f_1/f_1^{SU(3)}|$ に対する、それぞれのアプローチによる理論評価。

2. これまでの研究の経緯

すでに研究責任者らは DWF を用いた動的クォークを無視したクエンチ近似での予備的研究においてハイペロン崩壊の第一原理計算に成功している [3]。これまでのところ、ハイペロン崩壊はクエンチ近似の範囲内でのみ格子 QCD 数値解析が行われ、イタリアのグループで行われた $\mathcal{O}(a)$ 改良された Wilson フェルミオンを用いた $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊に関する研究 [4] と合わせて格子 QCD による研究は 2 例しか存在しない。どちらの格子 QCD の結果もフレーバー $SU(3)$ 対称性を厳密に課した場合の値に比べて、2%程度小さくなることを示している。しかし、これは重いバリオンを含んだ拡張されたカイラル摂動論やラージ N_c による $1/N_c$ 展開の解析とは逆の傾向を示しており、現実的な 2+1 フレーバー格子 QCD 数値解析が待たれている状況にある。

数値解析に必要な計算プログラムはすでに研究責任者らによってクエンチ近似の研究の際に IBM Blue Gene のプロトタイプ機である、理研 BNL 研究センターの QCDOC 上で最適化された CPS++ (C++ 言語で書かれた、格子 QCD 数値解析のためのオープンソース) 上で作成されたものをベースに、平成 21 年度後期までに IBM Blue Gene/L 上への移植およびチューニングを完了させた。平成 22 年度前期から本格的な数値計算が始まり、平成 22 年度前期に割当られた CPU 時間を用いて表 2 のような数値計算を行なった。以下では最も軽いクォーク質量 $m_f = 0.005$ での計算結果について報告する。

表 2: 平成 22 年度前期の割当 CPU 時間を用いて行なった数値計算の概要

格子サイズ	u, d クォークの質量	中間子の質量	統計数	ソース位置の数	使ったノード
$24^3 \times 64 \times 16$	$m_f = 0.005$	330 MeV	179	2	1024
$16^3 \times 32 \times 16$	$m_f = 0.01$	430 MeV	350	2	512
$16^3 \times 32 \times 16$	$m_f = 0.02$	560 MeV	175	2	512
$16^3 \times 32 \times 16$	$m_f = 0.03$	650 MeV	175	2	128, 512

3. 計算方法概略と計算結果

格子 QCD 数値計算では以下で定義されるスカラー型の形状因子を 3 元運動量移行が零の極限 ($q^2 = 0$) での値を精密に計算する事ができる。

$$f_S(q^2) = f_1(q^2) + \frac{q^2}{M_B^2 - M_b^2} f_3(q^2) \quad (4)$$

この形状因子は、実際に計算したい Dirac 形状因子 $f_1(q^2)$ と、ベクトルカレントに付随する別のタイプの形状因子 $f_3(q^2)$ の線形結合になっている。ここで、 $f_3(q^2)$ はワインバーグによって理論的に予言された第二種の形状因子で、 $SU(3)$ 対称性の中の $SU(2)$ 部分対称性 (iso-spin 対称性、U-spin 対称性、V-spin 対称性) が破れた場合にのみ現れる [11]。 $\Delta S = 1$ のハイペロン 崩壊においては $m_d \neq m_s$ で V-spin 対称性が明白に破れているため、 $f_3(q^2) \neq 0$ になる。スカラー型の形状因子が 4 元運動量移行の零極限 ($q^2 = 0$) では $f_S(0) = f_1(0)$ となることに注意を払う必要がある。

実際の計算では、3 元運動量移行が零 ($|\vec{q}|^2 = 0$) の 3 点関数を使って、以下のような 3 点関数の 2 重比

$$R(t) = \frac{\langle B | \bar{s} \gamma_0 u | b \rangle \langle b | \bar{u} \gamma_0 s | B \rangle}{\langle B | \bar{s} \gamma_0 s | B \rangle \langle b | \bar{u} \gamma_0 u | b \rangle} \rightarrow |f_S(q_{\max}^2)|^2 \quad (5)$$

を計算する。この 3 点関数の 2 重比から $|\vec{q}|^2 = 0$ における形状因子の値 $f_S(q_{\max}^2)$ が精密に計算できる。右辺の指数 t はベクトルカレント演算子を始状態 B の生成演算子と終状態 b の消滅演算子の間のどのユークリッド時間に挿入したかを示すもので、その挿入箇所が十分に B および b 状態の演算子から離れているとみなせれば、3 点関数の 2 重比から t に依存しない定数としてスカラー位相因子の自乗の値を読み取ることができる。 q_{\max}^2 は 3 元運動量移行が零のときの 4 元運動量の値で、 $q_{\max}^2 = -(M_B - M_b)^2$ のように始状態と終状態の静止質量の差の自乗で求まる。始状態と終状態が異なる質量のとき 3 元運動量移行が零でも 4 元運動量移行が零にならないのは、始状態と終状態の質量差に依る反跳効果に由来する。

今回の研究では $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊と $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊の 2 つのハイペロン 崩壊について数値解析を遂行したが、このチャンネルに対応する $f_1(0)_{SU(3)}$ はそれぞれ $f_1^{\Xi\Sigma}(0)_{SU(3)} = +1$ と $f_1^{\Sigma N}(0)_{SU(3)} = -1$ であり、フレーバー $SU(3)$ 対称性の破れを上で定義した 3 点関数の 2 重比が 1 からずれることによって読み取ることができる。ただし、観測されたフレーバー $SU(3)$ 対称性の破れは 3 つの異なる効果：(i) 質量差による反跳効果による $q^2 = 0$ からのずれ、(ii) 第二種の形状因子 $f_3(q^2)$ の存在、(iii) $f_1(q^2)$ に対する真のフレーバー $SU(3)$ の破れの効果、それぞれの結果として現れる。本研究の目的は (iii) の効果のみを評価することなので、(i) と (ii) の効果を落とすために $f_S(0) = f_1(0)$ の性質を利用する。今、3 元運動量移行が $|\vec{q}| \neq 0$ において $q^2 = q_{\max}^2 < 0$ における形状因子 $f_S(q^2)$ が求まったわけであるが、 $f_S(q^2)$ を零でない 3 元運動量 $|\vec{q}| \neq 0$ の場合 ($q^2 > 0$) についても計算し、形状因子 $f_S(q^2)$ の q^2 依存性を考察し、 $q^2 = 0$ に内挿することを試みる。

零でない 3 元運動量移行 \vec{q} には $2\pi/L$ を単位として $\vec{q} = (1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (2, 0, 0)$ の 4 つの運動量について計算を行なった。これら 4 つの 3 元運動量と $B \rightarrow b$ の時間反転プロセス、 $b \rightarrow B$ も同時に計算することで、 $q^2 > 0$ の領域において 8 つの $f_S(q^2)$ の値が得られる。図 1 は $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊 (左) と $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊 (右) に対するスカラー形状因子 $f_S(q^2)$ の q^2 依存性を図示したものである。実線によるカーブと破線によるカーブは、それぞれ $q = (2, 0, 0)$ を除くデータに対して

$$\begin{aligned} f_S(q^2) &= \frac{f_S(0)}{1 + \lambda_S^{(1)} q^2} \quad \text{monopole 型 (実線)} \\ f_S(q^2) &= f_S(0)(1 + \lambda_S^{(1)} q^2 + \lambda_S^{(2)} q^4) \quad \text{quadratic 型 (破線)} \end{aligned}$$

でフィットしたものである。図中の拡大図でそれぞれのフィットによって得られた $q^2 = 0$ の内挿点における $f_S(0)$ の値がそれぞれ \square と \diamond のマークで示してある。内挿点はフィットの型には強く依存せず、エラーの範囲内で一致した結果が得られることが判る。これは、 $q^2 = q_{\max}^2$ におけるスカラー形状因子の値 $f_S(q_{\max}^2)$ が精度よく計算できていることと、 $q^2 = q_{\max}^2$ が $q^2 = 0$ のごく近傍であるためである。

monopole 型のフィットで得られた $f_S(0) = f_1(0)$ を最終結果として採用すると $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊に対して、

$$f_1^{\Xi\Sigma}(0) = 0.979(9) \quad \text{at } m_\pi = 330 \text{ MeV}$$

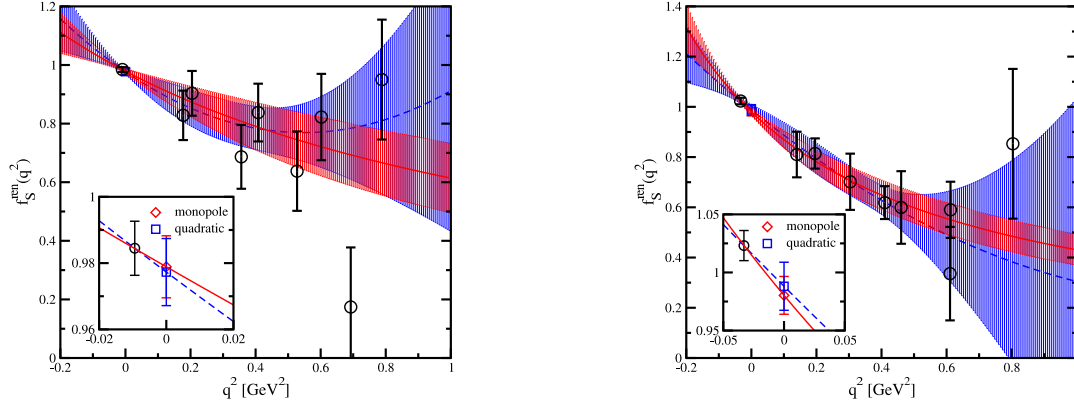


図 1: スカラー形状因子 $f_S(q^2)$ の q^2 依存性と $q^2 = 0$ への内挿による $f_S(0) = f_1(0)$ の評価。左図は $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ 崩壊、右図は $\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊に対するもの。内挿には monopole 型と q^2 の多項式 (q^2 の 2 次関数) による内挿を試みた。

$\Sigma^- \rightarrow n$ 崩壊に対しては

$$f_1^{\Sigma N}(0) = 0.980(16) \quad \text{at } m_\pi = 330 \text{ MeV}$$

が得られた。これらの値は、これまでのクエンチ近似の範囲で行なわれた、しかも比較的重いクォーク質量 ($m_\pi > 600$ MeV) における計算結果 (表 1 参照) と矛盾しない。現状では物理点 ($m_\pi = 140$ MeV) へのカイラル外挿をしていない、 $m_\pi = 330$ MeV における値であるが、比 $f_1(0)/f_1(0)_{\text{SU}(3)}$ が 1 より小さいことを強く示唆する。

4. 今後の課題

物理点 ($m_\pi = 140$ MeV) へのカイラル外挿を試みるために、格子サイズ $24^3 \times 64 \times 16$ において $m_f = 0.01$ ($m_\pi = 430$ MeV) と $m_f = 0.02$ ($m_\pi = 560$ MeV) における数値計算を平成 22 年度後期 (平成 22 年 10 月から平成 23 年 1 月) 大型シミュレーション研究において引き続きを行なう予定である。

参考文献

- [1] C. Allton *et al.*, [RBC+UKQCD Collaborations], Phys. Rev. **D76**, 014504 (2007) .
- [2] C. Allton *et al.*, [RBC+UKQCD Collaborations], Phys. Rev. **D78**, 114509 (2008) .
- [3] S. Sasaki and T. Yamazaki, Phys. Rev. **D79**, 074508 (2009).
- [4] D. Guadagnoli, V. Lubicz, M. Papinutto and S. Simula, Nucl. Phys. B **761**, 63 (2007).
- [5] J. F. Donoghue and B. R. Holstein, Phys. Rev. D **25**, 206 (1982).
- [6] J. F. Donoghue, B. R. Holstein and S. W. Klimt, Phys. Rev. D **35**, 934 (1987).
- [7] F. Schlumpf, Phys. Rev. D **51**, 2262 (1995).
- [8] R. Flores-Mendieta, E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Rev. D **58**, 094028 (1998).
- [9] G. Villadoro, Phys. Rev. D **74**, 014018 (2006).
- [10] L. S. Geng, J. Martin Camalich and M. J. Vicente Vacas, Phys. Rev. D **79**, 094022 (2009).
- [11] S. Weinberg, Phys. Rev. **112**, 1375 (1958).