

平成22年度後期 KEK 大型シミュレーション研究実施報告書

研究グループ: scnfqcd

研究科題名: 格子 QCDによる核力の研究

Nuclear force from lattice QCD

東京大学大学院理学系研究科 教授

初田哲男

2011年4月25日

1. 研究組織（期間中の所属）

研究責任者 初田哲男 (はつだてつお) 東京大学 大学院理学系研究科 教授

共同研究者 青木慎也 (あおきしんや) 筑波大学 大学院数理物質科学研究科教授

共同研究者 池田陽一 (いけだよういち) 理化学研究所肥山ストレンジネス核物理研究室
リサーチアソシエイト

共同研究者 石井理修 (いしいのりよし) 筑波大学 計算科学研究センター主任研究員

共同研究者 井上貴士 (いのうえたかし) 日本大学生物資源学部 助教

共同研究者 佐々木健志 (ささきけんじ) 筑波大学 大学院数理物質科学研究科研究員

共同研究者 土井琢身 (どいたくみ) 筑波大学 大学院数理物質科学研究科学振特別研究員

共同研究者 根村英克 (ねむらひでかつ) 東北大学 大学院理学研究科 助教

共同研究者 村野啓子 (むらのけいこ) KEK 高エネルギー加速器研究機構 研究員

2. 当該年度の実施報告の詳細

原子核を結合させている力(核力)は原子核物理において最も基本的で重要な概念である。現象論的には、長距離の OPEP(One Pion Exchange Potential)を伴った中間距離の引力と、近距離の斥力芯の存在の存在が重要である。中間距離の引力は、核子束縛系としての原子核の存在に必須であり、中間子論の立場から理解可能である。一方、近距離の斥力芯は、原子核の安定性、超新星爆発、高密星の上限質量等の様々な方面で重要な影響を与えるのだが、その存在理由に関しては現在決着が付いていない。この領域では核どうしが重なりあうため、quark/gluon の言葉による核子の構造の理解が重要な鍵を握っている。そのため格子 QCD を使った第一原理の方法による核力の研究が長い間切望されてきた。しかしながら、格子 QCD から核力へアプローチする確固たる方法も存在せず、計算できるとしても膨大な数値計算を必要とすることが考えられていたため、最近まで全く手つかずの状況であった。

我々は平成 18 年度の研究において、格子 QCD 計算によりこれらの重要な性質(中間距離の引力と近距離の斥力芯)を同時に再現する有望な方法に到達した。格子 QCD を用いて 2 核子 Bethe-Salpter (BS) 波動関数(同時刻)を生成し、それを再現するように核力を逆構成するという方法である。非常に直感的には、BS 波動関数は二つの核子を特定の位置に見出す amplitude を計算しているような行列要素であるため、それを再現するように作った核力ポテンシャルは我々の物理的直観に概ね沿うものになることが期待される。しかしながら、さらに進んで、この方法は、格子 QCD で散乱位相差を計算する標準的な方法である Lüscher の有限体積の方法の拡張として定式化可能であり、散乱位相差に忠実な核力ポテンシャル生成する方法として定式化可能である点を強調する。Lüscher の方法は、BS 波動関数の長距離部分に埋め込まれている散乱位相差の情報を、有限体積中のエネルギー・スペクトルの情報から計算するというものである。ここで BS 波動関数は次のように定義されるもので、

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \equiv \left\langle 0 \left| N(\vec{r}) N(0) \right| N(\vec{k}) N(-\vec{k}), \text{in} \right\rangle \quad (1)$$

その長距離での振る舞いは散乱位相差 $\delta(k)$ により特徴づけられ、かつ、次のように非相対論的量子力学の散乱状態の振舞と全く合致している。

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \sim e^{i\delta_0(k)} \frac{\sin(kr + \delta_0(k))}{kr} + \dots \quad (\text{s-wave}) \quad (2)$$

核力ポテンシャルの構成は、Lüscher の方法でしばしば現れる次の effective Schrödinger 方程式を用いて行う。

$$(\Delta + k^2) \psi_{\vec{k}}(\vec{x}) = m_N \int d^3x' U(\vec{x}, \vec{x}') \psi_{\vec{k}}(\vec{x}') \quad (3)$$

ここで、 $U(\vec{x}, \vec{x}')$ はエネルギーによらないように定義することが可能であることに注意する。この場合、最も一般に $U(\vec{x}, \vec{x}')$ は non-local ポテンシャルとなる。さて、広いエネルギー領域の BS 波動関数によって同時に effective Schrödinger 方程式が満たされることを要請して、核力ポテンシャル $U(\vec{x}, \vec{x}')$ を逆構成する。このように構成することで、QCD が予言する散乱位相差の情報を直接埋め込んだ核力ポテンシャルを生成することが可能となり、格子 QCD 第一原理計算によって散乱位相差に忠実な現実的核力ポテンシャルを計算することに道が開ける。

この方法はハイペロン力へ拡張することも極めて容易である。現在直接のハイペロンビームが存在しないため、ハイペロン力の決定に際して非常に限られた範囲の実験的情報しか利用できない。我々の方法では、ハイペロン散乱に忠実なハイペロン力を格子 QCD を用いて理論的に生成できる。ハイペロン力の決定は、現在稼働中の J-PARCにおいて原子核物理の最重要テーマと直結しており、今後急速に発展する可能性が高い。

我々はこの方法を用いて平成 18 年度より、核力と同時にハイペロン力の研究を進めてきた。平成 22 年 10 月から平成 23 年 1 月の期間の主な進展は、格子 QCD による三核子間力の研究、ハイペロン相互作用 $\Lambda\Lambda-N\Xi-\Sigma\Sigma$ 結合系、 $N\Lambda - N\Sigma$ 結合系および $N\Sigma(I = 3/2)$ の研究、加えて、核力ポテンシャルを励起状態が混合している状況の元でも求められるようにする時間微分の方法の開発である。以下、個別に説明する。

2.1. Three Nucleon Force

現代の原子核物理においては、三体力の理解は最も重要な課題の一つとなっており、第一原理計算の意義は非常に大きなものがある。実際、三体力は、少数核子系における引力効果、対称核物質系における斥力効果など、多彩な性質を持つと考えられている。さらに近年では、超新星爆発や中性子星の性質に及ぼす影響や、中性子過剰核でのドリップライン／魔法数への影響も指摘されるなど、宇宙・天体物理との学際分野における重要なテーマともなっている。しかしながら、三体力の性質については、多くの場合モデル描像に基づいた部分的理解にとどまっており、基本法則たる QCD からの直接計算が切望されていた。

この問題に対し、我々は Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) 波動関数を用いた二体ハドロン間相互作用の計算手法を、三体ハドロン系に拡張することで、格子 QCD による三体力直接計算を行ってきた。具体的な三体系の計算では、まず次のような六点相関関数を計算する。

$$\begin{aligned} & G_{\alpha\beta\gamma,\alpha'\beta'\gamma'}(\vec{r}, \vec{\rho}, t - t_0) \\ &= \langle N_\alpha(\vec{x}_1, t) N_\beta(\vec{x}_2, t) N_\gamma(\vec{x}_3, t) \overline{(N'_{\alpha'}(t_0) N'_{\beta'}(t_0) N'_{\gamma'}(t_0))} \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

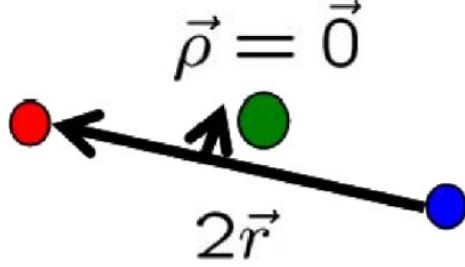


FIG. 1: linear-setup の配置。

ここで N は proton もしくは neutron である。この六点相関関数から求められる NBS 波動関数の情報を、次のようなシュレーディンガー方程式を用いて、ポテンシャルの情報に焼き直すことが出来る。

$$\left[-\frac{1}{2m_N} (\nabla_{x_1}^2 + \nabla_{x_2}^2 + \nabla_{x_3}^2) + \sum_{i < j} V_{ij}(\vec{r}_{ij}) + V_{TNF}(\vec{r}, \vec{\rho}) \right] \psi(\vec{r}, \vec{\rho}) = E \psi(\vec{r}, \vec{\rho}), \quad (5)$$

ここで、 $V_{ij}(\vec{r}_{ij})$ は、 (i, j) -ペアについての二体力であり、 $V_{TNF}(\vec{r}, \vec{\rho})$ が、求めたい三体力である。

上の式から解るように、三体力を求めるには、全ポテンシャルから二体力を不定性無く差し引くことが必要であり、そのためには、ポテンシャルの \vec{r} , $\vec{\rho}$ 依存性を明示的に取り扱わなければならない。そこで我々は、2010 年度前期の BG/L での計算以降、三核子が三次元空間において相対的に fix された配位での計算を行ってきてている。具体的には、linear-setup, すなわち、三核子が一直線上に並び、かつ一つの核子が重心の位置にあるような三次元配位での計算を行っている。(図 1)

しかし、三体系の三次元配位を指定した計算が可能になっただけでは、三体力を求めるのにはまだ十分ではない。なぜなら、差し引くべき二体力については、これまでの所 parity-even channel の二体力しか格子 QCD では得られていないからである。これについては、2010 年度前期の研究において、parity-odd channel の二体力の情報が無くとも正しく三体力を同定する手法を開発した。すなわち、全ての二核子ペアについて、相対軌道が同時に必ず parity-even となるような projection を構築することで、parity-odd 二体力の寄与をキャンセルさせ、現在手持ちの parity-even 二体力の情報のみで、二体力効果を差し引くことが可能となるフレームワークである。なお、この手法は、今後 linear-setup 以外の三次元配位に拡張して計算する場合にも適応可能であり、将来の三体力計算においても一つの基準点であり続けるであろう、重要な手法である。

格子 QCD 計算のセットアップとしては、CP-PACS Collaboration によって生成され、

ILDG/JLDG によって公開されている、 $N_f = 2$, $16^3 \times 32$, $\beta = 1.95$, $c_{sw} = 1.53$, $\kappa_{ud} = 0.13750$ ($m_\pi = 1.13$ GeV) のゲージ配位 598 個を用いた。Coulomb gauge fixing を行った上で、wall source の quark propagator を用いて計算している。三体系の空間配置を指定した計算は、単純な二体力の計算に比べ $\mathcal{O}(10^2)$ - $\mathcal{O}(10^3)$ ほど計算コストが高くなってしまうが、アイソスピン対称性などを用いて計算を減らす、source operator に、非相対論的極限の核子 operator を用いる、計算において共通化できる部分をできるだけくくり出して高速なコードを書く、など様々な工夫により計算コストを減らしている。さらに、2010 年度後期において、さらなる計算アルゴリズムの改良を行うことにより、前期と比べ実時間で 33% 程度の計算高速化を達成することに成功した。

2010 年度前期は 16 source time slice 分の計算を行ったが、後期ではさらに 16 source time slice 分の計算を行うことで、統計を 2 倍にした。また、三体力の距離依存性をより詳しく調べるため、三体力を計算する物理的な点 (linear setup の距離 r) の計算点の数も増やした。

図 2 は、 $t - t_0 = 8$ での三体系 (triton channel) の波動関数に対する計算結果である。linear-setup での利点として、波動関数が三つの基底のみで張れることが示せるが、それぞれに対応して異なる色でプロットしている。三体力計算に最も効くのは、赤の点に対応する波動関数である。図 3 は、三体力に対する計算結果である。ここで三体力としては、scalar/isoscalar の形を仮定した。格子上での二体系・三体系のエネルギーの値に依存する shift は含まれていないが、 $\mathcal{O}(10)$ MeV 程度と見積もることができ、またそれは constant shift であるので三体力の構造には影響を与えない。三体力は、直感的に考えて、三核子が互いに十分近距離になった場合に効くと予想できるが、実際、図 3 では、 $r < 0.4$ fmあたりから non-zero の値を持っていることが見て取れる。また、この三体力は斥力効果に対応する符号を持っているが、このような近距離斥力三体力は、核物質系などまさに現象論的に必要とされていた効果であり、今回の格子 QCD 計算の結果は、非常に意義深い成果であると考える。

今後は、三体力の格子間隔依存性や、格子上の状態への励起状態の影響などの系統誤差の評価が重要な課題である。また、現在は非常に重いクォーク質量での結果であるため、クォーク質量依存性の計算も必要である。中・長期的には、linear-setup 以外の三次元配位での計算、triton channel 以外の channel の計算による三体力のスピン・アイソスピン依存性の研究、さらには flavor を SU(3) に拡張した研究など、様々な興味深い発展が見込まれることを強調したい。

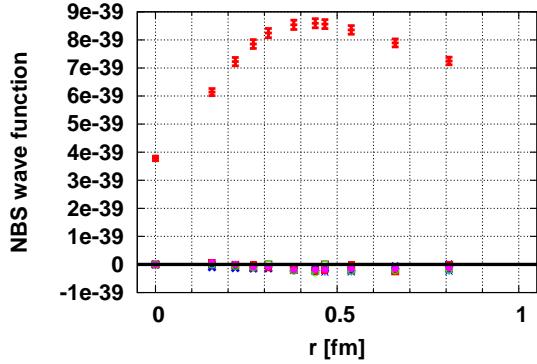


FIG. 2: triton channel における三体系の波動関数。

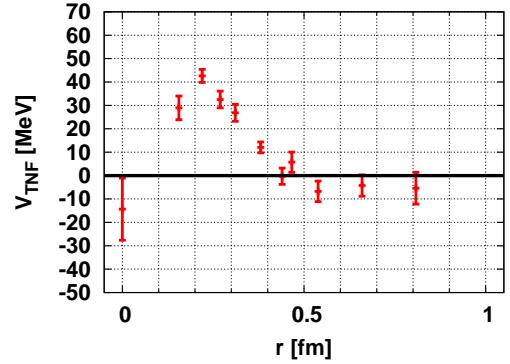


FIG. 3: scalar/isoscalar 三体力に対する計算結果。

2.2. 結合チャンネル計算によるバリオン間相互作用

Flavor SU(3) の世界に拡張されたバリオン間相互作用の研究は、一般化された核力の flavor 対称性の重要性を知り、バリオン間力を統一的に理解するうえで非常に重要である。Flavor SU(3) が厳密な対称性として成り立っていると、2 粒子系はこの対称性から決まる既約表現によって分類される事になる。一方、この対称性が破れると、それまで縮退していた Baryon や Meson がストレンジネスに特徴付けられる個性を持つことになる。また、2 粒子系を分類する既約表現間での混合が起こり、バリオン間力はさらに多様に変化し始める。一方で、バリオン間相互作用の中に flavor SU(3) 対称性に従った関係がどの程度残されるのかという疑問も生じる。

今回、我々は $S = -2, I = 0$ を持つ系のバリオン間相互作用を計算した。この系は、低いエネルギーから順に $\Lambda\Lambda$, $N\Xi$, $\Sigma\Sigma$ の成分を持ち、このエネルギー差は非常に小さく、互いに強く結合していると考えられている。適当な固有状態に対し、sink 側で $\Lambda\Lambda$, $N\Xi$, $\Sigma\Sigma$ の 3 つの演算子の NBS 波動関数を生成することができて

$$\begin{aligned} \psi^{\Lambda\Lambda}(\vec{r}, E_i) &= \langle 0 | \sum_x \Lambda(\vec{r} + \vec{x}) \Lambda(\vec{x}) | E_i \rangle \\ \psi^{N\Xi}(\vec{r}, E_i) &= \langle 0 | \sum_x N(\vec{r} + \vec{x}) \Xi(\vec{x}) | E_i \rangle \quad (i = 1, 2, \dots) \\ \psi^{\Sigma\Sigma}(\vec{r}, E_i) &= \langle 0 | \sum_x \Sigma(\vec{r} + \vec{x}) \Sigma(\vec{x}) | E_i \rangle \end{aligned} \quad (6)$$

が得られる。これらの波動関数を用いて、結合チャンネル Schrödinger 方程式から相互作用ポテンシャルを逆構成することになる。適当なエネルギー状態を作り出すために、我々は対角化の方法 (variational method) を利用して $\Lambda\Lambda$ - $N\Xi$ - $\Sigma\Sigma$ の 3 種類の source 演算子を対角化

し、下から 3つのエネルギー固有状態 E_1, E_2, E_3 を分離する事ができると考えた。こうして我々はエネルギーの異なる 9つの波動関数を得られる事になる事がわかる。

結合チャンネルの Schödinger 方程式は、non-local ポテンシャルの微分展開で leading order だけを考えると

$$\begin{aligned} \left(\frac{\nabla^2}{2\mu_{\Lambda\Lambda}} + \frac{p_i^2}{2\mu_{\Lambda\Lambda}} \right) \Psi^{\Lambda\Lambda}(\vec{r}, E_i) &= \sum_{\gamma} V^{\Lambda\Lambda}_{\gamma}(\vec{r}) \Psi^{\gamma}(\vec{r}, E_i) \\ \left(\frac{\nabla^2}{2\mu_{N\Xi}} + \frac{q_i^2}{2\mu_{N\Xi}} \right) \Psi^{N\Xi}(\vec{r}, E_i) &= \sum_{\gamma} V^{N\Xi}_{\gamma}(\vec{r}) \Psi^{\gamma}(\vec{r}, E_i) \\ \left(\frac{\nabla^2}{2\mu_{\Sigma\Sigma}} + \frac{k_i^2}{2\mu_{\Sigma\Sigma}} \right) \Psi^{\Sigma\Sigma}(\vec{r}, E_i) &= \sum_{\gamma} V^{\Sigma\Sigma}_{\gamma}(\vec{r}) \Psi^{\gamma}(\vec{r}, E_i) \end{aligned} \quad (i = 0, 1, 2) \quad (\gamma = \Lambda\Lambda, N\Xi, \Sigma\Sigma) \quad (7)$$

が得られる。ここでエネルギーと漸近領域での運動量の関係は

$$E_i = 2\sqrt{m_{\Lambda}^2 + p_i^2} = \sqrt{m_N^2 + q_i^2} + \sqrt{m_{\Xi}^2 + q_i^2} = 2\sqrt{m_{\Sigma}^2 + k_i^2} \quad (8)$$

で与えられる。この結合チャンネル方程式を用いて、我々は 9つの波動関数から求めたい相互作用ポテンシャル行列の 9つの成分を求める事ができる。

計算で用いたゲージ配位は、JLDG/ILDGにおいて公開されている PACS-CS Collaboration により生成された 2+1 flavor の配位を用いた。この格子は $a = 0.0907[\text{fm}]$ の $32^3 \times 64$ 格子で、物理的空間サイズで $L = 2.9[\text{fm}]$ であり、399 個のゲージ配位が用意されている。クォークに関しては $\kappa_{ud} = 0.13700$, $\kappa_{us} = 0.13640$ のゲージ配位を選んだ。このゲージ配位での中間子の質量は $m_{\pi} = 700[\text{MeV}]$, $m_K = 790[\text{MeV}]$ に対応するものである。本研究では、Coulomb gauge 固定を行った上で、flat wall source のクォーク伝搬関数を用い、source の位置 (t_0) をずらしながら 16 source time slice 分の計算を行った。

今回、我々は flavor SU(3) 対称性が破れたゲージ配位において $\Lambda\Lambda$ - $N\Xi$ - $\Sigma\Sigma$ 結合系のポテンシャルを計算した。図 4 は、 $t - t_0 = 12$ での波動関数を用いて計算された結合チャンネルポテンシャルの結果である。上段の 3つのグラフは左側からそれぞれ、 $V_{\Lambda\Lambda}^{\Lambda\Lambda}$, $V_{N\Xi}^{N\Xi}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{\Sigma\Sigma}$ のポテンシャル行列の対角成分を示している。これらの結果から、 $\Lambda\Lambda$ のポテンシャルの引力部分が $N\Xi$ ポテンシャルの引力部分より浅くなっている事が確認できたが、小さな体積の格子での結果と異なり $V_{\Sigma\Sigma}^{\Sigma\Sigma}$ が引力的に働いているように見える。下段の 3つのグラフは非対角的遷移ポテンシャルをプロットしたものであり、左から $V_{N\Xi}^{\Lambda\Lambda}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{\Lambda\Lambda}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{N\Xi}$ を表している。これらのポテンシャルを見ると、ポテンシャル行列の転置成分が重なる事で Hermite 性を確認することができるのだが、今回の結果をみると Hermite 性が正しく再現されていないよう

に見える。このようなポテンシャル行列の異常な振る舞いは、状態空間を張る基底の選び方と深く関係していると考えられる。漸近状態での直交性が満たされていない可能性や、何か特殊な状態がこの結合系に割り込んできている可能性が考えられるが、今のところ解決には至っていない。

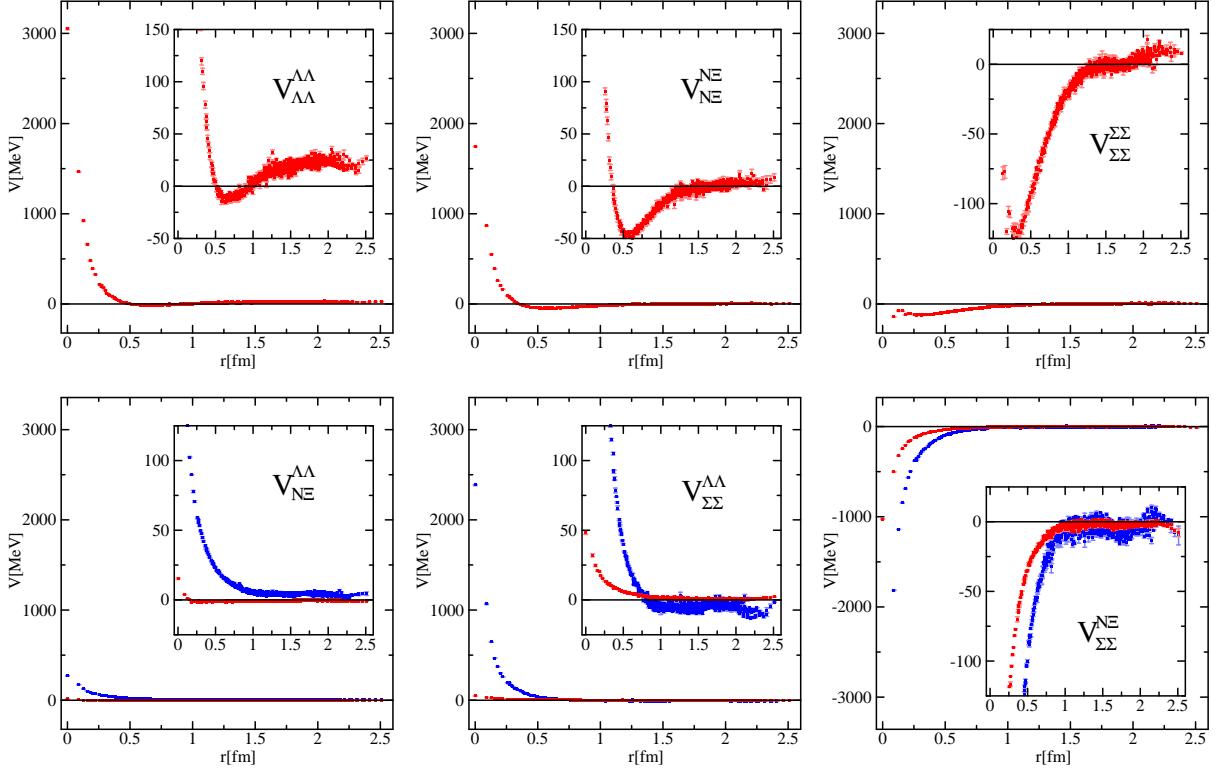


FIG. 4: 結合チャンネル Schrödinger 方程式から再構成されたポテンシャル。上段のグラフは左から $V_{\Lambda\Lambda}$, $V_{N\Sigma}$, $V_{\Sigma\Sigma}$ ポテンシャルを表している。下段は左から $V_{N\Sigma}^{AA}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{AA}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{NE}$ ポテンシャルを表し、色の違いはポテンシャル行列の転置成分を表している。

格子 QCD によるハドロン間力の全容解明へ向けて、結合チャンネル方程式を用いて各チャンネル間のポテンシャルを導き出す我々の手法は必要不可欠であり、早急な手法の確立が期待されるが、今回の結果を受けて演算子の選び方や解析方法についてもう少し慎重にならなければいけない事が分かった。

2.3. $\Lambda N - \Sigma N$ 結合チャネル相互作用

これまで行ってきたラムダ-核子ポテンシャルの計算を、シグマ-核子系との結合チャネルを伴ったポテンシャルへ拡張するための計算を行った。

具体的には、 3×3 の相関行列

$$\begin{pmatrix} \langle p\Lambda\bar{p}\bar{\Lambda} \rangle & \langle p\Lambda\bar{\Sigma^0}\bar{p} \rangle & \langle p\Lambda\bar{\Sigma^+}\bar{n} \rangle \\ \langle \Sigma^0\bar{p}\bar{p}\bar{\Lambda} \rangle & \langle \Sigma^0\bar{p}\bar{\Sigma^0}\bar{p} \rangle & \langle \Sigma^0\bar{p}\bar{\Sigma^+}\bar{n} \rangle \\ \langle \Sigma^+\bar{n}\bar{p}\bar{\Lambda} \rangle & \langle \Sigma^+\bar{n}\bar{\Sigma^0}\bar{p} \rangle & \langle \Sigma^+\bar{n}\bar{\Sigma^+}\bar{n} \rangle \end{pmatrix} \quad (9)$$

を、二通りの格子パラメータのもとで計算した。ひとつは、PACS-CS Collaborationによって生成され、ILDG で公開されている、格子サイズ $32^3 \times 64$ 、 $2+1$ フレーバ、 $\beta = 1.9$ 、格子間隔 $a = 0.0907(13)$ fm、のゲージ配位データファイルのうち、 $(\kappa_{ud}, \kappa_s) = (0.13700, 0.13640)$ のデータセット ($m_\pi \cong 700$ MeV に対応・統計数 399 個) を用いたものであり、もうひとつは、CP-PACS と JLQCD Collaboration によって生成され、ILDG で公開されている、格子サイズ $16^3 \times 32$ 、 $2+1$ フレーバ、 $\beta = 1.830$ 、格子間隔 $a \approx 0.1209$ fm、のゲージ配位データファイルのうち、 $(\kappa_{ud}, \kappa_s) = (0.13710, 0.13710)$ のデータセット ($m_\pi \cong 1020$ MeV に対応・統計数 700 個) を用いたものである。

表 I に、 1S_0 および ${}^3S_1 - {}^3D_1$ 状態での、 ΛN もしくは ΣN の粒子基底と、フレーバ規約表現との対応関係を示す。一般にフレーバ 8 重項に属する軽い重粒子 (N, Λ, Σ, Ξ) 2 個からなる系のフレーバ規約表現は、 $\mathbf{8} \otimes \mathbf{8} = \mathbf{27} \oplus \mathbf{8}_s \oplus \mathbf{1} \oplus \overline{\mathbf{10}} \oplus \mathbf{10} \oplus \mathbf{8}_a$ の 6 つに分類できるが、 $\Lambda N - \Sigma N$ 系は、このうち 1 重項を除いた 5 つの表現と関係付けられる。そこで、CP-PACS と JLQCD Collaboration によって提供されているゲージ配位を用いて計算された 3×3 の相関行列をフレーバ空間内で適切に回転させることにより、Prog. Theor. Phys. **124**, 591-603, (2010) に発表されているものと、統計誤差を除いて、よく一致するポテンシャルが得られたことを確認した。

続いて、PACS-CS によるゲージ配位を用いて計算されたデータを使い、アイソスピン ($I = 3/2$) の ΣN 系のポテンシャルを求めた。図 5 に予備的計算の結果を示す。この図は、BlueGene を用いて計算された全統計数の約 6% のデータのみを使って計算されたものである。

本計算に関する報告を以下にまとめる。

	1S_0	${}^3S_1 - {}^3D_1$
ΛN	$\mathbf{27} \oplus \mathbf{8}_s$	$\overline{\mathbf{10}} \oplus \mathbf{8}_a$
$\Sigma N (I = 1/2)$	$\mathbf{27} \oplus \mathbf{8}_s$	$\overline{\mathbf{10}} \oplus \mathbf{8}_a$
$\Sigma N (I = 3/2)$	$\mathbf{27}$	$\mathbf{10}$

TABLE I: $\Lambda N - \Sigma N$ 系のアイソスピン基底とフレーバ基底との対応関係

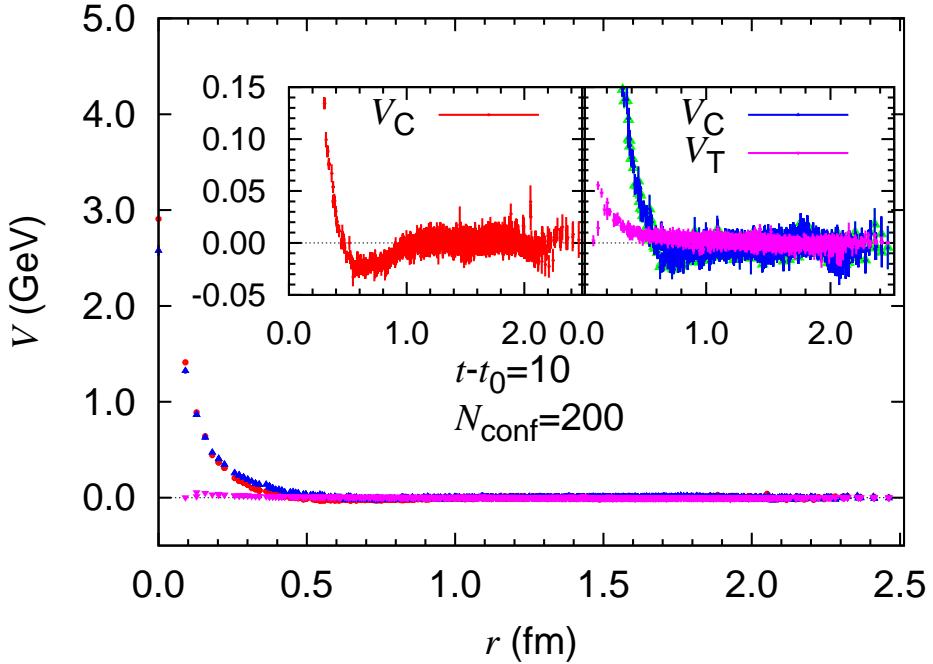


FIG. 5: ΣN ($I = 3/2$) のポテンシャル。赤が 1S_0 チャネルの中心力ポテンシャル、青と紫が $^3S_1 - ^3D_1$ の中心力及びテンソル力ポテンシャルであり、青の後ろに見えている緑のプロットは、テンソル力を繰り込んだ有効中心力ポテンシャルである。

- 本年度 1 月で停止した BlueGene 上での計算は、無事行うことができた。
- CP-PACS & JLQCD によるゲージ配位を用いた計算から、計算可能なフレーバ表現ポテンシャルを求め、Prog. Theor. Phys. **124**, 591-603, (2010) に発表されている結果と統計誤差を除いて一致することを確認した。
- 全統計数の約 6% のデータを使い、アイソスピン $I = 3/2$ チャネルの ΣN ポテンシャルの予備的計算を行った。スピン 3 重項状態の相互作用は斥力的兆候を示している。統計を上げ、さらに時間方向の収束性を改善した、より本格的な解析結果が待たれる。

残念ながら、3/11 に発生した東日本大震災の影響により、解析計算が中断したため、現在得られているのは上記の通りである。今後、中断した解析計算を再開し、 $\Lambda N - \Sigma N$ 結合チャネルポテンシャルを得る予定である。

2.4. 時間微分の方法

格子 QCD 計算による NN 散乱長の値は実験値よりはるかに小さく、また、世界的に見てその値はまだ一致をみていない。散乱長の実験値が非常に大きい理由は、物理クォーク質量がいわゆるユニタリ領域に存在するためと考えられる。ユニタリ領域の近くでは束縛状態が発生するため、そこへ向けて散乱長は発散する様相を示すからである。現状での格子 QCD 計算では、物理的クォーク質量点から大きくかけ離れた重たいクォーク質量を採用しており、したがって、実験値のような大きな散乱長はえられない。一方、世界的に見て NN の散乱長が一致していない理由は（一部のグループは斥力を主張してさえいる）、計算が十分に収束していないためと推測できる。他のグループの計算が収束しているかどうか考えたり、矛盾が存在することを指摘することは我々の仕事ではない。我々は我々自身の結果に十分に自信を持てるように、様々な角度から考察していく。

我々の計算で散乱長が小さめに出る理由は、BS 波動関数の長距離部分の収束性が甘いことがある。wall source を使うと、長距離でほとんど constant の BS 波動関数から出発して、 t とともに正しい BS 波動関数へと近づいていく。漸近運動量 k^2 の言葉でいうと、 $k^2 \sim 0$ から出発して、正しい BS 波動関数に収束するに連れて、 k^2 の値は負の方向で大きな絶対値を持つように変化していく。現状では、 t の値を十分に大きく取ることが統計の関係でできないため、成長し切っていない k^2 の値を元にした散乱長の計算の結果として、異常に小さな値が出てきているものと考えている。

これをポテンシャルの言葉で見直すと次のようになる。この問題の根本的な原因是、十分に大きくなない t での BS 波動関数をとることによって、励起状態（主に聞くのは 2 核子間の軌道の自由度の励起）の寄与を十分に取り去ることができないことがある。我々の核力の構成法では、HALQCD 方式の effective Schrödinger 方程式

$$\left(\frac{\vec{k}^2}{m_N} + \frac{\Delta}{m_N} \right) \psi_{\vec{k}}(\vec{x}) = \int d^3x' U(\vec{x}, \vec{x}') \psi_{\vec{k}}(\vec{x}'). \quad (10)$$

（ $U(\vec{x}, \vec{x}')$ は \vec{k} によらない核力ポテンシャルとして導入されている）を直接逆解きして核力ポテンシャル U を得る。ここで重要なのが、 $\psi_{\vec{k}}(\vec{x})$ が十分に single state で dominate されているということであるが、 t が十分に大きくなない場合この条件がみたされず、結果として、定量的には収束しきってないポテンシャルが得られてくる。wall source を使った場合は、ポテンシャルの長距離部分にこの不定性が集中し、真の解よりも長距離で少し弱めになる。ポテンシャルの長距離部分は、体積要素をともなって寄与し、散乱長が弱くなる。

ポテンシャルの収束を加速し、小さな t でも正しいポテンシャルが得られるようにするた

め、Eq. (10) で定義されたポテンシャルを、励起状態が混在するような状況下でも計算できるような方法へと拡張を試みる。そのため次の $R(t, \vec{x})$ を考える。

$$R(t, \vec{x}) \equiv e^{t2m_N} \langle 0 | T \left[N(\vec{x}, t) N(\vec{0}, t) \bar{N} \bar{N}(t=0) \right] | 0 \rangle \quad (11)$$

2核子の弾性散乱に対応する状態が中間状態を dominate するくらいに大きな t を考えると、中間状態に完全系を挿入することによって、 $R(t)$ は次の方程式をみたすことを示せる。

$$\left(-\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{4m_N} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\Delta}{m_N} \right) R(t, \vec{x}) = \int d^3x' U(\vec{x}, \vec{x}') R(t, \vec{x}'). \quad (12)$$

Eq. (10) で定義された核力ポテンシャルは、Eq. (10) 自体を直接使って求める代わりに Eq. (12) を使って求めると、励起状態の混合が無視できない小さな t の領域においても正しい核力ポテンシャルに早く到達できることが期待される。

実際に格子 QCD による数値計算を見てみる。単なる wall source を拡張して、次のように α によってパラメetrizeすると、 t が小さい領域での長距離の振る舞いをコントロールできる。

$$f(x, y, z) \equiv 1 + \alpha (\cos(2\pi x/L) + \cos(2\pi y/L) + \cos(2\pi z/L)) \quad (13)$$

さまざまな α を用いて、 $t = 2, 6, 10$ で $\frac{\Delta}{m_N} \psi(\vec{x}, t) / \psi(\vec{x}, t)$ を計算したものを FIG. 6 にあげる。 t を増やすとともに、次第に一つの核力ポテンシャルに近づきつつある。しかしながら、Eq. (10) を直接用いて核力ポテンシャルを計算した場合、 $t \simeq 10$ 程度では、長距離領域で 10 MeV 程度の不定性が避けられないことがわかる。これに対して、Eq. (12) を使って核力ポテンシャルを計算した例を FIG. 7 にあげる。すでに $t = 8$ で、 α 依存性がほぼ完全に吸収されている。

今後、格子 QCD による原子核の研究では、空間体積はどんどん大きくなっていく。wall source を使っていては、純粹に single state に対応するような BS 波動関数を求めることは、空間体積とともにどんどん難しくなる。ここで開発した方法は、大きな空間体積で有効な方法として期待している。

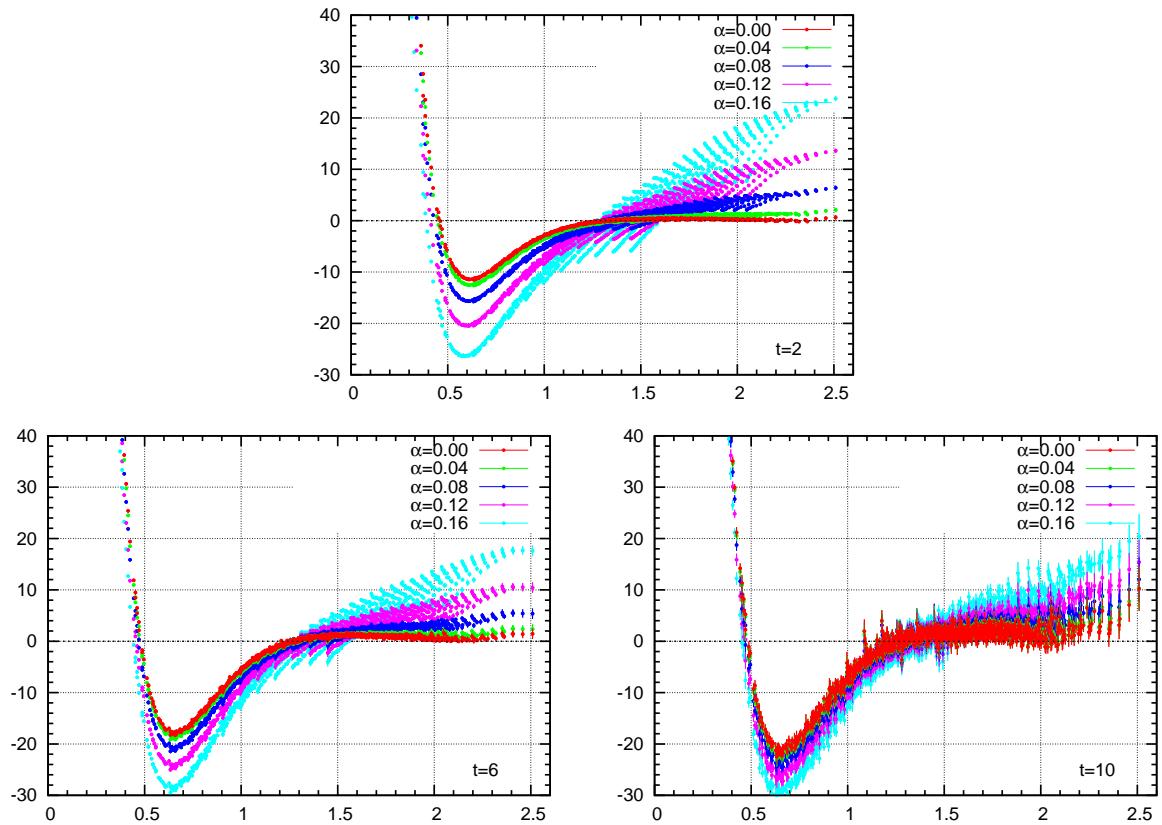


FIG. 6:

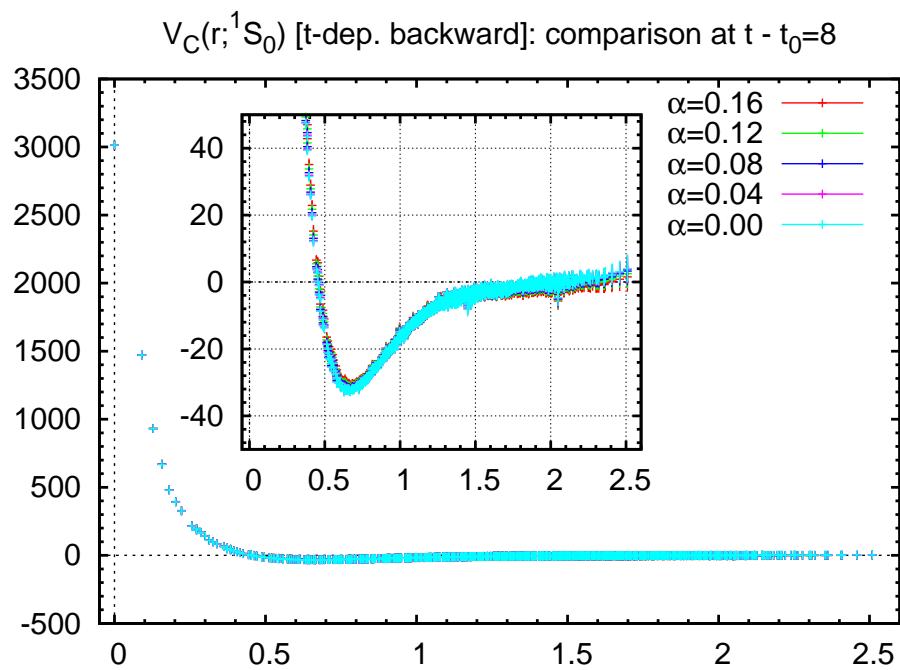


FIG. 7: