

実施報告書

研究課題名 「有限温度・有限密度 QCD の非摂動論的研究」

(Non-perturbative study of hot and dense QCD)

筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授

金谷 和至

2010年11月6日

1 研究組織 (研究実施開始時)

	氏名	所属 職名 / 研究分担
研究責任者	金谷和至 (かなやかずゆき)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授 研究の統括と解析
共同研究者	青木慎也 (あおきしんや)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授 相構造と臨界指数の研究
共同研究者	初田哲男 (はつだてつお)	東京大学大学院理学系研究科 教授 最大エントロピー法による相関関数の研究
共同研究者	梅田貴士 (うめだたかし)	広島大学大学院教育学研究科 講師 $N_f = 2 + 1$ QCD の熱力学の研究
共同研究者	石井理修 (いしいのりよし)	東京大学大学院理学系研究科 研究員 プログラム開発とハドロン構造の研究
共同研究者	江尻信司 (えじりしんじ)	米国ブルックヘブン国立研究所 研究員 有限密度 QCD の研究
共同研究者	前沢祐 (まえざわゆう)	理化学研究所仁科加速器研究センター 研究員 クォーク間ポテンシャルの解析
共同研究者	大野浩史 (おおのひろし)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 博士課程院生 シミュレーションの実行とデータの解析
共同研究者	斎藤華 (さいとうはな) [†]	筑波大学大学院数理物質科学研究科 博士課程院生 シミュレーションの実行とデータの解析

[†] 途中加入

2 研究課題の内容

クォークは通常、陽子、中性子などのハドロンに閉じこめられているが、約1兆度以上の超高温では溶け出して、クォーク・グルオン・プラズマ (QGP) 状態と呼ばれる、これまで人類が経験したことのない物質に相転移すると考えられている。この相転移の解明は宇宙の初期進化や物質創成を理解する上で重要である。これまでにブルックヘブン国立研究所の RHIC において実験的検証に向けた高エネルギーハドロン衝突実験が行われ、また、約 $10T_c$ までの QGP の性質を定量的に調べることを目的として、CERN の LHC を用いた、より高エネルギー領域での大規模実験もスタートした。終状態に数千個 数万個以上の粒子を含む複雑な重イオン衝突実験データから QGP 生成の明確な証拠とその熱力学特性を引き出すためには、QGP の物性に関する QCD 第一原理からの理論的予言が不

可欠である。そのための現在唯一の研究方法が、格子 QCD に基づく数値シミュレーションである。実験データと格子 QCD の理論的解析により QGP の性質が精密に理解されると、初期宇宙におけるクォーク物質の進化を定量的に追うことが可能になり、物質創成のメカニズムも解明できると期待される。本研究では、有限温度・有限密度における QCD の性質を、クォークの対生成・対消滅効果を取り入れた格子 QCD の数値シミュレーションにより、非摂動的に研究する。さらに、RHIC や LHC ではクォーク数密度がゼロでないことの効果を見積もる必要がある。世界的には我々のグループを除き、計算の楽なスタガード型格子クォークを使った研究が主流で、有限密度 QCD に関しては多くの場合スタガード型クォークで調べられているのが現状だが、これだけでは、格子化誤差のコントロールが十分ではない。格子化誤差を取り除いて、実験と比較できる結果を導くためには、ウィルソン型クォークによる追試と比較が必要である。このプロジェクトでは、ウィルソン型クォークで有限温度・有限密度のクォーク物質の性質を研究する。改良ウィルソン型クォーク（クローバークォーク）と岩崎改良ゲージ作用を組み合わせた作用を、厳密なアルゴリズムを用いてシミュレーションする。最終的には、 s クォークまで正しく取り入れた物理クォーク質量での $N_f = 2 + 1$ QCD で相転移温度と相転移次数の決定、RHIC で実験を行っている相転移点 T_c 周辺から、LHC で到達可能な $10T_c$ 程度までをカバーする広い温度範囲で、物理量（状態方程式や音速などの熱力学量、及びチャーモニウムをはじめとするハドロンの質量や幅、時空相関などの諸性質）の温度依存性の解明を目指している。

3 平成 21 年度後半～22 年度前半の研究の概要

3.1 クエンチ近似計算の研究

最終目標である $N_f = 2 + 1$ QCD での計算を視野に入れたテスト計算を幾つか進めた。方法論などがまだ確立していない様な挑戦的なテーマに関しては、まずクエンチ近似による計算で方法論の有効性を確認する必要がある。

3.1.1 対角化を用いたスペクトル関数計算方法の開発

メソンスペクトル関数を計算する方法として、新たに対角化の方法を用いた方法を提案し、実際にいくつかの数値実験を行った。有限温度下でのメソンスペクトル関数の振る舞いを調べることは、高温の媒質中でのメソンの性質を理解し、QGP 生成の仕組みを調べる上で重要である。格子 QCD のシミュレーションでは有限の空間サイズを持つ系を扱うが、このような系では離散的なスペクトルのみが存在するため、離散的な量を計算するのに適切な方法を選ぶ必要があると考えられる。対角化の方法は最低状態からいくつかの離散的な状態に対する物理量を計算することができ、上記の方法として有効なものひとつであると考えられる。

この研究では、ガウス型のスメアリング関数を用いて同じ量子数を持った複数のメソン演算子を定義し、これらにより構成されるメソン相関行列に対して対角化の方法を適用し、メソンスペクトル関数のピークの位置に対応する有効質量及びその点におけるスペクトル関数の値を計算した。まず、自由なクォーク場の場合で解析解と一致することを確かめた。次に、クエンチ近似の下で、ゼロ及び有限温度におけるチャーモニウムに対して本方法を適用し、スペクトル関数の振る舞いを調べた。

現在これらの結果をまとめて投稿論文を準備中である。また、これらの結果は国際会議などで報告した [3-7]。

3.1.2 重いクォークに対する非閉じ込め相転移の次数

クォーク質量が大きい領域において非閉じ込め相転移の次数の解明を行った。この研究では共同研究者の一人である江尻氏によって提案された方法を用いる。この方法は基本的な解析手法の一つである確率分布関数による解析に Reweighting 法と呼ばれる手法を組み合わせた方法であり、これによって一次相転移の解析が容易になることが期待されている。その結果から、クォーク質量無限大の極限では非閉じ込め相転移は一次相転移であり、クォーク質量が小さくなるにつれて、それがクロスオーバーに変化することを確認した。さらに、それらの境界である一次相転移の端点を特定した。過去の研究結果との比較から、この方法がよく機能している事を確認した。

現在これらの結果をまとめて投稿論文を準備中である。この計算に関しては国際会議で発表を行った [3-4, 3-6]。

3.2 $N_f = 2$ QCD の研究

本研究での目的である Wilson クォークによる有限温度・密度の計算は世界的に見ても CP-PACS グループ以降ほとんど行われていなかった。そのため、まずは有限温度の相図が既に詳細に調べられている $N_f = 2$ QCD の場合について研究を行った。メインの計算は平成 21 年度以前にほぼ終了しており、その結果の解析や議論を進め、学術論文として発表した。また、この研究で生成した配位を用いた新しい研究も行った。

3.2.1 有限密度の研究

既に生成されている $N_f = 2$ QCD のゲージ配位において状態方程式や、クォーク数密度の揺らぎに関する有限密度効果の計算を行った。有限密度での QCD の計算は符号問題と呼ばれる問題があり、直接モンテカルロ法による計算ができない。その為、有限密度効果の見積りは、共同研究者の一人である江尻氏によって開発された、化学ポテンシャルに関する Taylor 展開の手法を用いる。この研究ではそれぞれの物理量について、Taylor 展開の展開係数のうち非自明な 2 次と 4 次の係数を数値的に計算した。

従来の方法に加えて有限密度の複素位相部分をガウス関数で近似して reweighting 法を用いる新しい手法による状態方程式の有限密度効果の計算や、クォーク数密度揺らぎの計算なども行った。これらの計算で、従来の Staggered クォークの計算で見つがっていたクォーク数密度の揺らぎの増大の兆候が有限密度領域で確認できた。次年度の研究計画で検討しているクォーク数密度相関距離の研究でも同様の兆候が期待されている。

これらの計算に関して論文をまとめ、学術雑誌に掲載された [1-1]。

3.2.2 QCD 媒質中の遮蔽質量の研究

$N_f = 2$ QCD 媒質中での磁気と電気遮蔽質量の詳細に関する研究を行った。虚時間反転と荷電共役反転の対称性を考えることによってポリヤコフループ相関を対称性に依りて分類し、それぞれ対称性に対する遮蔽質量を導出する事ができる。その結果、それぞれの遮蔽質量の大きさ関係は、弱結合展開から予想されるグルーオン伝播関数の次数により説明できることを明らかにした。さらに両者の質量比が AdS/CFT 対応より求められる超対称ヤンミルズ理論の予言値に良く一致する事などを議論した。

これらの計算に関して論文をまとめ、学術雑誌に掲載された [1-2]。

3.2.3 カイラルオーダーパラメータの有限密度効果

カイラル・オーダーパラメータの相転移点付近でのスケーリング則を調べることにより、2 フレーバー QCD のカイラル相転移の性質を調べる。特に、Lattice QCD のシミュレーションによって、ワード・高橋恒等式で定義したカイラル・オーダーパラメータの化学ポテンシャル微分を計算し、O(4) スピン模型のスケーリング関数と比較した。そこで得られた有限温度有限密度 QCD のスケーリング則について議論を行った。

この計算に関しては国際会議で発表を行った [3-3, 3-9]。

3.3 $N_f = 2 + 1$ QCD の研究

本プロジェクトの最終目標の1つとして、 $N_f = 2 + 1$ QCD の熱力学の研究として、相転移温度、状態方程式、そして有限密度効果などを計算する計画を進めている。この方法では従来の熱力学量の計算と異なり、ゲージ結合定数ではなく、時間方向の格子サイズによって温度を変えるという手法での有限温度の研究を行う。この新しいアプローチでの計算は温度の分解能が低いという欠点があるが、多くの利点も存在する。有限温度の計算でもスケールの決定や、クォーク質量のチューニングなどゼロ温度での計算が不可欠であるが、この場合 CP-PACS などが研究を行ったゼロ温度の計算をそのまま流用する事が可能な点、さらにシミュレーションを行うパラメータを決める為のパラメータサーチの必要が無い点である。このアプローチの下で、既に CP-PACS のゼロ温度計算のパラメータに基づいた有限温度ゲージ配位の生成を進めている。前年度までに、計画しているゲージ配位の生成が大体終わったものの、低温部分の統計がさらに必要になるため、ゲージ配位の生成は次期も継続していく。また、これらの有限温度ゲージ配位を用いた研究を開始した。

3.3.1 状態方程式の計算

状態方程式の計算にはベータ関数の値が必要になる。ベータ関数はゼロ温度で計算されるべき量なので CP-PACS/JLQCD グループによって行われた結果を利用して見積もりを行った。ベータ関数の計算方法はベクトルメソンや崩壊定数などの格子間隔、クォーク質量依存性を求めて、各物理量に関する偏微分量から見積もりを行う。最終的には reweighting の手法が必要になるかもしれないが、現段階ではここで求めたベータ関数を用いる。図 1 は β , κ_{ud} , κ_s のグローバルフィットの結果を ρ 中間子質量の関数として表した物である。我々の固定格子間隔アプローチの場合、シミュレーションを行った coupling parameter の値のみが必要になる。

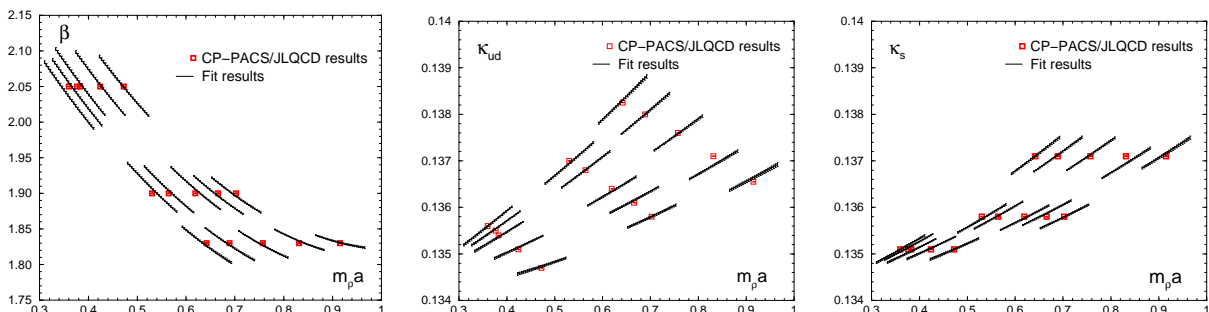


図 1: CP-PACS/JLQCD によるハドロンスペクトルの結果を用いて β , κ_{ud} , κ_s のグローバルフィットをした結果。測定結果は四角のシンボルで表されていて、フィット結果は ρ 中間子質量の関数だけを曲線で表している。

今年度までに生成した配位を用いて、状態方程式の準備計算を行った。状態方程式のクォーク部分についてはノイズ法により計算を行った。図2の左図はトレースアノマリーと、その β 微分成分と κ 微分成分を表している。低温領域については統計数が十分でないため、誤差が大きくなっている。図2の右図は状態方程式を表している。トレースアノマリーは左図と同じデータで、温度積分法により、圧力とエネルギー密度を計算した。

この計算に関しては国際会議で発表を行った [3-1, 3-5, 3-8]。

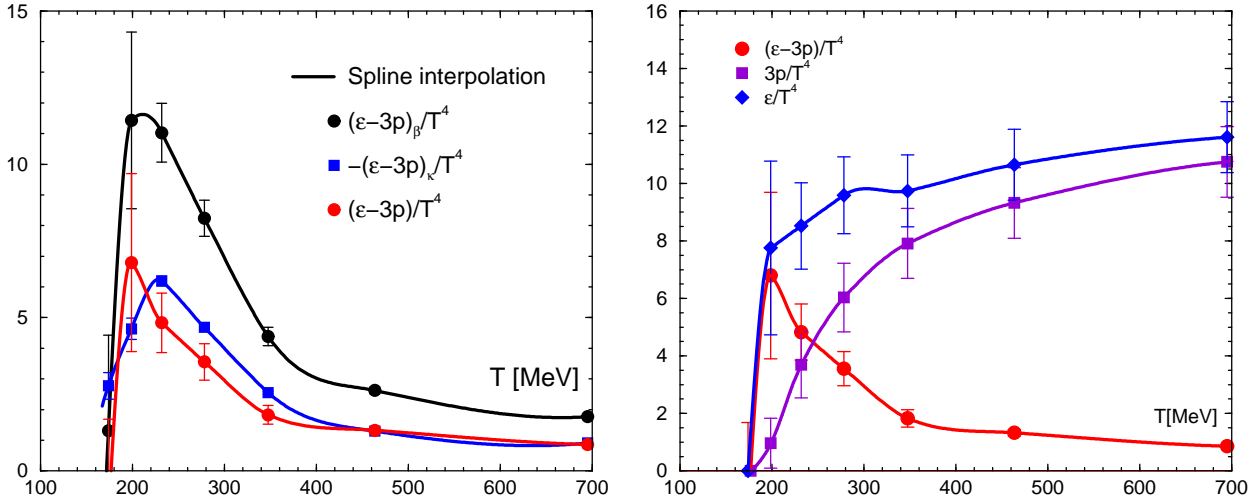


図 2: $N_f = 2 + 1$ QCD の状態方程式。左図はトレースアノマリーと、その β 微分成分と κ 微分成分を表している。右図のトレースアノマリーは左図と同じデータで、温度積分法により、圧力とエネルギー密度を計算している。

4 研究成果の公表

4.1 査読付き論文

- [1-1] S. Ejiri, Y. Maezawa, N. Ukita, S. Aoki, T. Hatsuda, N. Ishii, K. Kanaya, T. Umeda [WHOT-QCD Collaboration], “Equation of State and Heavy-Quark Free Energy at Finite Temperature and Density in Two Flavor Lattice QCD with Wilson Quark Action,” Phys. Rev. D **82**, 014508 (2010) [arXiv:0909.2121 [hep-lat]].
- [1-2] Y. Maezawa, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, N. Ishii, K. Kanaya, N. Ukita, and T. Umeda [WHOT-QCD Collaboration], “Electric and Magnetic Screening Masses at Finite Temperature from Generalized Polyakov-Line Correlations in Two-flavor Lattice QCD,” Phys. Rev. D **81**, 091501 (2010) [arXiv:1003.1361 [hep-lat]].

4.2 国際会議プロシーディングス

- [2-1] S. Ejiri et al. [WHOT-QCD Collaboration],
 ”Scaling behavior of chiral phase transition in two-flavor QCD with improved Wilson quarks at finite density”
 PoS (Lattice 2010) 181.

- [2-2] T. Umeda et al. [WHOT-QCD Collaboration],
 "EOS in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks by the fixed scale approach"
 PoS (Lattice 2010) 218.
- [2-3] H. Saito et al. [WHOT-QCD Collaboration],
 "Deconfinement transition in QCD near the heavy quark limit"
 PoS (Lattice 2010) 212.
- [2-4] H. Ohno, S. Aoki, K. Kanaya, H. Saito, S. Ejiri, Y. Maezawa and T. Umeda
 "An application of the variational analysis to calculate the meson spectral functions"
 PoS (Lattice 2010) 209.
- [2-5] K. Kanaya *et al.* [WHOT-QCD Collaboration],
 "Finite Temperature QCD on the Lattice - 2010"
 PoS (Lattice 2010) 012.
- [2-6] K. Kanaya *et al.* [WHOT-QCD Collaboration], "QCD thermodynamics at zero and finite densities with improved Wilson quarks", arXiv:1008.3218 [hep-lat].

4.3 国際会議発表

- [3-1] "Status of EOS calculation in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks by the fixed scale approach"
 Extreme QCD 2010, Physikzentrum Bad Honnef, Germany,
 K. Kanaya et al. [WHOT-QCD Collaboration],
 (2010) June 21-23.
- [3-2] "A method to study finite density lattice QCD"
 Extreme QCD 2010, Physikzentrum Bad Honnef, Germany,
 S. Ejiri et al. [WHOT-QCD Collaboration],
 (2010) June 21-23.
- [3-3] "Scaling study of the chiral phase transition in two flavor QCD at finite chemical potential for the improved Wilson quark action"
 Extreme QCD 2010, Physikzentrum Bad Honnef, Germany,
 H. Ohno et al. [WHOT-QCD Collaboration],
 (2010) June 21-23.
- [3-4] "A method for identifying the order of deconfinement phase transition in QCD"
 Extreme QCD 2010, Physikzentrum Bad Honnef, Germany,
 H. Saito et al. [WHOT-QCD Collaboration],
 (2010) June 21-23.
- [3-5] "EOS in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks by the fixed scale approach"
 The XXVIII International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice2010), Villasimius, Sardinia Italy
 T. Umeda et al. [WHOT-QCD Collaboration],
 (2010) June 14-19.

- [3-6] "Deconfinement transition in QCD near the heavy quark limit"
The XXVIII International Symposium on Lattice Filed Theory (Lattice2010), Villasimius, Sardinia Italy
H. Saito et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2010) June 14-19.
- [3-7] "An application of the variational analysis to calculate the meson spectral functions"
The XXVIII International Symposium on Lattice Filed Theory (Lattice2010), Villasimius, Sardinia Italy
H. Ohno et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2010) June 14-19.
- [3-8] "Finite Temperature QCD on the Lattice - 2010"
The XXVIII International Symposium on Lattice Filed Theory (Lattice2010), Villasimius, Sardinia Italy
K. Kanaya et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2010) June 14-19.
- [3-9] "Scaling behavior of chiral phase transition in two-flavor QCD with improved Wilson quarks at finite density "
The XXVIII International Symposium on Lattice Filed Theory (Lattice2010), Villasimius, Sardinia Italy
S. Ejiri et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2010) June 14-19.

4.4 国内会議発表

- [4-1] "高温高密度格子 QCD の最近の進展"
次世代格子ゲージシミュレーション研究会
大河内記念ホール, 理化学研究所, 埼玉
江尻信司 [WHOT-QCD Collaboration]
2010 年 9 月 24-26 日.
- [4-2] "有限温度下におけるチャーモニウム"
次世代格子ゲージシミュレーション研究会
大河内記念ホール, 理化学研究所, 埼玉
前沢祐 [WHOT-QCD Collaboration]
2010 年 9 月 24-26 日.
- [4-3] "有限密度での 2 フレーバー QCD のスケーリング則"
日本物理学会 2010 年秋季大会
九州工業大学, 戸畑キャンパス, 福岡
江尻信司 for WHOT-QCD Collaboration
2010 年 9 月 11-14 日.

- [4-4] ”ウィルソンクォークを用いた $N_f=2+1$ QCD の状態方程式の研究”
日本物理学会 2010 年秋季大会
九州工業大学, 戸畑キャンパス, 福岡
梅田貴士 for WHOT-QCD Collaboration
2010 年 9 月 11-14 日.
- [4-5] ”格子 QCD シミュレーションによる有限温度下における閉じ込め・カイラル相転移の研究”
日本物理学会 2010 年秋季大会
九州工業大学, 戸畑キャンパス, 福岡
前沢祐 for WHOT-QCD Collaboration
2010 年 9 月 11-14 日.
- [4-6] ”格子 QCD における対角化の方法を用いたメソンスペクトル関数の計算”
日本物理学会 2010 年秋季大会
九州工業大学, 戸畑キャンパス, 福岡
大野浩史 for WHOT-QCD Collaboration
2010 年 9 月 11-14 日.
- [4-7] ”クォーク質量が大きい領域での QGP 有限温度相転移の解析”
日本物理学会 2010 年秋季大会
九州工業大学, 戸畑キャンパス, 福岡
斎藤華 for WHOT-QCD Collaboration
2010 年 9 月 11-14 日.
- [4-8] ”Finite-temperature Lattice QCD: Recent Results”
基研研究会「熱場の量子論とその応用」
基礎物理学研究所, 京都
梅田貴士 for WHOT-QCD Collaboration
2010 年 8 月 30 日-9 月 1 日.
- [4-9] ”格子 QCD における対角化の方法を用いたチャーモニウムスペクトル関数の研究”
基研研究会「熱場の量子論とその応用」
基礎物理学研究所, 京都
大野浩史 for WHOT-QCD Collaboration
2010 年 8 月 30 日-9 月 1 日.
- [4-10] ”重いクォークに対する非閉じ込め相転移の次数”
基研研究会「熱場の量子論とその応用」
基礎物理学研究所, 京都
斎藤華 for WHOT-QCD Collaboration
2010 年 8 月 30 日-9 月 1 日.
- [4-11] ”Lattice QCD at Finite Density”
Summer Institute 2010
人材開発センター富士研修所, 山梨
江尻信司 for WHOT-QCD Collaboration
2010 年 8 月 12-19 日.

[4-12] ”格子 QCD による有限温度・密度解析”

計画研究 A01 班「量子色力学にもとづく真空構造とクォーク力学」第 3 回研究会
筑波大学計算科学研究センター, 茨城

江尻信司

2010 年 7 月 7 日.

[4-13] ”Scaling study of the chiral phase transition in two-flavor QCD for the improved Wilson quarks at finite density”

計画研究 A01 班「量子色力学にもとづく真空構造とクォーク力学」第 3 回研究会
筑波大学計算科学研究センター, 茨城

大野 浩史

2010 年 7 月 7 日.

[4-14] ”ウィルソンクォークを用いた $N_f=2+1$ QCD の熱力学量の研究”

日本物理学会第 65 回年次大会

岡山大学 (津島キャンパス), 岡山県

梅田貴士 for WHOT-QCD Collaboration

2010 年 3 月 20-23 日.

[4-15] ”クォーク質量が大きい領域での QCD 有限温度相転移の次数について”

日本物理学会第 65 回年次大会

岡山大学 (津島キャンパス), 岡山県

齋藤華, 江尻信司, 金谷和至, 青木慎也, 梅田貴士, 大野浩史, 初田哲男, 前沢祐

2010 年 3 月 20-23 日.