

# 平成 22 年度後期 (平成 22 年 10 月から平成 23 年 1 月) 大型シミュレーション実施報告書

受理番号: 大型-10-02

研究課題名: 格子 QCD に基づくハイペロン 崩壊の研究

研究組織:

研究責任者

佐々木勝一 (ささきしょういち)  
東京大学大学院 理学系研究科 助教

共同研究者

山崎剛 (やまざきたけし)  
筑波大学計算科学研究センター 博士研究員

共同研究者

河内太一 (かわないたいち)  
東京大学大学院 博士課程 1 年

## 平成 22 年度後期の実施報告の詳細

### 1. はじめに

本研究課題では、RBC+UKQCD collaborations によってすでに公開されている Domain Wall Fermion (DWF) を用いた 2+1 フレーバー QCD ゲージ配位 (格子間隔 0.13 fm で物理的格子サイズ 1.9 および 2.7 fm) [1, 2] を利用して、現実的な 2+1 フレーバー格子 QCD によるハイペロン 崩壊の研究を行うことを計画としている。

ハイペロン 崩壊 ( $B \rightarrow b\bar{l}\nu$ ) の遷移行列要素は

$$\langle b(p') | V_\alpha(x) + A_\alpha(x) | B(p) \rangle = \bar{u}_b(p') (\mathcal{O}_\alpha^V(q) + \mathcal{O}_\alpha^A(q)) u_B(p) e^{iq \cdot x}, \quad (1)$$

のように、ベクトルカレントと軸性ベクトルカレントの 2 つの寄与があり、それぞれの寄与は独立した 3 つの形状因子によって構成される。ベクトルカレントに対しては

$$\mathcal{O}_\alpha^V(q) = \gamma_\alpha f_1(q^2) + \sigma_{\alpha\beta} q_\beta \frac{f_2(q^2)}{M_B + M_b} + i q_\alpha \frac{f_3(q^2)}{M_B + M_b} \quad (2)$$

軸性ベクトルカレントに対しては

$$\mathcal{O}_\alpha^A(q) = \gamma_\alpha \gamma_5 g_1(q^2) + \sigma_{\alpha\beta} q_\beta \gamma_5 \frac{g_2(q^2)}{M_B + M_b} + i q_\alpha \gamma_5 \frac{g_3}{M_B + M_b} \quad (3)$$

である。特にその中でもベクトルカレントの形状因子の一つ、Dirac 形状因子  $f_1(q^2)$  の前方散乱極限 ( $q^2 = 0$ ) の値は、カビボ-小林-益川 (CKM) 行列要素の一つである、 $V_{us}$  の決定にはかかせない。実験的には  $|V_{us}f_1(0)|$  が直接観測可能であって、理論による  $f_1(0)$  の値を知ることなしに  $V_{us}$  の大きさを知ることができないからである。もしフレーバー SU(3) 対称性の破れがなければ、この  $f_1(0)$  の値は SU(3) 群のクレブシュ・ゴルダン係数で決まるが、実際にはフレーバー SU(3) 対称性は破れており、その破れの効果がどのように  $f_1(0)$  に現れるかは、CKM 行列要素のユニタリティの検証に必要な情報として、近年精力的に研究されている。しかしながら、実際の  $f_1(0)$  とクレブシュ・ゴルダン係数による  $f_1(0)_{\text{SU}(3)}$  の値との比  $f_1(0)/f_1(0)_{\text{SU}(3)}$  が 1 より小さいのか大きいのかも理論的に不定性なし決まっていけないのが現状である。(表 1 を参照)

$\tilde{f}_1 =  f_1/f_1^{\text{SU}(3)} $ の理論評価	$\Lambda \rightarrow p$	$\Sigma^- \rightarrow n$	$\Xi^- \rightarrow \Lambda$	$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$	Ref.
Bag model	0.97	0.97	0.97	0.97	[5]
Quark model	0.987	0.987	0.987	0.987	[6]
Quark model	0.976	0.975	0.976	0.976	[7]
$1/N_c$ expansion	1.02(2)	1.04(2)	1.10(4)	1.12(5)	[8]
Full $\mathcal{O}(p^4)$ HBChPT	1.027	1.041	1.043	1.009	[9]
Full $\mathcal{O}(p^4)$ IRChPT + Decuplet	1.001(13)	1.087(42)	1.040(28)	1.017(22)	[10]
Quench Lattice QCD	N/A	0.988(29)	N/A	0.987(19)	[3, 4]
$ V_{us}\tilde{f}_1 $ (実験値)	0.2221(33)	0.2274(49)	0.2367(97)	0.209(27)	—

表 1:  $\tilde{f}_1 = |f_1/f_1^{\text{SU}(3)}|$  に対する、それぞれのアプローチによる理論評価。

## 2. これまでの研究の経緯

すでに研究責任者らは DWF を用いた動的クォークを無視したクエンチ近似での予備的研究においてハイペロン 崩壊の第一原理計算に成功している [3]。これまでのところ、ハイペロン 崩壊はクエンチ近似の範囲内でのみ格子 QCD 数値解析が行われ、イタリアのグループで行われた  $\mathcal{O}(a)$  改良された Wilson フェルミオンを用いた  $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊に関する研究 [4] と合わせて格子 QCD による研究は 2 例しか存在しない。どちらのクエンチ近似による格子 QCD の結果もフレーバー SU(3) 対称性を厳密に課した場合の値に比べて、2%程度小さくなることを示している。しかし、これは重いバリオンを含んだ拡張されたカイラル摂動論やラージ  $N_c$  による  $1/N_c$  展開の解析とは逆の傾向を示しており、現実的な 2+1 フレーバー格子 QCD 数値解析が待たれている状況にある。

数値解析に必要な計算プログラムはすでに研究責任者らによってクエンチ近似の研究の際に IBM Blue Gene のプロトタイプ機である、理研 BNL 研究センターの QCDOC 上で最適化された CPS++ (C++言語で書かれた、格子 QCD 数値解析のためのオープンソース) 上で作成されたものをベースに、平成 21 年度後期までに IBM Blue Gene/L 上への移植およびチューニングを完了させた。平成 22 年度前期から本格的な数値計算が始まり、平成 22 年度前期に割当られた CPU 時間を用いて、主として物理的格子サイズ  $2.7 \text{ fm}$  ( $24^3 \times 64 \times 16$ ) のゲージ配位における最も軽いクォーク質量  $m_f = 0.005$  での計算をスタートさせた。この物理的な  $\pi$  中間子の質量の 2 倍程度にあたる  $m_\pi = 330 \text{ MeV}$  での現実的な 2+1 フレーバー格子 QCD 数値解析においても、クエンチ近似による格子 QCD の結果と同様、比  $f_1(0)/f_1(0)_{\text{SU}(3)}$  が 1 より小さいことを示唆する結果を得た。

## 3. 計算方法概略

格子 QCD 数値計算では以下で定義されるスカラー型の形状因子に対して 3 元運動量移行が零の極限 ( $q^2 = 0$ ) での値を精密に計算することができる。

$$f_S(q^2) = f_1(q^2) + \frac{q^2}{M_B^2 - M_b^2} f_3(q^2) \quad (4)$$

この形状因子は、実際に計算したい Dirac 形状因子  $f_1(q^2)$  と、ベクトルカレントに付随する別のタイプの形状因子  $f_3(q^2)$  の線形結合になっている。ここで、 $f_3(q^2)$  はワインバーグによって理論的に予言された第二種の形状因子で、フレーバー SU(3) 対称性の中の SU(2) 部分対称性 (iso-spin 対称性、U-spin 対称性、V-spin 対称性) が破

れた場合のみ現れる [11]。 $\Delta S = 1$  のハイペロン 崩壊においては  $m_d \neq m_s$  で V-spin 対称性が明白に破れているため、 $f_3(q^2) \neq 0$  となる。スカラー型の形状因子が 4 元運動量移行の零極限 ( $q^2 = 0$ ) では  $f_S(0) = f_1(0)$  となる性質は有用である。

実際の計算では、3 元運動量移行が零 ( $|\vec{q}|^2 = 0$ ) の 3 点関数を使って、以下のような 3 点関数の 2 重比

$$R(t) = \frac{\langle B | \bar{s} \gamma_0 u | b \rangle \langle b | \bar{u} \gamma_0 s | B \rangle}{\langle B | \bar{s} \gamma_0 s | B \rangle \langle b | \bar{u} \gamma_0 u | b \rangle} \rightarrow |f_S(q_{\max}^2)|^2 \quad (5)$$

を計算する。この 3 点関数の 2 重比から  $|\vec{q}|^2 = 0$  における形状因子の値  $f_S(q_{\max}^2)$  が精密に計算できる。右辺の引数  $t$  はベクトルカレント演算子を始状態  $B$  の生成演算子と終状態  $b$  の消滅演算子の間のどのユークリッド時間に挿入したかを示すもので、その挿入箇所が十分に  $B$  および  $b$  状態の演算子から離れているとみなせれば、3 点関数の 2 重比から  $t$  に依存しない定数としてスカラー位相因子の自乗の値を読み取ることができる。 $q_{\max}^2$  は 3 元運動量移行が零のときの 4 元運動量の値で、 $q_{\max}^2 = -(M_B - M_b)^2$  のように始状態と終状態の静止質量の差の自乗で決まる。始状態と終状態が異なる質量のとき 3 元運動量移行が零でも 4 元運動量移行が零にならないのは、始状態と終状態の質量差に依る反跳効果に由来する。

本研究では  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊と  $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊の 2 つのハイペロン 崩壊について数値解析を遂行したが、これらのチャンネルに対応する  $f_1(0)_{\text{SU}(3)}$  はそれぞれ  $f_1^{\Xi\Sigma}(0)_{\text{SU}(3)} = +1$  と  $f_1^{\Sigma N}(0)_{\text{SU}(3)} = -1$  であり、フレーバー SU(3) 対称性の破れを上で定義した 3 点関数の 2 重比が 1 からずれることによって読み取ることができる。ただし、観測したフレーバー SU(3) 対称性の破れは 3 つの異なる効果：(i) 質量差による反跳効果による  $q^2 = 0$  からのずれ、(ii) 第二種の形状因子  $f_3(q^2)$  の存在、(iii)  $f_1(q^2)$  に対する真のフレーバー SU(3) の破れの効果、それぞれの帰結として現れる。本研究の目的は (iii) の効果のみを評価することなので、(i) と (ii) の余分な効果を落とすために  $f_S(0) = f_1(0)$  の性質を利用する。今、3 元運動量移行が  $|\vec{q}| \neq 0$  において  $q^2 = q_{\max}^2 < 0$  における形状因子  $f_S(q^2)$  が求まったわけであるが、 $f_S(q^2)$  を零でない 3 元運動量  $|\vec{q}| \neq 0$  の場合 ( $q^2 > 0$ ) についても計算し、形状因子  $f_S(q^2)$  の  $q^2$  依存性を考察し、 $q^2 = 0$  に内挿することを試みる。この研究では、零でない 3 元運動量移行  $\vec{q}$  には  $2\pi/L$  を単位として  $\vec{q} = (1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (2, 0, 0)$  の 4 つの運動量について計算を行なった。これら 4 つの 3 元運動量と  $B \rightarrow b$  の時間反転プロセス、 $b \rightarrow B$  も同時に計算することで、 $q^2 > 0$  の領域において 8 つの  $f_S(q^2)$  の値が得られる。

#### 4. 本年度の計算結果

平成 22 年 10 月から平成 23 年 1 月の当該年度では、平成 22 年度前期の期間内の数値計算において必要な統計数に達することができなかった、格子サイズ  $24^3 \times 64 \times 16$  におけるクォーク質量  $m_f = 0.005$  の計算と格子サイズ  $16^3 \times 32 \times 16$  におけるクォーク質量  $m_f = 0.03$  の計算の継続、および新たに格子サイズ  $24^3 \times 64 \times 16$  におけるクォーク質量  $m_f = 0.01$  の計算 ( $m_\pi = 430$  MeV に相当) を主目的に、年度内で割当られた CPU 時間を用いて表 2 のような数値計算を行なった。以下では格子サイズ  $24^3 \times 64 \times 16$  での完了した 2 つのクォーク質量における計算結果について報告を行う。表 3 では平成 22 年度前期を含む数値計算によって完了した、総統計数を使って解析された、 $\pi$  中間子、核子、 $\Sigma$  粒子、 $\Xi$  粒子の質量に関する結果を示す。

表 2: 平成 22 年度後期の割当 CPU 時間を用いて行なった数値計算の概要

格子サイズ	$u, d$ クォークの質量	中間子の質量	統計数	使ったノード
$24^3 \times 64 \times 16$	$m_f = 0.005$	330 MeV	61	1024
$24^3 \times 64 \times 16$	$m_f = 0.01$	430 MeV	120	1024
$16^3 \times 32 \times 16$	$m_f = 0.03$	650 MeV	101	128

表 3: 格子サイズ  $24^3 \times 64 \times 16$  での数値計算の概要と  $\pi$  中間子、核子、 $\Sigma$  粒子、 $\Xi$  粒子の質量に関する計算結果。

$u, d$ クォークの質量	総統計数	ソース位置の数	$m_\pi$ [GeV]	$m_N$ [GeV]	$m_\Sigma$ [GeV]	$m_\Xi$ [GeV]
$m_f = 0.005$	240	2	0.329(5)	1.13(1)	1.33(1)	1.43(1)
$m_f = 0.01$	120	2	0.428(7)	1.23(2)	1.39(1)	1.47(1)

次に図 1 において、 $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊 (左) と  $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊 (右) に対するスカラー形状因子  $f_S(q^2)$  の  $q^2$  依存性の、それぞれ  $m_f = 0.005$  (上段) と  $m_f = 0.01$  (下段) における計算結果を図示した。実線によるカーブと破線によるカーブは、それぞれ全ての  $q^2$  データに対して

$$f_S(q^2) = \frac{f_S(0)}{1 + \lambda_S^{(1)} q^2} \quad \text{monopole 型 (実線)}$$

$$f_S(q^2) = f_S(0)(1 + \lambda_S^{(1)} q^2 + \lambda_S^{(2)} q^4) \quad \text{quadratic 型 (破線)}$$

でフィットしたものである。図中の拡大図でそれぞれのフィットによって得られた  $q^2 = 0$  の内挿点における  $f_S(0)$  の値がそれぞれ  $\square$  と  $\diamond$  のマークで示してある。内挿点はフィットの型には強く依存せず、エラーの範囲内で一致した結果が得られることが判る。これは、 $q^2 = q_{\text{max}}^2$  におけるスカラー形状因子の値  $f_S(q_{\text{max}}^2)$  が精度よく計算できていることと、 $q^2 = q_{\text{max}}^2$  が  $q^2 = 0$  のごく近傍であるためである。

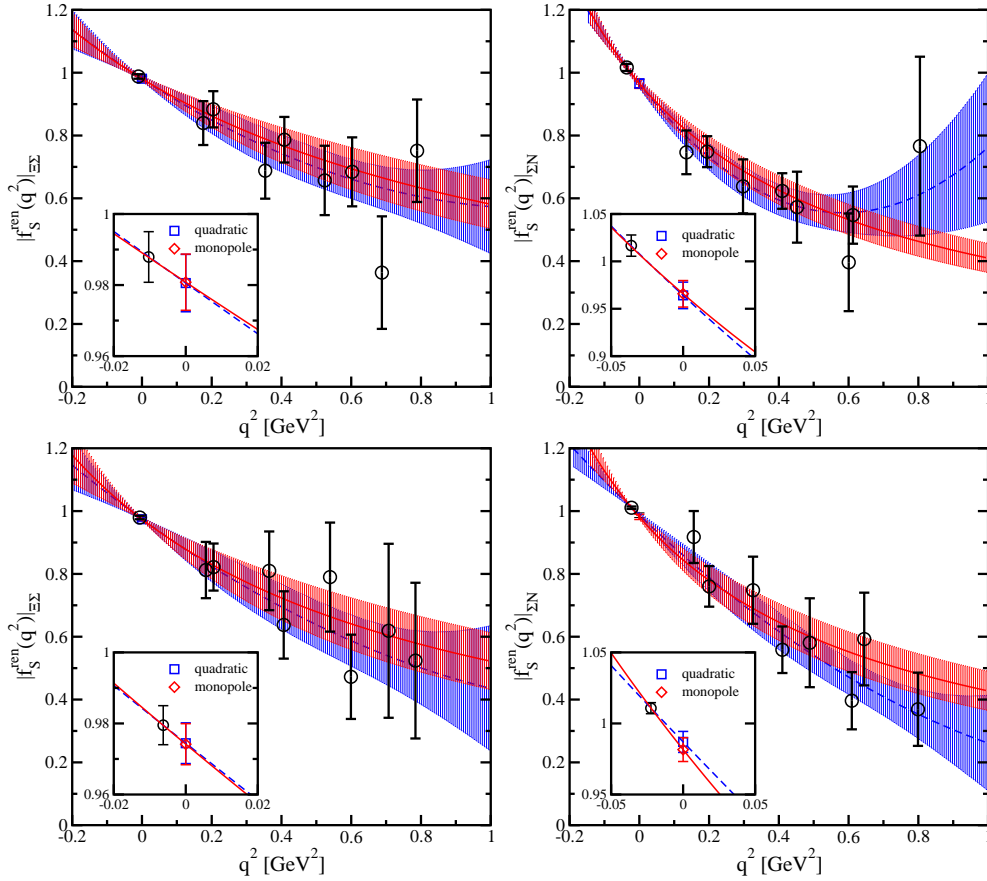


図 1: スカラー形状因子  $f_S(q^2)$  の  $q^2$  依存性と  $q^2 = 0$  への内挿による  $f_S(0) = f_1(0)$  の評価。左図は  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊、右図は  $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊に対するもの、上段は  $m_f = 0.005$  ( $m_\pi = 330$  MeV)、下段は  $m_f = 0.01$  ( $m_\pi = 430$  MeV) に対するもの。内挿には monopole 型と  $q^2$  の多項式 ( $q^2$  の 2 次関数) による内挿を試みた。

monopole 型のフィットで得られた  $f_S(0) = f_1(0)$  を最終結果として採用すると  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊に対して、

$$\begin{aligned} f_1^{\Xi\Sigma}(0) &= 0.981(8) \quad \text{at } m_\pi = 330 \text{ MeV} \\ f_1^{\Xi\Sigma}(0) &= 0.974(6) \quad \text{at } m_\pi = 430 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊に対しては

$$\begin{aligned} f_1^{\Sigma N}(0) &= -0.967(14) \quad \text{at } m_\pi = 330 \text{ MeV} \\ f_1^{\Sigma N}(0) &= -0.982(8) \quad \text{at } m_\pi = 430 \text{ MeV} \end{aligned}$$

が得られた。これらの値は、これまでのクエンチ近似で、しかも比較的重いクォーク質量 ( $m_\pi > 600$  MeV) における計算結果 (表 1 参照) と矛盾しない。現時点ではクォーク質量に関して 2 点のみが計算完了した状況なので、物理点 ( $m_\pi = 140$  MeV) へのカイラル外挿は行っていない。しかし、2 つのクォーク質量 ( $m_\pi = 330$  MeV と 430 MeV に相当) における計算結果は、物理点においても比  $f_1(0)/f_1(0)_{\text{SU}(3)}$  が 1 より小さくなることを強く示唆する。 $m_f = 0.005$  ( $m_\pi = 330$  MeV) のデータに関しては一部 Ref. [13] において会議報告として発表している。

図 2 は  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊に対して、過去のクエンチ近似における結果と今回の 2+1 フレーバー格子 QCD 数値計算の結果の比較である。横軸はフレーバー SU(3) 対称性の破れの度合いを  $\Xi$  粒子と  $\Sigma$  粒子の質量差を使って  $\delta_{\Xi\Sigma} = (m_\Xi - m_\Sigma)/(m_\Xi + m_\Sigma)$  で定量化している。クエンチ近似のデータに沿った曲線は、Ademollo-Gatto 理論 [12] に基づく  $\delta_{\Xi\Sigma}$  の 2 次曲線によるフィット結果である。Ademollo-Gatto 理論によれば、 $f_1(0)$  におけるフレーバー SU(3) 対称性の破れは破れを摂動的に扱おうと 1 次摂動は制限され、2 次摂動からの始まることが知られており、 $\delta_{\Xi\Sigma} \ll 1$  では  $\delta_{\Xi\Sigma}$  の 2 次曲線が期待される。クエンチ近似のデータはこの傾向が顕著に現れているため、実際に数値計算が行われている  $\delta_{\Xi\Sigma}$  領域から物理点付近まで  $\delta_{\Xi\Sigma}$  の 2 次曲線による外挿が妥当だとすると、今回の 2+1 フレーバー格子 QCD の結果は、以前のクエンチ近似の結果より物理点 ( $\delta_{\Xi\Sigma} = 0.04996$ ) に向けて比  $f_1(0)/f_1(0)_{\text{SU}(3)}$  が 1 より小さくなる傾向であることが読み取れる。

## 5. まとめと展望

DWF を用いた現実的な 2+1 フレーバー格子 QCD 数値計算によりハイペロン崩壊のベクトルカレントの形状因子の一つ、Dirac 形状因子  $f_1(q^2)$  の前方散乱極限 ( $q^2 = 0$ ) におけるフレーバー SU(3) 対称性の破れの効果について研究を行った。これまでクエンチ近似による格子 QCD 数値計算で報告されてきたフレーバー SU(3) 対称性の破れのパターンが重いバリオンを含んだ拡張されたカイラル摂動論やラージ  $N_c$  による  $1/N_c$  展開の解析とは異なる状況は、現実的な 2+1 フレーバー格子 QCD 数値計算においてさらに顕著となった。この違いの由来としては、バリオンを含むカイラル摂動論においてはその摂動論の収束性の問題、また  $1/N_c$  展開による解析においては本来存在する第二種の形状因子を無視した解析など、前述の理論計算における不定性が大きいことが原因と推測できるが、最終的な結論を導くためには、さらに 2+1 フレーバー格子 QCD 数値計算側の精度を高めていく必要がある。例えば、物理点 ( $m_\pi = 140$  MeV) へのカイラル外挿を試みたり、格子間隔依存性などの系統的誤差の評価も今後必要である。前者に対しては、格子サイズ  $24^3 \times 64 \times 16$  において  $m_f = 0.02$  ( $m_\pi = 560$  MeV) における数値計算が急務であり、現在、別のコンピューターリソースを使って  $m_f = 0.02$  ( $m_\pi = 560$  MeV) における数値計算を継続中である。後者に関してはすでに RBC+UKQCD collaborations によって公開されている 2 つ目の格子間隔、0.09fm での DWF を用いた 2+1 フレーバー QCD ゲージ配位を利用することで可能となる。こちらは、KEK の次期マシンにおいて研究を遂行できるものと考えている。

## 参考文献

- [1] C. Allton *et al.*, [RBC+UKQCD Collaborations], Phys. Rev. **D76**, 014504 (2007) .
- [2] C. Allton *et al.*, [RBC+UKQCD Collaborations], Phys. Rev. **D78**, 114509 (2008) .
- [3] S. Sasaki and T. Yamazaki, Phys. Rev. **D79**, 074508 (2009).
- [4] D. Guadagnoli, V. Lubicz, M. Papinutto and S. Simula, Nucl. Phys. B **761**, 63 (2007).

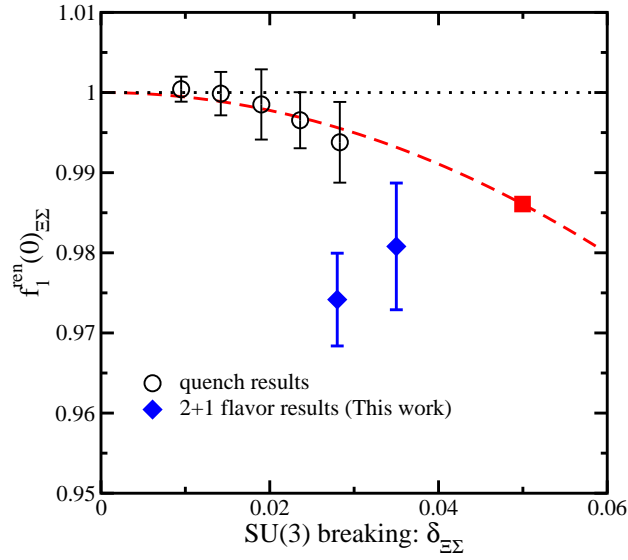


図 2:  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊に対してのフレーバー SU(3) 対称性の破れの度合い、 $\delta_{\Xi\Sigma}$  に対する  $f_S(0) = f_1(0)$  の値の推移を表す。白抜き丸記号がクエンチ近似の結果、ダイヤモンド記号が今回の 2+1 フレーバーの結果。クエンチ近似のデータに沿った曲線は、Ademollo-Gatto 理論 [12] に基づく  $\delta_{\Xi\Sigma}$  の 2 次曲線によるフィット結果と物理点 ( $\delta_{\Xi\Sigma} = 0.04996$ ) での予想値。

- [5] J. F. Donoghue and B. R. Holstein, Phys. Rev. D **25**, 206 (1982).
- [6] J. F. Donoghue, B. R. Holstein and S. W. Klimt, Phys. Rev. D **35**, 934 (1987).
- [7] F. Schlumpf, Phys. Rev. D **51**, 2262 (1995).
- [8] R. Flores-Mendieta, E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Rev. D **58**, 094028 (1998).
- [9] G. Villadoro, Phys. Rev. D **74**, 014018 (2006).
- [10] L. S. Geng, J. Martin Camalich and M. J. Vicente Vacas, Phys. Rev. D **79**, 094022 (2009).
- [11] S. Weinberg, Phys. Rev. **112**, 1375 (1958).
- [12] M. Ademollo and R. Gatto, Phys. Rev. Lett. **13**, 264 (1964).
- [13] S. Sasaki, arXiv:1102.4934 [hep-lat].