

# 実施報告書

研究課題名 「有限温度・有限密度 QCD の非摂動論的研究」

(Non-perturbative study of hot and dense QCD)

筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授

金谷 和至

2011 年 4 月 18 日

## 1 研究組織 (研究実施開始時)

	氏名	所属 職名 / 研究分担
研究責任者	金谷和至 (かなやかずゆき)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授 研究の統括と解析
共同研究者	青木慎也 (あおきしんや)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 教授 相構造と臨界指数の研究
共同研究者	初田哲男 (はつだてつお)	東京大学大学院理学系研究科 教授 最大エントロピー法による相関関数の研究
共同研究者	江尻信司 (えじりしんじ)	新潟大学大学院自然科学研究科 准教授 有限密度 QCD の研究
共同研究者	梅田貴士 (うめだたかし)	広島大学大学院教育学研究科 講師 $N_f = 2 + 1$ QCD の熱力学の研究
共同研究者	前沢祐 (まえざわゆう)	理化学研究所仁科加速器研究センター 研究員 クォーク間ポテンシャルの解析
共同研究者	中川 義之 (なかがわよしゆき) †	新潟大学大学院自然科学研究科 研究員 有限密度 QCD の研究
共同研究者	大野浩史 (おおのひろし)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 博士課程院生 シミュレーションの実行とデータの解析
共同研究者	斎藤華 (さいとうはな)	筑波大学大学院数理物質科学研究科 博士課程院生 シミュレーションの実行とデータの解析

† 途中加入

## 2 研究課題の内容

クォークは通常、陽子、中性子などのハドロンに閉じこめられているが、約 1 兆度以上の超高温では溶け出して、クォーク・グルオン・プラズマ (QGP) 状態と呼ばれる、これまで人類が経験したことのない物質に相転移すると考えられている。この相転移の解明は宇宙の初期進化や物質創成を理解する上で重要である。これまでにブルックヘブン国立研究所の RHIC において実験的検証に向けた高エネルギーハドロン衝突実験が行われ、また、約  $10T_c$  までの QGP の性質を定量的に調べることを目的として、CERN の LHC を用いた、より高エネルギー領域での大規模実験もスタートした。終

状態に数千個～数万個以上の粒子を含む複雑な重イオン衝突実験データから QGP 生成の明確な証拠とその熱力学特性を引き出すためには、QGP の物性に関する QCD 第一原理からの理論的予言が不可欠である。そのための現在唯一の研究方法が、格子 QCD に基づく数値シミュレーションである。実験データと格子 QCD の理論的解析により QGP の性質が精密に理解されると、初期宇宙におけるクォーク物質の進化を定量的に追うことが可能になり、物質創成のメカニズムも解明できると期待される。本研究では、有限温度・有限密度における QCD の性質を、クォークの対生成・対消滅効果を取り入れた格子 QCD の数値シミュレーションにより、非摂動的に研究する。さらに、RHIC や LHC ではクォーク数密度がゼロでないことの効果を見積もる必要がある。世界的には我々のグループを除き、計算の楽なスタガード型格子クォークを使った研究が主流で、有限密度 QCD に関しては多くの場合スタガード型クォークで調べられているのが現状だが、これだけでは、格子化誤差のコントロールが十分ではない。格子化誤差を取り除いて、実験と比較できる結果を導くためには、ウィルソン型クォークによる追試と比較が必要である。このプロジェクトでは、ウィルソン型クォークで有限温度・有限密度のクォーク物質の性質を研究する。改良ウィルソン型クォーク（クローバークォーク）と岩崎改良ゲージ作用を組み合わせた作用を、厳密なアルゴリズムを用いてシミュレーションする。最終的には、 $s$  クォークまで正しく取り入れた物理クォーク質量での  $N_f = 2 + 1$  QCD で相転移温度と相転移次数の決定、RHIC で実験を行っている相転移点  $T_c$  周辺から、LHC で到達可能な  $10T_c$  程度までをカバーする広い温度範囲で、物理量（状態方程式や音速などの熱力学量、及びチャーモニウムをはじめとするハドロンの質量や幅、時空相関などの諸性質）の温度依存性の解明を目指している。[1-1, 1-6, 2-3, 2-8]

### 3 平成 22 年度後半の研究の概要

#### 3.1 クエンチ近似計算の研究

最終目標である  $N_f = 2 + 1$  QCD での計算を視野に入れたテスト計算を幾つか進めた。方法論などがまだ確立していない様な挑戦的なテーマに関しては、まずクエンチ近似によるシミュレーションの計算で方法論の有効性を確認する必要がある。

##### 3.1.1 非閉じ込め相転移の次数のクォーク質量依存性

クォーク質量が重い領域において、相転移の次数の質量依存性を研究した。動的クォークを含まないシミュレーションを行い、そのあとで重みの補正して動的クォークの効果を取り入れる解析を、確率密度関数という量に着目して行った。その確率密度関数とは、適当な物理量に注目して状態をラベルして、その状態がどれだけの確率で発生するかを表す関数である。一次相転移があれば、同時に 2 つの状態が等確率で現れるため一次相転移が起こるかどうか判定できる。比較的計算が簡単なクォーク質量が重い場合でその方法をテストした。クォーク質量を減少させると、質量無限大極限での一次相転移がクロスオーバーに変化することを確認し、一次相転移の終点を特定した。その中間的な報告は [1-4, 2-2, 2-4, 2-7, 2-9] で行い、本論文は近日中に投稿する予定である。

##### 3.1.2 非閉じ込め相転移に対する有限密度効果

また、この研究を有限密度に拡張し、相転移が化学ポテンシャルの関数としてどのように振る舞うかの研究も開始した。[1-2, 2-2, 2-7, 2-9]

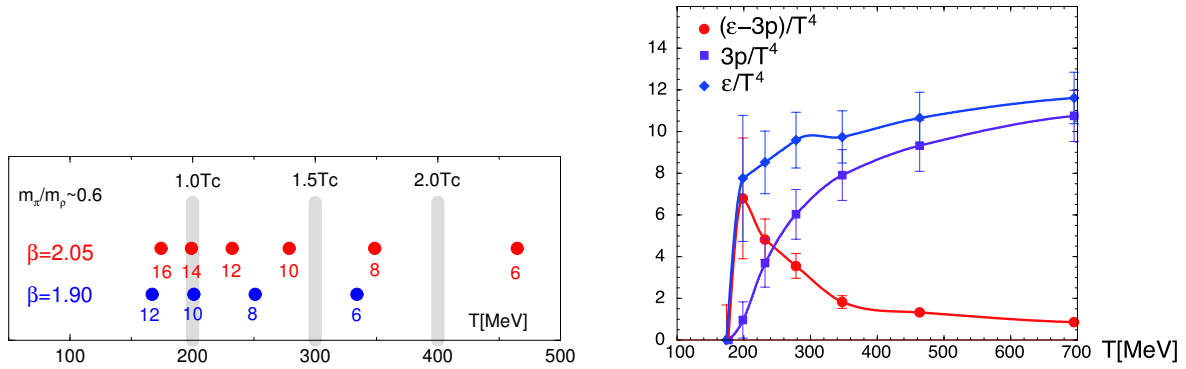


図 1:  $N_f = 2 + 1$  QCD の研究：CP-PACS のゼロ温度計算のパラメータを用いた固定格子間隔アプローチでの温度の見積もり（左図）と、 $\beta = 2.15$  における状態方程式（右図）。

### 3.1.3 変分法に基づくスペクトル関数の計算手法の開発

チャーモニウムのスペクトル関数は、高温・高密度のクォーク物質を研究するための重要な情報を与えるが、多くの格子計算で用いられている最大エントロピー法では、有限格子では正しくない連続スペクトルを導いたり、デフォルトモデルに対する依存性が大きかったり、情報の信頼性を判断する上での原理的困難が伴っている。それらの問題を取り除くために、格子から直接スペクトル関数を計算する手法を開発し、自由クォーク場の場合とクエン値近似 QCD の場合に、その有効性を検証した [1-3, 2-5]。本論文は近日中に投稿する予定である。

## 3.2 $N_f = 2$ QCD の研究

本研究での目的である Wilson クォークによる有限温度・密度の計算は世界的に見ても CP-PACS グループ以降ほとんど行われていなかった。そのため、まずは有限温度の相図が既に詳細に調べられている  $N_f = 2$  QCD の場合について研究を行った。メインの計算は平成 21 年度以前にほぼ終了しているが、この研究で生成した配位を用いた新しい研究も行った。

### 3.2.1 カイラルオーダーパラメータの有限密度効果

相転移点付近のクロスオーバー領域で、カイラル・オーダーパラメータのスケーリング則を研究した。臨界点の位置の特定や相転移の性質の分類をするために、臨界点付近でのオーダー・パラメータの振る舞いを調べることは、しばしば用いられる方法である。[1-2, 2-2, 2-7] では、Lattice QCD のシミュレーションによってワード・高橋恒等式で定義したカイラル・オーダーパラメータとその化学ポテンシャル微分を計算し、 $O(4)$  スピン模型のスケーリング関数と比較して、有限密度効果を取り入れた 2 フレーバー QCD のスケーリング則について議論した。さらにそのスケーリング則を仮定して、低密度領域での相転移点の化学ポテンシャル依存性を計算した。

## 3.3 $N_f = 2 + 1$ QCD の研究

本プロジェクトの最終目標である  $N_f = 2 + 1$  QCD の熱力学の研究として、相転移温度、状態方程式、そして有限密度効果などの計算を進めている。ここでは、従来の熱力学量の計算方法と異なり、

ゲージ結合定数ではなく、時間方向の格子サイズによって温度を変えるという手法「固定格子間隔アプローチ (fixed scale approach)」により、有限温度効果の研究を行う。この新しいアプローチでの計算には多くの利点があるが、温度の分解能が低いという欠点が存在する。このアプローチの下で、CP-PACS のゼロ温度計算のパラメータに基づいた有限温度ゲージ配位の生成を行った。前年度までに、第一段階として計画しているゲージ配位の生成が大体終了し、状態方程式などの計算を行った。

平成 22 年度後半ではこれまでに行った格子結合定数  $\beta = 2.05$  での計算に加えて  $\beta = 1.90$  での計算を行った。異なる格子間隔での状態方程式のスケーリングを調べ、固定格子間隔アプローチにおける温度分解能の問題がどの程度解決するかを検討している。

これらの計算は国際会議などで発表を行った。(図 1) [1-5, 2-6]

## 4 研究成果の公表

### 4.1 国際会議プロシーディングス

- [1-1] K. Kanaya, "Finite Temperature QCD on the Lattice – Status 2010"  
PoS (Lattice 2010) 012.
- [1-2] S. Ejiri, "Scaling behavior of chiral phase transition in two-flavor QCD with improved Wilson quarks at finite density"  
PoS (Lattice 2010) 181.
- [1-3] H. Ohno et al. [WHOT-QCD Collaboration], "An application of the variational analysis to calculate the meson spectral functions"  
PoS (Lattice 2010) 209.
- [1-4] H. Saito et al. [WHOT-QCD Collaboration], "The order of the deconfinement phase transition in a heavy quark mass region"  
PoS (Lattice 2010) 212.
- [1-5] T. Umeda et al. [WHOT-QCD Collaboration], "EOS in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks by the fixed-scale approach"  
PoS (Lattice 2010) 218.
- [1-6] K. Kanaya, "Lattice results on the phase structure and equation of state in QCD at finite temperature"  
AIP Conference Proceedings, 1343 (2011).

### 4.2 国際会議発表

- [2-1] T. Umeda et al. [WHOT-QCD Collaboration], "Heavy Quarkonium in QGP on the Lattice"  
3rd Asian Triangle Heavy-Ion Conference (ATHIC 2010), Huazhong Normal University, Wuhan, China, (2010) October 18-20.
- [2-2] S. Ejiri, "Density of state method for the study of finite density lattice QCD"  
Japanese-German Seminar 2010, Mishima, Japan, (2010) November 4-6.

- [2-3] K. Kanaya, "QCD thermodynamics with Wilson-type quarks"  
Japanese-German Seminar 2010, Mishima, Japan, (2010) November 4-6.
- [2-4] H. Saito, "The deconfinement phase transition in heavy quark region"  
Japanese-German Seminar 2010, Mishima, Japan, (2010) November 4-6.
- [2-5] H. Ohno, "A method to calculate meson spectral functions with a variational method in lattice QCD"  
Japanese-German Seminar 2010, Mishima, Japan, (2010) November 4-6.
- [2-6] T. Umeda, "EoS in 2+1 flavor QCD with improved Wilson fermion"  
Nonperturbative Aspects of QCD at Finite Temperature and Density, Univ. of Tsukuba, Tsukuba, Japan, (2010) November 8-9.
- [2-7] S. Ejiri, "Nature of QCD phase transition in the chemical potential and quark mass parameter space"  
Nonperturbative Aspects of QCD at Finite Temperature and Density, Univ. of Tsukuba, Tsukuba, Japan, (2010) November 8-9.
- [2-8] K. Kanaya, "Finite Temperature QCD on the Lattice"  
Asian School on Lattice Field Theory 2011,  
TIFR, Mumbai, India, (2011) Mar. 21-23.
- [2-9] H. Saito, "Phase structure of finite temperature QCD in the heavy quark mass region"  
Asian School on Lattice Field Theory 2011,  
TIFR, Mumbai, India, (2011) Mar. 21-23.

### 4.3 国内会議発表

- [3-1] 齋藤華  
"有限密度格子 QCD シミュレーションに向けた試み"  
次世代スーパーコンピューティング・シンポジウム 2010, 第 1 回戦略プログラム 5 分野合同ワークショップ  
神戸ポートアイランドセンター, 神戸, 2011 年 1 月 17 日