

実施報告書

研究課題名 「有限温度・有限密度 QCD の非摂動論的研究」

(Non-perturbative study of hot and dense QCD)

筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授

金谷 和至

2009年11月4日

1 研究組織 (研究実施開始時)

	氏名	所属 職名 / 研究分担
研究責任者	金谷和至 (かなやかずゆき)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授 研究の統括と解析
共同研究者	青木慎也 (あおきしんや)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授 相構造と臨界指数の研究
共同研究者	初田哲男 (はつだてつお)	東京大学大学院理学系研究科 教授 最大エントロピー法による相関関数の研究
共同研究者	梅田貴士 (うめだたかし)	広島大学大学院教育学研究科 講師 $N_f = 2 + 1$ QCD の熱力学の研究
共同研究者	江尻信司 (えじりしんじ)	米国ブルックヘブン国立研究所 研究員 有限密度 QCD の研究
共同研究者	石井理修 (いしいのりよし)	東京大学大学院理学系研究科 研究員 プログラム開発とハドロン構造の研究
共同研究者	前沢祐 (まえざわゆう)	理化学研究所仁科加速器研究センター 研究員 クォーク間ポテンシャルの解析
共同研究者	大野浩史 (おおのひろし)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 博士課程院生 シミュレーションの実行とデータの解析

2 研究課題の内容

クォークは通常、陽子、中性子などのハドロンに閉じこめられているが、約1兆度以上の超高温では溶け出して、クォーク・グルオン・プラズマ (QGP) 状態と呼ばれる、これまで人類が経験したことのない物質に相転移すると考えられている。この相転移の解明は宇宙の初期進化や物質創成を理解する上で重要である。現在、ブルックヘブン国立研究所のRHICにおいて実験的検証に向けた高エネルギーハドロン衝突実験が進められている。また、約 $10T_c$ までのQGPの性質を定量的に調べることを目的として、CERNのLHCを用いた、より高エネルギー領域での大規模実験も準備が進められている。終状態に数千個 数万個以上の粒子を含む複雑な重イオン衝突実験データからQGP生成の明確な証拠とその熱力学特性を引き出すためには、QGPの物性に関するQCD第一原理からの理論的予言が不可欠である。そのための現在唯一の研究方法が、格子QCDに基づく数値シミュレーションである。実験データと格子QCDの理論的解析によりQGPの性質が精密に理解されると、初期宇宙におけるクォーク物質の進化を定量的に追うことが可能になり、物質創成のメカニズムも解明でき

ると期待される。本研究では、有限温度・有限密度における QCD の性質を、クォークの対生成・対消滅効果を取り入れた格子 QCD の数値シミュレーションにより、非摂動的に研究する。さらに、RHIC や LHC ではクォーク数密度がゼロでないことの影響を見積もる必要がある。世界的には我々のグループを除き、計算の楽なスタガード型格子クォークを使った研究が主流で、クォーク間ポテンシャルのチャンネル依存性や、有限密度 QCD に関しては多くの場合スタガード型クォークで調べられているのが現状だが、これだけでは、格子化誤差のコントロールが十分ではない。格子化誤差を取り除いて、実験と比較できる結果を導くためには、ウィルソン型クォークによる追試と比較が必要である。このプロジェクトでは、ウィルソン型クォークで有限温度・有限密度のクォーク物質の性質を研究する。改良ウィルソン型クォーク（クローバークォーク）と岩崎改良ゲージ作用を組み合わせた作用を、厳密なアルゴリズムを用いてシミュレーションする。最終的には、 s クォークまで正しく取り入れた $N_f = 2 + 1$ QCD で相転移温度と相転移次数の決定、RHIC で実験を行っている相転移点 T_c 周辺から、LHC で到達可能な $10T_c$ 程度までをカバーする広い温度範囲で、物理量（状態方程式や音速などの熱力学量、及びチャーモニウムをはじめとするハドロンの質量や幅、時空相関などの諸性質）の温度依存性の解明を目指している。

3 平成 21 年度前半の研究の概要

3.1 クエンチ近似計算の研究

最終目標である $N_f = 2 + 1$ QCD での計算を視野に入れたテスト計算を幾つか進めた。平成 20 年度から本格的に始めた $N_f = 2 + 1$ QCD の有限温度ゲージ配位は固定格子間隔で生成している。このアプローチは従来の固定格子数での方法とは大きく異なる為に、 $N_f = 2 + 1$ QCD で行う予定の計算をまずはクエンチ近似による計算でその有効性を確認しておく必要がある。

3.1.1 固定格子間隔アプローチにおける熱力学の研究

$N_f = 2 + 1$ QCD で採用する固定格子間隔アプローチで状態方程式を計算するために、我々のグループで状態方程式の新しい非摂動的評価法 T-integral 法を開発した。従来の非摂動的評価法 integral 法は固定格子間隔では用いることは出来ないが、ある熱力学関係式を元に、状態方程式（圧力）をトレースアノマリーの温度積分としてあらわすと、固定格子間隔でも状態方程式の計算が可能になる。このアイデアをまずクエンチ近似の場合でテストして、従来の方法で求めた状態方程式の結果と遜色の無い結果を再現した。

今年度はさらに状態方程式以外の物理量として、相転移温度の決定と相転移次数の決定のテスト計算としてポリヤコフループの期待値と感受率の計算を行った。当初の予定通り、これまでの研究から知られている相転移温度近傍での感受率のピークと、一次相転移で期待される感受率の体積依存性が確認できた。現在これらの結果をまとめて投稿論文を準備中である。また、状態方程式の結果は国際会議などで報告した [2-2, 2-4, 3-1, 3-6, 4-2]。

3.2 $N_f = 2$ QCD の研究

本研究での目的である Wilson クォークによる有限温度・密度の計算は世界的に見ても CP-PACS グループ以降ほとんど行われていなかった。そのため、まずは有限温度の相図が既に詳細に調べられている $N_f = 2$ QCD の場合について研究を行った。メインの計算は平成 21 年度以前にほぼ終了しており、平成 21 年度前半ではその結果の解析や議論を進め、学術論文として発表した。

3.2.1 有限密度の研究

既に生成されている $N_f = 2$ QCD のゲージ配位において状態方程式や、クォーク数密度の揺らぎに関する有限密度効果の計算を行った。有限密度での QCD の計算は符号問題と呼ばれる問題があり、直接モンテカルロ法による計算ができない。その為、有限密度効果の見積りは、共同研究者の一人である江尻氏によって開発された、化学ポテンシャルに関する Taylor 展開の手法を用いる。この研究ではそれぞれの物理量について、Taylor 展開の展開係数のうち非自明な 2 次と 4 次の係数を数値的に計算した。

従来の方​​法に加えて有限密度の複素位相部分をガウス関数で近似して reweighting 法を用いる新しい手法による状態方程式の有限密度効果の計算や、クォーク数密度揺らぎの計算なども行った。これらの計算で、従来の Staggered クォークの計算で見つかったクォーク数密度の揺らぎの増大の兆候が有限密度領域で確認できた。次年度の研究計画で検討しているクォーク数密度相関距離の研究でも同様の兆候が期待されている。

これらの計算に関して論文をまとめ、学術雑誌への投稿を行った [1-1]。

3.2.2 QCD 媒質中の遮蔽質量の研究

$N_f = 2$ QCD 媒質中での磁気と電気遮蔽質量の詳細に関する研究を行った。虚時間反転と荷電共役反転の対称性を考えることによってポリヤコフループ相関を対称性に依拠して分類し、それぞれ対称性に対する遮蔽質量を導出する事ができる。その結果、それぞれの遮蔽質量の大きさ関係は、弱結合展開から予想されるグルーオン伝播関数の次数により説明できることを明らかにした。さらに両者の質量比が AdS/CFT 対応より求められる超対称ヤンミルズ理論の予言値に良く一致する事などを議論した。また現在投稿論文を準備中である。

3.3 $N_f = 2 + 1$ QCD の研究

本プロジェクトの最終目標の 1 つとして、 $N_f = 2 + 1$ QCD の熱力学の研究として、相転移温度、状態方程式、そして有限密度効果などを計算する計画を進めている。この方法では従来の熱力学の計算と異なり、ゲージ結合定数ではなく、時間方向の格子サイズによって温度を変えるという手法での有限温度の研究を行う。この新しいアプローチでの計算は温度の分解能が低いという欠点があるが、多くの利点も存在する。有限温度の計算でもスケールの決定や、クォーク質量のチューニングなどゼロ温度での計算が不可欠であるが、この場合 CP-PACS などが研究を行ったゼロ温度の計算をそのまま流用する事が可能な点、さらにシミュレーションを行うパラメータを決める為のパラメータサーチの必要が無い点である。このアプローチの下で、既に CP-PACS のゼロ温度計算のパラメータに基づいた有限温度ゲージ配位の生成を進めている。平成 21 年度前半で、計画しているゲージ配位の生成が大体終わったものの、低温部分の統計がさらに必要になるため、ゲージ配位の生成は次期も継続していく。また、これらの有限温度ゲージ配位を用いた研究を開始した。

3.3.1 状態方程式の計算

状態方程式の計算にはベータ関数の値が必要になる。ベータ関数はゼロ温度の物理量が、LOC (Line of Constat Physics) 上でどの様にスケール依存性を持っているかをあらわす量である。ここでは、最初の試みとして、CP-PACS/JLQCD グループによって計算されたハドロン質量や崩壊係数の結果を利用し、以前、CP-PACS グループで $N_f = 2$ QCD の場合に採用された方法を拡張して、 $N_f = 2 + 1$ の場合のベータ関数の見積もりを行った。すなわち、ベクトルメソン質量と崩壊定数が格子間隔と

クォーク質量にどのように依存するかを求めて、各パラメータに関する偏微分量の行列の逆行列から、ベータ関数を計算した。図1は擬スカラー、ベクトルメソン質量比と崩壊定数に対するパラメータ依存性のフィット結果を表す。

図2の左側が、 $N_f = 2 + 1$ QCD の3つのベータ関数の結果である。この研究の固定格子間隔アプローチの場合、 $\beta = 2.05$ の値のみが必要になる。残念ながら、ホッピングパラメータ κ_{ud} と κ_s に関するベータ関数は、十分な精度では得られなかった。これは、CP-PACS/JLQCD グループの研究でもそうだが、ゼロ温度のスペクトル研究では、通常、格子間隔で2倍程度に離れた数点でしか研究が行われていないために、それらの離れた点での物理量の関数依存性では、ベータ関数を精度良く求めることが難しいためである。他方、固定格子間隔アプローチの利点を生かすためには、結合パラメータ空間の多くの点で高精度のゼロ温度計算を行うことは避けたい。現在、reweighting の手法など、欲しい点でのベータ関数を直接高精度で決定する方法の検討を進めている。

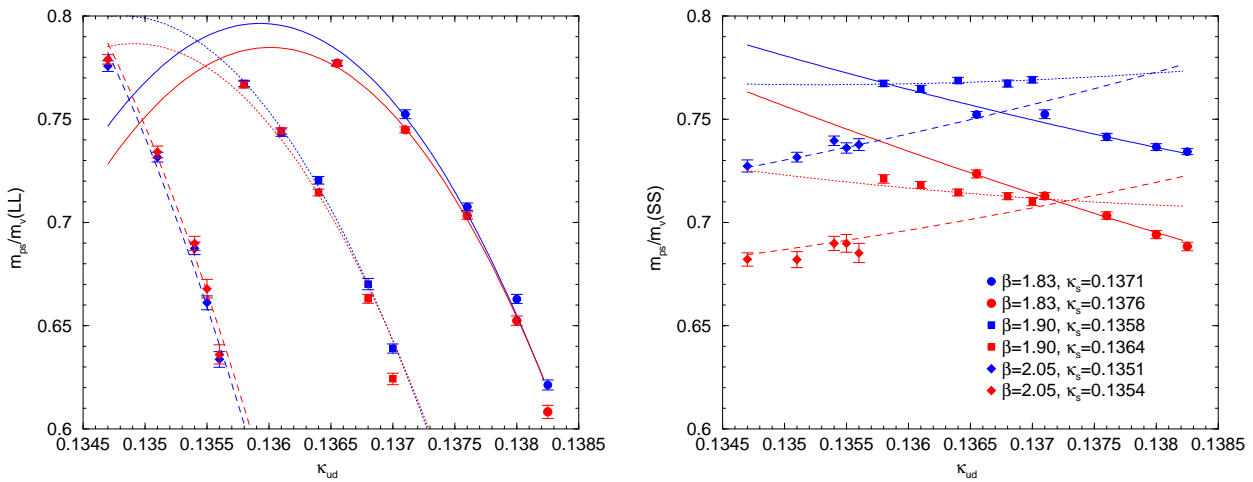


図1: CP-PACS/JLQCD によるハドロンスペクトルの結果を用いた擬スカラーベクトルメソン質量比のホッピングパラメータ依存性 (左図がアップ、ダウンクォークについて、右図がストレンジクォークについての質量比)。

ここで求めたベータ関数と、前年度と今年度前期までに生成した配位を用いて、状態方程式の準備計算を行った。現段階では、ホッピングパラメータのベータ関数が精度良く決定できていないので、ここではトレースアノマリーのグルーオンパートのみを計算した。図2の右図にあるように、予想された温度付近でトレースアノマリーの値のピークが見られる。トレースアノマリーのグルーオンパートの大きさは、CP-PACS グループの $N_f = 2$ QCD の場合から期待される大きさと、矛盾しない。この $N_f = 2$ QCD の状態方程式の経験から、トレースアノマリーでグルーオンパートとクォークパートの間には大きなキャンセレーションが有ることが期待され、スタガードクォークによる $N_f = 2 + 1$ のトレースアノマリーとも、コンシステントな値になっている。この計算に関しては国際会議で発表を行った [2-4, 3-6]。

3.3.2 重いクォーク間自由エネルギーの研究

$N_f = 2 + 1$ QCD のプロジェクトの最初の計算として、ポリヤコフループ相関から導出される重いクォーク間の自由エネルギーとデバイ遮蔽質量の計算をスタートさせた。この計算は世界で初めての非摂動改良された Wilson quark 作用による $N_f = 2 + 1$ QCD の有限温度での計算であるだけでなく、固定格子間隔で行われた計算である点も新しい。この固定間隔のアプローチによって十分近距離では

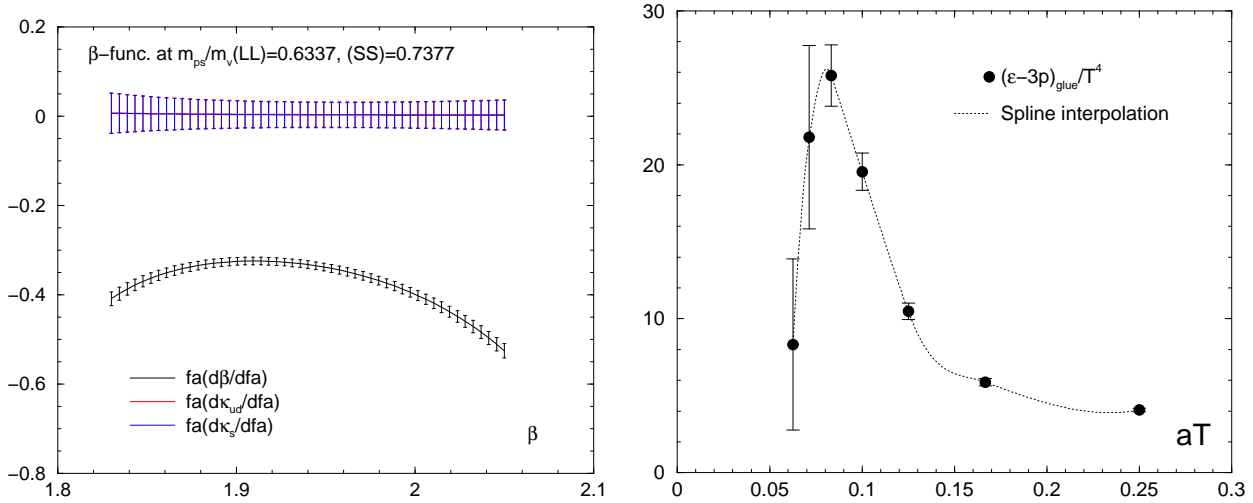


図 2: $N_f = 2 + 1$ 有限温度 QCD で計算したトレースアノマリーのグルーオンパート。

温度効果が小さく、自由エネルギーの温度変化が無くなる事を示すことが出来た。さらに $N_f = 2 + 1$ QCD 媒質中のデバイ遮蔽質量を計算し、既存のクエンチ近似 ($N_f = 0$ QCD)、 $N_f = 2$ QCD における結果との比較を行った。その結果、デバイ遮蔽質量の大きさには動的なクォークの寄与が重要であることを見出した。この計算に関しても、国際会議で発表を行った [2-1, 2-5, 3-2, 3-4, 3-7, 3-9, 4-3, 4-4]。

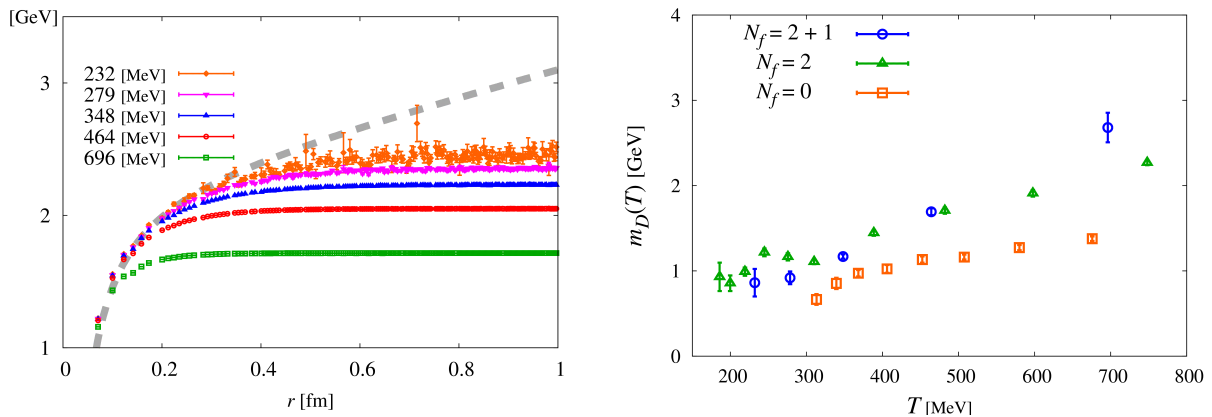


図 3: $N_f = 2 + 1$ 有限温度 QCD で計算された重いクォーク間自由エネルギー（左図）と、デバイ遮蔽質量のフレーバー数依存性。

4 研究成果の公表

4.1 査読付き論文

- [1-1] S. Ejiri, Y. Maezawa, N. Ukita, S. Aoki, T. Hatsuda, N. Ishii, K. Kanaya, T. Umeda [WHOT-QCD Collaboration],
 “Equation of State and Heavy-Quark Free Energy at Finite Temperature and Density in Two Flavor Lattice QCD with Wilson Quark Action,”
 arXiv:0909.2121 [hep-lat]. (投稿中)

4.2 国際会議プロシーディングス

- [2-1] Y. Maezawa, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, N. Ishii, K. Kanaya, H. Ohno, T. Umeda,
“Free energies of heavy quarks in full-QCD lattice simulations with Wilson-type quark action,”
To be published in Nucl.Phys.A,(Proceedings of Quark Matter 2009)
arXiv:0907.4203 [hep-lat].
- [2-2] K. Kanaya, T. Umeda, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, N. Ishii, Y. Maezawa, H. Ohno [WHOT-
QCD collaboration]
”Fixed scale approach to the equation of state on the lattice”
To be published in Nucl.Phys.A,(Proceedings of Quark Matter 2009)
arXiv:0907.4205 [hep-lat]
- [2-3] S. Ejiri,
”Critical point in finite density lattice QCD by canonical approach”
To be published in Nucl.Phys.A,(Proceedings of Quark Matter 2009)
arXiv:0908.0544 [hep-lat]
- [2-4] K. Kanaya, S. Aoki, H. Ohno, T. Umeda, S. Ejiri, T. Hatsuda, N. Ishii, Y. Maezawa
“Towards the equation of state in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks in the fixed
scale approach,”
To be published in PoS **LAT2009**, 190 (2009)
arXiv:0910.5284 [hep-lat].
- [2-5] Y. Maezawa, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, K. Kanaya, H. Ohno and T. Umeda [WHOT-QCD
Collaboration],
“Heavy-quark free energy at finite temperature with 2+1 flavors of improved Wilson quarks
in fixed scale approach”
To be published in PoS **LAT2009**, 165 (2009)
arXiv:0910.0911.0254 [hep-lat].
- [2-6] S. Ejiri,
“Singularities of QCD in a complex chemical potential plane”
To be published in PoS **LAT2009** (2009).

4.3 国際会議発表

- [3-1] ”Fixed scale approach to the equation of state on the lattice”
21st International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions (QM2009),
Knoxville, Tennessee,
K. Kanaya et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2009) March 30 - April 4.
- [3-2] “Free energies of heavy quarks in full-QCD lattice simulations with Wilson-type quark ac-
tion,”
21st International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions (QM2009),

Knoxville, Tennessee,
Y. Maezawa et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2009) March 30 - April 4.

- [3-3] “Critical point in finite density lattice QCD by canonical approach,”
21st International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions (QM2009),
Knoxville, Tennessee,
S. Ejiri,
(2009) March 30 - April 4.
- [3-4] “Heavy-quark potential and screening mass in QGP from lattice QCD simulations”
Quarks and Hadrons under Extreme Conditions -AdS/QCD, Lattice QCD, and Physics at
RHIC/LHC-, Tokyo, Japan,
Y. Maezawa et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2009) May 18-19.
- [3-5] ”Quarkonium correlators on lattice”
Joint CATHIE-INT mini-program - Quarkonium in Hot Media from QCD to Experiment,
INT, Seattle, USA 2009
T. Umeda, H. Ohno, K. Kanaya [WHOT-QCD Collaboration],
(2009) June 16-26.
- [3-6] “Towards the equation of state in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks in the fixed
scale approach,”
The XXVII International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2009) Peking Univer-
sity, Beijing, China
K. Kanaya et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2009) July 26-31.
- [3-7] “Heavy-quark free energy at finite temperature with 2+1 flavors of improved Wilson quarks
in fixed scale approach”
The XXVII International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2009) Peking Univer-
sity, Beijing, China
Y. Maezawa et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2009) July 26-31.
- [3-8] “Singularities of QCD in a complex chemical potential plane”
The XXVII International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2009) Peking Univer-
sity, Beijing, China
S. Ejiri,
(2009) July 26-31.
- [3-9] “Heavy-quark free energy at finite temperature in full-QCD lattice simulations”
Third Joint Meeting of the Nuclear Physics Divisions of the APS and JPS, Hawaii, USA
Y. Maezawa et al. [WHOT-QCD Collaboration],
(2009) Oct. 13-17.

4.4 国内会議発表

- [4-1] Hot wave function from lattice QCD
Topical Workshop (QHEC09), Univ. of Tokyo, Japan
T. Umeda
(2009) May 19.

- [4-2] ウィルソンフェルミオンを用いた有限温度格子 QCD の研究
KEK 理論センター研究会「原子核・ハドロン物理」
高エネルギー加速器研究機構, 茨城 2009
梅田貴士
(2009) August 11-13.

- [4-3] 格子 QCD シミュレーションによる QGP 媒質中のクォーク間ポテンシャルの研究
KEK 理論センター研究会「原子核・ハドロン物理」
高エネルギー加速器研究機構, 茨城 2009
前沢祐
(2009) August 11-13.

- [4-4] 格子 QCD シミュレーションによる QGP 媒質中の重いクォーク間ポテンシャルの研究
基研研究会「熱場の量子論とその応用」
基礎物理学研究所, 京都
前沢祐
(2009) September 3-5.