高エネルギー加速器研究機構 大型シミュレーション研究実施報告書 (2012/03 - 2012/09)

1 研究組織

- 研究責任者:初田哲男(はつだ・てつお)
- 所属機関: 理化学研究所仁科加速器研究センター・主任研究員
- 研究課題名: 格子 QCD シミュレーションによるバリオン間力の研究
- 課題グループ名: SCNFQCD

● 共同研究者

青木慎也(あおき・しんや):筑波大学数理物質科学研究科・教授 石井理修(いしい・のりよし):筑波大学計算科学研究センター・准教授 根村英克(ねむら・ひでかつ):筑波大学計算科学研究センター・准教授 村野啓子(むらの・けいこ):理化学研究所仁科加速器研究センター・ 研究員

井上貴史(いのうえ・たかし):日本大学生物資源科学部・准教授 土井琢身(どい・たくみ):理化学研究所仁科加速器研究センター・研 究員

佐々木健志 (ささき・けんじ) : 筑波大学計算科学研究センター・研 究員

池田陽一(いけだ・よういち):理化学研究所仁科加速器研究センター・ 研究員

 CHARRON, Bruno(シャロン・ブルーノ):
 東京大学理学系研究科・D2

 山田真徳 (やまだ・まさのり):
 筑波大学数理物質科学研究科・D1

2 実施報告の詳細(全般)

ハドロン間相互作用、特に核力は、原子核物理において最も基本的かつ重要 な概念である。長距離における OPEP (One Pion Exchange Potential) に始 まり、中間領域における引力、短距離における斥力芯など、様々な側面が明 らかにされてきた。現代では、核子核子散乱データを再現するように現象論 的に求められた核力が利用可能であり、約40個ほどのパラメータを用いて、 5000個を超える散乱データを精度良く再現することができる。しかし、これ ら現象論的核力と、真の基礎理論たる標準理論・特に量子色力学 (QCD) との 関係は、必ずしも明らかではなく、理論的には不満足な状況にあった。特に、 近距離領域では、核子同士が重なり合うため、クォーク・グルーオンの自由 度からの理解が本質的に重要となるはずである。しかしながら、従来は、そ もそも核力を QCD から決定するための理論的フレームワークが確立してお らず、事実上解決不可能な問題であると認識されていた。

我々のグループはこの問題に対して、格子 QCD を用いて核力を直接求め る、全く新しい手法 (HAL QCD method)を提案し、理論面と数値面の双方 から研究を進めてきた。この手法では、Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) 波動 関数に着目し、これが Schrödinger 方程式の解となるという条件から逆解き することで、ポテンシャルを決定する。得られた核力ポテンシャルは、散乱 位相差に忠実であることを、場の理論的に証明することができる。このポテ ンシャルは、エネルギー非依存な形で定式化できるのも重要なポイントであ る。なお、この手法は、格子 QCD で散乱位相差を求める際の標準的な方法 である、Luescher の有限体積法の拡張にもなっている。数値的には、2006年 3月に始まる KEK 大型シミュレーション研究において、世界で初めての核 力計算を行い、正パリティチャネルにおける二核子間中心力について、近距 離の斥力芯と、中・長距離での引力ポテンシャルを得た。これは、現象論的 核力を定性的によく再現するものである。

さらに、最近の我々の研究においては、この手法をさらに発展させ、NBS 波動関数からポテンシャルを決定する際に、時間依存型の Schrödinger 方程 式を用いることで、相関関数に励起状態の情報が混ざっている場合でも、ポ テンシャルを精度良く決定できることを示した (time-dependent HAL QCD method)。これは、HAL QCD method におけるポテンシャルは、エネルギー 非依存であるという性質を最大限活用することによって得られた手法である。 従来、多バリオン系の格子計算では、励起状態の混合に起因する系統誤差の 除去が非常に難しいとされてきたが、この手法はむしろ、基底状態の情報に 加え、励起状態の情報をもシグナルとして取り扱うことを可能にするもので あり、長年の問題の解決への突破口を与えるものである。

このような我々の手法は、核力ポテンシャルを決定するだけでなく、ハド

ロン間相互作用一般に拡張可能なものである。特に、今後重要かつ格子 QCD の意義が真に発揮されるのは、実験では決定困難な相互作用について、予言 を与えることである。その点において、我々が大きな目標に掲げているのが、 (1) 三体力の決定 (2) ハイペロン力の決定であり、本研究では上の二つを主 なテーマとして研究を行った。

三体力については、原子核少数多体系のスペクトル精密計算を通して、その重要性が認識されてきたが、近年、中性子星や超新星爆発などの高密度系における役割、さらには中性子過剰核・元素合成における役割も注目されている。一方で、実験的に三体散乱完全実験を行うのは事実上不可能であり、格子QCDでの三体力決定の意義は非常に大きい。しかし、従来、三体力、あるいは一般に多バリオン系の格子計算においては、相関関数の計算において非常に膨大な計算コストが必要であるという、非常に大きな問題があった。本研究では、この問題に対して全く新しいアルゴリズム(unified contraction algorithm)を発案することで、計算コストを激減させることに成功した。この新アルゴリズムを用いることで初めて、相関関数のユークリッド時間について広い領域での計算が可能となり、time-dependent HAL QCD method による三体力の研究を行うことができた。物理としては、三核子が直線上に並んだ配置における三核子間力について研究を行い、励起状態に起因する系統誤差を抑えた、信頼性のある計算結果を得た。

ハイペロン力については、J-PARC 実験におけるハイパー核物理と密接 に関わっており、また、近年中性子星内部での役割も重要視されている。実 験的にハイペロンビームを作ることが難しいことから、散乱実験は一般に困 難であるが、我々の格子 QCD 計算では、散乱状態・ポテンシャルを直接扱 えるため、その研究には大きな期待が寄せられている。ハイペロン力の研究 では結合チャネルが重要となるため、我々は本研究において、結合チャンネ ル計算によるバリオン間相互作用の決定を行った。ここでも time-dependent HAL QCD method を用いることで、励起状態に起因する系統誤差を抑えた 計算を行っている。前期の研究期間で行った S = -2 チャネルに加え、今期 でS = -1, -3, -4 チャネルの計算を行ったことにより、フレーバーオクテッ トバリオン間の相互作用を、全て系統的にカバーすることに成功した。

ハイペロン力には、反対称LS力という、核力には無い新たな自由度が生まれるため、これについての研究も進めている。この際、バリオン一体系の dispersion relation の破れについての補正を入れることが重要であることが 解っており、本研究ではその効率的な計算のための予備的研究も行った。

以下では、それぞれのテーマにおける研究成果について、個別に詳述する。

3 三体力

現代の原子核物理において、三体力の理解は最も重要な課題の一つとなって いる。三体力は、少数核子系における引力効果、核物質系における斥力効果 など、多彩な性質を持つと考えられている。最近は、状態方程式を通して超 新星爆発や中性子星の性質に及ぼす影響が注目されるなど、宇宙・天体物理 においても重要な量となっている。さらに、中性子過剰核でのドリップライ ン / 魔法数への影響も指摘され、宇宙の元素合成とも深く関わると考えられ ている。しかし、三体力の性質については、モデル描像に基づいた部分的理 解にとどまっているのが現状であり、不定性も極めて大きいことから、基本 法則たる QCD からの決定が切望されていた。

この問題に対し、我々は Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) 波動関数を用いた二体ハドロン間相互作用の計算手法を、三体ハドロン系に拡張することで、 格子 QCD による三体力直接計算を行ってきた。具体的な三体系の計算では、 まず次のような六点相関関数を計算する。

$$\begin{array}{l}
G_{\alpha\beta\gamma,\alpha'\beta'\gamma'}(\vec{r},\vec{\rho},t) \\
= \langle N_{\alpha}(\vec{x}_{1},t+t_{0})N_{\beta}(\vec{x}_{2},t+t_{0})N_{\gamma}(\vec{x}_{3},t+t_{0}) \ \overline{(N_{\alpha'}(t_{0})N_{\beta'}(t_{0})N_{\gamma'}(t_{0}))} \ \rangle(1)
\end{array}$$

ここで、N, N' は核子のクォーク内挿場であり、 $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ はスピン、 $\vec{r} \equiv \vec{x}_1 - \vec{x}_2, \vec{\rho} \equiv \vec{x}_3 - (\vec{x}_1 + \vec{x}_2)/2$ はヤコビ座標である。これから得られる NBS 波動関数 $\psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t) = G_{\alpha\beta\gamma,\alpha'\beta'\gamma'}(\vec{r}, \vec{\rho}, t)/e^{-3m_N t}$ の情報を、次のような Schrödinger 方程式を用いて、ポテンシャルの情報に焼き直すことが出来る。

$$\left[-\frac{1}{2\mu_r}\nabla_r^2 - \frac{1}{2\mu_\rho}\nabla_\rho^2 + \sum_{i< j} V_{2NF,ij}(\vec{r}_i - \vec{r}_j) + V_{3NF}(\vec{r},\vec{\rho})\right]\psi(\vec{r},\vec{\rho}) = E\psi(\vec{r},\vec{\rho}), \quad (2)$$

ここで、 $V_{2NF,ij}(\vec{r_i} - \vec{r_j})$ は、(i, j)-ペアについての二体力であり、 $V_{3NF}(\vec{r}, \vec{
ho})$ が、求めたい三体力である。

さて、上記の式(2)からポテンシャルを決める際には、波動関数の基底 状態への飽和が要求される。原理的には、これは $t \to \infty$ によって達成され るが、実際の格子計算では、基底状態への飽和を達成することは非常に困難 である。なぜなら、多ハドロン系の格子計算では、散乱状態による励起状態 があるため、基底状態と励起状態とのエネルギー差が非常に小さく、従って 非常に大きなtを取る必要があるにも関わらず、波動関数の統計的なS/N比は、tと共に指数関数的に小さくなってしまうため、実際にはあまり大き なtを取ることが出来ないためである。この問題を解決すべく、我々が最近

Table 1: Unified contraction algorithm による計算速度の向上度 (speedup factor)。核子オペレータとしては、二体系では、"standard operator", 三体 系以上では、"non-relativistic operator" を用いた。

	$p_{\uparrow}p_{\downarrow}$	$p_{\uparrow}n_{\uparrow}$	$p_{\uparrow}n_{\downarrow}$	$^{3}{\rm H} (=^{3}{\rm He})$	$^{4}\mathrm{He}$	⁸ Be
speedup factor	2.5	2.5	2.2	192	20736	$O(10^{11})$

開発したのが、time-dependent HAL QCD method である。これは、ポテン シャルがエネルギー非依存の形に書けることを利用して、たとえ波動関数に 励起状態の寄与があったとしても、正しくポテンシャルを決定できる手法で ある。具体的には、時間非依存型 Schrödinger 方程式(2)の代わりに、次の ような時間依存型 Schrödinger 方程式を用いることで、基底状態への飽和を 必要とせずポテンシャルを決定することができる:

$$\left[-\frac{1}{2\mu_r} \nabla_r^2 - \frac{1}{2\mu_\rho} \nabla_\rho^2 + \sum_{i < j} V_{2NF,ij}(\vec{r}_i - \vec{r}_j) + V_{3NF}(\vec{r}, \vec{\rho}) \right] \psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t).$$
(3)

さて、三体力の計算においては、波動関数 $\psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t)$ を計算する必要がある が、その計算コストが極めて大きいと言うことが従来の大問題であった。実際、 六点相関関数の計算の際に、Wick contraction と、color/spinor contraction という二種類の contraction を計算する必要があるが、前者はクォークの置 換に関する計算なので、クォークの数が増えるに従い階乗的に大きな計算コ ストとなり、後者はクォークの数が増えるに従い、指数関数的に大きな計算 コストとなる。すなわち、全体では、階乗 × 指数的という、莫大な計算コス トが必要であった。

この問題に対して、我々は (Dr. M.G. Endres との共同研究により)、全く 新しいアルゴリズム (unified contraction algorithm)を開発することで、計算 コストを激減させることに成功した。基本的なアイデアは、Wick contraction と、color/spinor contraction を、統一的な contraction 空間で考えることで ある。すなわち、相関関数を、同一フレーバーのクォークが同じ space-time smearing function を持つ場合に評価した場合、クォークの置換をすることは、 クォークの持つ color/spinor indices の置換と同一な操作と見なせる。しか し、color/spinor indices は、color/spinor contraction における dummy indices に過ぎないので、実は クォークの置換 (Wick contraction) は、color/spinor contraction と融合することができる。これにより、実際の格子計算とは独立 に、あらかじめ Wick contraction に対応する計算を終わらせてしまうこと



Figure 1: linear-setup の配置。

が可能となる。また同時に、従来の計算手法では隠されていた、冗長な計算 を近似なしに省略することが出来る。実際の格子計算で用いる核子オペレー タを用いて評価してみると、この手法により劇的な計算コストの削減が出来 ることが解った。幾つかの例を、表1にまとめる。これにより、例えば三体 力の計算では、計算コストが1/192に減ることになる。なお、ここでの削減 コストは、SU(2)対称性や、sink バリオン間の対称性が無いとした、一般的 な相関関数における削減コストであり、そのような対称性がある場合はさら に計算コストを削減することが可能である。この手法は今後、三体力に限ら ず、格子上で原子核を計算する際における、標準的手法となるものと考えて いる。

さて、式(3)において、三体力を求めるには、全ポテンシャルから二体 力を不定性無く差し引くことが必要であり、そのためには、ポテンシャルの r, p 依存性を明示的に取り扱わなければならない。そこで我々は、三核子が 三次元空間において相対的に fix された配位での計算を行ってきている。具 体的には、linear-setup, すなわち、三核子が一直線上に並び、かつ一つの核 子が重心の位置にあるような三次元配位での計算を行っている。(図1)この ような系の特徴として、波動関数が3つの基底のみで張れるため、解くべき Schrödinger 方程式を 3x3 という小さな空間での結合チャネル方程式に簡単 化することができる。

さらに、二体力を差し引く手法についても、我々は parity-even の二体力のみを用いて三体力部分を同定する手法を開発してきた。具体的には、波動 関数の bra ベクトルとして

$$\psi_S \equiv \frac{1}{\sqrt{6}} \Big[-p_{\uparrow} n_{\uparrow} n_{\downarrow} + p_{\uparrow} n_{\downarrow} n_{\uparrow} - n_{\uparrow} n_{\downarrow} p_{\uparrow} + n_{\downarrow} n_{\uparrow} p_{\uparrow} + n_{\uparrow} p_{\uparrow} n_{\downarrow} - n_{\downarrow} p_{\uparrow} n_{\uparrow} \Big], \quad (4)$$

という波動関数を用いる。この波動関数は、任意の二体核子ペアについて、 スピン・アイソスピン反対称であるため、空間部分は対称であることが保証 され、これによって parity-odd 二体力の情報無しで三体力の効果を取り出せ ることになる。一般的に、格子 QCD での核力決定においては、parity-odd



 $\begin{array}{c}
100 \\
50 \\
50 \\
\hline
50 \\$

100

Figure 2: triton channel における 三体系の波動関数。

Figure 3: scalar/isoscalar 三体力 に対する計算結果。(preliminary)

二体力は parity-even 二体力に比べてシグナルが悪いため、上記の手法は、三 体力を精度良く決定するためには重要となる。

格子 QCD 計算のセットアップとしては CP-PACS Collaboration によっ て生成され、ILDG/JLDG によって公開されている、 $N_f = 2, V = 16^3 \times 32, \beta = 1.95, 1/a = 1.27 \text{GeV}, c_{sw} = 1.53, \kappa_{ud} = 0.13750 (m_{\pi} = 1.13 \text{ GeV}) の ゲージ配位 598 個を用いた計算データを用いた。Coulomb gauge fixing を 行った上で、wall source の quark propagator を用いて計算している。今回、$ $unified contraction algorithm の使用により、<math>5 \leq (t - t_0)/a \leq 10$ という広 い範囲での計算が初めて可能となり、ポテンシャルの sink time (非) 依存性 を検証することが出来るようになった。

図 2 は、 $(t - t_0)/a = 8$ での三体系 (triton channel) の波動関数に対す る計算結果である。linear-setup における三つの基底に対応する波動関数を それぞれに異なる色でプロットしている。三体力計算に最も効くのは、赤の 点に対応する波動関数である。

図 3 は、波動関数をインプットとして、Schrödinger 方程式を逆解きし て得られた三体力であり、全て time-dependent HAL QCD method を用い た解析結果である。ここで三体力としては、scalar/isoscalar の形を用いた。 $(t - t_0)/a = 7.5, 8, 8.5$ における結果を示しているが、sink time の異なる 結果でも、統計誤差の範囲内で互いに consistent であることが解る。なお、 $(t - t_0)/a$ が整数の場合は、式 (3)の評価において、 $\psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t)$ は、格子上の 値をそのまま用い、 $\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t)$ については $\psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t \pm 1)$ から対称差分を用い て評価した. 一方、 $(t - t_0)/a$ が半整数の場合は、 $\psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t)$ 、 $\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t)$ 共 に $\psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t \pm 1/2)$ から評価している。図 3 における物理的な結果としては、 近距離での斥力三体効果が得られていることが重要である。これは、従来の time-independent HAL QCD method で得られていた結果と定性的には同じ であるが、今回 time-dependent HAL QCD method の使用により、励起状態に由来する系統誤差が抑えられた解析となっており、定量的に、より信頼性のある結果となっているのがポイントである。また、従来、高密度核物質系などでは、近距離斥力三体力が、現象論的に必要とされていることを強調したい。

今後は他の系統誤差の影響について検証を進めていく見込みである。特に、 近距離においては離散化誤差が大きい可能性があるため、格子間隔を変えた 計算を行う必要がある。実際、今回の研究期間で、CP-PACS Collaboration によって生成された $N_f = 2$, $V = 24^3 \times 48$, $\beta = 2.10$, 1/a = 1.83GeV, $c_{sw} = 1.47$, $\kappa_{ud} = 0.13570$ ($m_{\pi} = 1.16$ GeV) ゲージ配位 798 個を用いた計 算も、ほぼ終了させることができた。これは先の計算と比べ格子間隔が 45% 小さくなっている一方、他の物理的パラメータはほぼ同じである。現在、解 析作業を行っているところであり、近日中に三体力 (そして by product とし て二体力) に対する離散化誤差の影響を明らかにすることができるものと考 えている。

さらに、次の見通しとして、クォーク質量がより軽い点での計算による クォーク質量依存性の検証、体積をより大きくした計算による有限体積効果 の検証、また、linear-setup 以外の三次元配位での計算、triton channel 以外 の channel の計算による三体力のスピン・アイソスピン依存性の研究、さら には flavor を SU(3) に拡張した研究など、様々な方向に研究を発展させてい く予定である。

4 結合チャンネル計算によるバリオン間相互作用

本研究の目的は、強い相互作用の基礎理論である QCD に基づきストレンジ ネス $S = -1 \sim -4$ を含むバリオン系の相互作用について系統的な研究を行 い、バリオン間相互作用の全容を明らかにする事である。Flavor SU(3) の世 界に拡張されたバリオン間相互作用の深い理解は、ハイペロンを含んだ原子 核に関する構造の詳細や、中性子星の中心部の構造、超新星爆発に至る天体 核物理の一層の理解のために非常に重要である。

このように、バリオン間相互作用の研究は理論核物理の最重要課題であ り、さまざまな相互作用模型が提案されてきたが、基礎理論である QCD から バリオン間相互作用を直接的に導出する事は困難とされてきた。また、実験 的研究でもハイペロンの寿命の短さから直接散乱実験が困難であり、ハイペ ロン力に関しては未解明な部分が非常に多いという現状である。我々は、格 子 QCD により求められる2粒子状態の NBS 波動関数の漸近状態が、QCD に基づいた散乱位相差を含む性質を利用し、波動関数から散乱位相差に忠実 なポテンシャルを求める事に成功した。この研究は、ハドロンの階層とクォー ク・グルーオンの階層の間のミッシングリンクを埋める重要な役割を果たし ている。

本研究では、この手法をストレンジネスを含むバリオン間に拡張し、QCD に基づくバリオン間相互作用を引き出す事を可能にするものである。また、 実験的に直接散乱実験が難しい系に関しても本研究により相互作用の導出が 可能であり、J-PARC などの大規模実験施設で行われるバリオン散乱実験と 相補的な立場になりうる可能性を持っている。

本研究により予想される研究成果としては以下のものが挙げられる。

- S = -1 系の計算では、J-PARC で計画されているハイペロン散乱実験との整合性を議論する事が可能となる。整合性が確認できれば、多くのストレンジネスを持つ系のバリオン間相互作用に関する予言能力を持つ事になる。
- S = -2 系の計算では、フレーヴァー SU(3) 対称性を仮定した計算で その存在が予言された H-dibaryon が、対称性の破れとともにどのよう な運命を辿るのかという疑問を解決する計算となる。H-dibaryon 以外 でも、ダブル Λ ハイパー核やΞハイパー核の構造計算に関して重要な インプットを与える事が出来る。
- S = -3, -4 系の計算では、実験による相互作用の導出が非常に困難な 系の相互作用をQCDに基づいて計算できるという点で重要な成果が期 待される。また、中性子星の内部構造を議論する際には、これらのス トレンジネスを含むバリオン間相互作用も重要となる事から、天体核 物理の計算に関する重要なインプットの一つとなる。

Flavor SU(3) が厳密な対称性として成り立っている場合、2粒子系はこの 対称性から決まる既約表現によって分類される。基底状態のバリオン (flavor octet) 間の相互作用を調べる際には

$$\mathbf{8} \otimes \mathbf{8} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8}_{\mathbf{s}} \oplus \mathbf{27} \oplus \mathbf{8}_{\mathbf{a}} \oplus \mathbf{10} \oplus \overline{\mathbf{10}} \tag{5}$$

に分解され、バリオン間の相対軌道角運動量をS-波に限ると、相互作用はこの既約表現で完全に分類されることになる。この中で、1, 8_s , 8_a , 10 がSU(3)への拡張により現れる表現であり、特に singlet (1) は近距離でのパウリ排他 律が働かず、強い引力効果により H ダイバリオンの存在が格子 QCD 計算により確認されている。

この対称性が破れると、それまで縮退していたバリオンやメソンがスト レンジネスに特徴付けられる個性を持つ。また、2粒子系を分類する既約表 現間での混合が起こり、バリオン間力はさらに多様に変化し始める。この多様化の一方でバリオン間相互作用の中にflavor *SU*(3)対称性に従った関係がどの程度残されるのか、また、それに伴い、*H*ダイバリオン状態が現実世界でどのような運命を辿るのかという疑問も生じる。

今回、我々は前回のシミュレーション時間で計算できなかった*S* = -1, -3, -4 のバリオン間相互作用に関して計算を行った。この系はflavor *SU*(3) 対称性 の破れに伴い多数の状態が小さなエネルギー差の間に密集し複雑化するので、 各状態間の遷移を正しく考慮した計算が必要となる。

ここでは簡単のため、2つのチャンネルが結合している系の場合に計算概 要を紹介する。結合チャンネルの Schödinger 方程式は、non-local ポテンシャ ルの微分展開で leading order だけを考えると、チャンネル α , β に関する換 算質量 μ と漸近運動量 p を用いて、

$$\left(\frac{p_{\alpha}^{2}}{2\mu_{\alpha}} + \frac{\nabla^{2}}{2\mu_{\alpha}}\right)\psi^{\alpha}(\vec{r}, E) = \sum_{\gamma=\alpha,\beta} V^{\alpha}{}_{\gamma}(\vec{r})\psi^{\gamma}(\vec{r}, E)$$

$$\left(\frac{p_{\beta}^{2}}{2\mu_{\beta}} + \frac{\nabla^{2}}{2\mu_{\beta}}\right)\psi^{\beta}(\vec{r}, E) = \sum_{\gamma=\alpha,\beta} V^{\beta}{}_{\gamma}(\vec{r})\psi^{\gamma}(\vec{r}, E)$$
(6)

となり、*p*は相対論的エネルギーと以下のような関係から求められる。

$$E = \sqrt{m_{\alpha_1}^2 + p_{\alpha}^2} + \sqrt{m_{\alpha_2}^2 + p_{\alpha}^2} = \sqrt{m_{\beta_1}^2 + p_{\beta}^2} + \sqrt{m_{\beta_2}^2 + p_{\beta}^2}.$$
 (7)

ポテンシャルの導出に用いられる NBS 波動関数は、バリオンの局所演算子 $B(\vec{x}) = \epsilon^{abc}(q_a^T(x)C\gamma_5q_b(x))q_c(x)$ を使って、

$$\psi^{B_1 B_2}(\vec{r}, E) = \sum_{\vec{x}} \langle 0 | B_1(\vec{x} + \vec{r}) B_2(\vec{x}) | E \rangle, \tag{8}$$

と定義される。この波動関数は、以下のように定義される R-相関関数の中に 含まれており、

$$R_{\mathcal{I}}^{B_{1}B_{2}}(t,\vec{r}) = \sum_{\vec{x}} \frac{\langle 0 | B_{1}(t,\vec{x}+\vec{r}) B_{2}(t,\vec{x}) \bar{\mathcal{I}}(0) | 0 \rangle}{e^{-(m_{1}+m_{2})t}} \propto A_{E} \psi^{B_{1}B_{2}}(\vec{r},E) e^{-\tilde{E}t} (9)$$
$$A_{E} \equiv \langle E | \bar{\mathcal{I}}(0) | 0 \rangle, \quad \tilde{E} \equiv E - m_{1} - m_{2}$$
(10)

を通じて計算されることになる。ここで、*1*はバリオン数2のエネルギー固 有状態 *E*を作り出すように最適化された source 演算子である。バリオンの フレーヴァー構造はu, d, sをそれぞれ、up, down, strange クォークとして 以下のように定義される。

$$\begin{split} (S &= 0, I = 1/2) : p = udu \ n = udd \\ (S &= 1, I = 1) &: \Sigma^+ = -usu \ \Sigma^0 = -(dsu + usd)/\sqrt{2} \ \Sigma^- = -dsd(11) \\ (S &= 1, I = 0) &: \Lambda = -(dsu + sud - 2uds)/\sqrt{6} \\ (S &= 2, I = 1/2) : \Xi^0 = sus \ \Xi^- = sds. \end{split}$$

このフレーヴァー状態を掛け合わせることによって、求める2バリオン状態 を作り出すことができる。

R-correlator の時間微分を考えると、

$$-\frac{\partial}{\partial t}R_{\mathcal{I}}^{B_{1}B_{2}}(t,\vec{r}) \simeq \frac{p^{2}}{2\mu}A_{E}\psi^{B_{1}B_{2}}(\vec{r},E)e^{-(E-m_{1}-m_{2})t}.$$
(12)

となり、漸近運動量に対応する量を容易に求めることができ、その関係を式 (6)に適用することにより、時間微分を含んだ Schrödinger 方程式が次のよう に得られる。

$$\begin{pmatrix} V^{\alpha}{}_{\alpha}(\vec{r}) & V^{\alpha}{}_{\beta}(\vec{r})x \\ V^{\beta}{}_{\alpha}(\vec{r})x^{-1} & V^{\beta}{}_{\beta}(\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{\nabla^{2}}{2\mu_{\alpha}} - \frac{\partial}{\partial t}\right)R^{\alpha}_{\mathcal{I}_{1}}(t,\vec{r}) & \left(\frac{\nabla^{2}}{2\mu_{\beta}} - \frac{\partial}{\partial t}\right)R^{\beta}_{\mathcal{I}_{1}}(t,\vec{r}) \\ \left(\frac{\nabla^{2}}{2\mu_{\alpha}} - \frac{\partial}{\partial t}\right)R^{\alpha}_{\mathcal{I}_{2}}(t,\vec{r}) & \left(\frac{\nabla^{2}}{2\mu_{\beta}} - \frac{\partial}{\partial t}\right)R^{\beta}_{\mathcal{I}_{2}}(t,\vec{r}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R^{\alpha}_{\mathcal{I}_{1}}(t,\vec{r}) & R^{\alpha}_{\mathcal{I}_{2}}(t,\vec{r}) \\ R^{\beta}_{\mathcal{I}_{1}}(t,\vec{r}) & R^{\beta}_{\mathcal{I}_{2}}(t,\vec{r}) \end{pmatrix}^{-1} 13)$$

ここで、 $x \equiv \exp(-(m_{\beta_1} + m_{\beta_2})t) / \exp(-(m_{\alpha_1} + m_{\alpha_2})t)$ を用いた。この式は $\mathcal{I}_1 \geq \mathcal{I}_2$ が線形独立な波動関数を生成するという条件の下で正しい式になっ ている。ここで、最適化された source 演算子 \mathcal{I}_1 、 \mathcal{I}_2 が、 $\mathcal{I}_A \geq \mathcal{I}_B$ により作 られているとすると

$$\begin{pmatrix} \mathcal{I}_1 \\ \mathcal{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1^A & U_1^B \\ U_2^A & U_2^B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{I}_A \\ \mathcal{I}_B \end{pmatrix},$$
(14)

となり、式 (13) は行列 U が逆行列を持つ限りは、 \mathcal{I}_A , \mathcal{I}_B により生成された状態でも正しい式を与えることが分かる。つまり、source の最適化は、この方式を使う限りは必要ないことが確認できる。こうして、状態を表す独立な演算子を用意することで、それらの間の結合チャンネルポテンシャルを式 (13) から導出できることが分かる。

今回の研究では、JLDG/ILDG において公開されているゲージ配位のうち、PACS-CS Collaboration により生成された格子間隔a = 0.0907fm (1/a =

Table 2: 計算に用いたゲージ配位 (Iwasaki gauge action+O(a) improved Wilson quark action を用いて生成) に関するパラメータ。

Lattice parameters								
		β	κ_s	c_{SW}	lattice siz	$a \ [fm]$	$L [\mathrm{fm}]$	
	-	1.90	0.13640) 1.715	$32^3 \times 64$	0.091	2.902	
	К		π	K	N	Δ	Σ	Ξ
	roud		Λ	11	1	11		
$\operatorname{Esb1}$	0.1	3700	701(1)	789(1)	1585(5)	1644(5)	1660(4)	1710(5)
Esb2	0.1	3727	570(1)	713(1)	1411(12)	1504(10)	1531(11)	1610(9)
Esb3	0.1	3754	411(2)	635(2)	1215(12)	1351(8)	1400(10)	1503(7)

2.18GeV), $V = 32^3 \times 64$ の $N_f = 2 + 1$ ゲージ配位を用い、 $m_{\pi} = 0.70, 0.57, 0.41$ GeV での計算を行った。表 4 には、今回計算に使用したゲージ配位に関 するパラメータを載せた。実際の計算では、Coulomb ゲージ固定を行った上 で、wall source のクォーク伝搬関数を用い、source の位置 (t_0) をずらしなが ら 16 source time slice 分の計算を行った。この研究結果から、 $S = -1 \sim -4$ のバリオン相互作用の概観をつかむ事ができ、それらのクォーク質量依存性 に関する議論が可能になる。

今回、我々は flavor SU(3) 対称性が破れたゲージ配位においてポテンシャルを計算した。以下では、ストレンジネス毎に $t - t_0 = 11$ での波動関数を用いて計算された結合チャンネルポテンシャルの結果を示し議論を行う。

4.1 S = -1 system

始めに、SU(3) 既約表現とバリオン2体の状態との関係を見ておく。

	$^{1}S_{0}$	D	$^{3}S_{1}$			
	$\mathbf{8_s}$	27	$8_{ m a}$	$\overline{10}$	10	
ΛN	$-\sqrt{1/10}$	$\sqrt{9/10}$	$-\sqrt{1/2}$	$\sqrt{1/2}$		
$\Sigma N(I=1/2)$	$\sqrt{9/10}$	$\sqrt{1/10}$	$\sqrt{1/2}$	$\sqrt{1/2}$		
$\Sigma N(I=3/2)$		1			1	

この表は SU(3) の CG 係数を表し、バリオン状態に SU(3) の既約表現がどの 程度混ざっているかを簡単に見ることができる。また、この状態の中で ¹S₀ における 8_s 表現と ³S₁ における 10 表現は、クォークに働くパウリ効果の影

響により、近距離で強い斥力を導出することが SU(3) 極限での計算で確認さ れている。



Figure 4: 結合チャンネル Schrödinger 方程式から再構成された S = -1, I = 1/2 での ${}^{1}S_{0}$ のポテンシャル。上段のグラフは左から $V_{\Lambda N}$, $V_{\Sigma N}^{\Lambda N}$ 下段は 左から $V_{\Lambda N}^{\Sigma N}$, $V_{\Sigma N}$ ポテンシャルを表し、色の違いはポテンシャルのクォーク 質量依存性を示す。

図 4 から ${}^{1}S_{0}$ の ΛN - ΣN の結合系におけるポテンシャル行列をみていく。 まず、ポテンシャル行列の対角成分について考える。これらの結果から、対 角ポテンシャルの引力のポケットの深さは $V_{\Lambda N} > V_{\Sigma N}$ になっている事は明 らかであり、小さな体積の計算結果や、SU(3)計算での予想と整合している ことが確かめられた。

非対角的遷移ポテンシャルについてみてみると、これらは r = 0 近辺で 最大の大きさを持ち、遠方に向かって単調にその大きさを減らすような関数 になっている事が分かる。また、これらのポテンシャル強度自体は対角ポテ ンシャルに比べて強くないことがわかる。また、非対角要素同士を比較する と、ほぼ同じ振る舞いを示していることがわかる。つまり、ポテンシャル行 列がエルミート性を保っていることが確認できる。 クォークに関する質量依存性は色の異なるポテンシャルの結果を比較す ることにより見ることが出来る。クォーク質量が軽くなるにつれてポテン シャルの近距離部分の振る舞いが少しずつ変化しているように見える。特に、 r < 1fm の領域では、クォーク質量の減少に連れてポテンシャルの絶対値が 徐々に大きくなっているように見えるが、誤差が大きくもう少し統計を増や す改善が必要である。



Figure 5: 結合チャンネル Schrödinger 方程式から再構成された S = -1, I = 1/2 での ${}^{3}S_{1}$ のポテンシャル。上段のグラフは左から $V_{\Lambda N}$, $V_{\Sigma N}^{\Lambda N}$ 下段は 左から $V_{\Lambda N}^{\Sigma N}$, $V_{\Sigma N}$ ポテンシャルを表し、色の違いはポテンシャルのクォーク 質量依存性を示す。

今度は図 5 に着目し、 ${}^{3}S_{1}$ の ΛN - ΣN の結合系におけるポテンシャル行 列をみていく。図より、この系ではポテンシャルの対角成分に当たる $V_{\Lambda N}$ と $V_{\Sigma N}$ がほぼ同じ強さになっている事が確認できる。これは、今回計算に用い たゲージ配位の範囲内では SU(3)の破れの効果が小さく、ポテンシャル強度 がほぼ CG 係数の比のみで決まっていることに由来すると考えられる。

ポテンシャル行列の非対角要素について見てみると、このポテンシャル は r < 0.5fm の領域で急激に強度が大きくなっている事が確認できる。しか し、¹S₀ での遷移ポテンシャルと比べると、その強度は全領域で小さいこと が分かった。また、ポテンシャル行列の2つの要素を比較すると非常に似た 振る舞いを示しており、ここでもポテンシャル行列のエルミート性がよく再 現されていることが分かる。

ポテンシャルのクォーク質量依存性について考えてみると、対角ポテン シャルについては、近距離斥力の強さがクォーク質量の減少につれて徐々に 強くなっている事が分かる。一方で、中間子質量が軽くなることによる相互 作用領域の増大に関しては誤差の範囲内で違いが確認できなかった。



Figure 6: $I = 3/2 \text{ o} \Sigma N$ 系のポテンシャル。左から ${}^{1}S_{0} \geq {}^{3}S_{1} \text{ o}$ ポテンシャルを表し、色の違いはポテンシャルのクォーク質量依存性を示す。

さらに、I = 3/2の相互作用についてみてみる。この系は ΣN チャンネル のみから構成されており、 ΛN チャンネルとの結合が無い単ーチャンネル状 態になっている。図 6 は I = 3/2 の ΣN ポテンシャルを示しており、左図は ${}^{1}S_{0}$ 、右図は ${}^{3}S_{1}$ でのポテンシャルになっている。両図ともに、ポテンシャル は近距離で斥力的で、中間距離に引力のポケットを持っていることが確認で きる。これらの相互作用はSU(3) 対称性の極限で既約表現のポテンシャルと 一致する相互作用であり、それらの性質をよく表していることが分かる。

クォーク質量依存性を見ると、両図ともにクォーク質量の減少に伴って近 距離斥力部分の成長が確認できる。ポテンシャルの長距離部分については、 僅かに引力領域が遠方に延びているように見えるが、誤差が大きく、明確な 結論を示すには至っていない。

4.2 S = -3 system

ここでも、始めにSU(3)既約表現とバリオン2体の状態との関係を見ておく。

	$^{1}S_{0}$		${}^{3}S_{1}$		
	8 _s	27	$\mathbf{8_a}$	$\overline{10}$	10
$\Lambda \Xi$	$-\sqrt{1/10}$	$\sqrt{9/10}$	$-\sqrt{1/2}$		$\sqrt{1/2}$
$\Sigma \Xi (I = 1/2)$	$\sqrt{9/10}$	$\sqrt{1/10}$	$\sqrt{1/2}$		$\sqrt{1/2}$
$\Sigma \Xi (I = 3/2)$		1		1	

ここでは、S = -1の表と比較して、CG 係数全体としては非常に似た値を 持っているが、S = -1の場合との大きな違いは ${}^{3}S_{1}$ のI = 1/2状態が $\mathbf{8}_{\mathbf{a}}$ と10次元表現の混合状態になっている事である。この違いにより、 ${}^{3}S_{1}$ での $\Lambda N-\Sigma N$ 系と $\Lambda \Xi-\Sigma \Xi$ 系の相互作用に差異を与えることが期待される。



Figure 7: 結合チャンネル Schrödinger 方程式から再構成された S = -3, $I = 1/2 \ con^1 S_0 \ on$ ポテンシャル。上段のグラフは左から $V_{\Lambda\Xi}, V_{\Sigma\Xi}^{\Lambda\Xi}$ 下段は左から $V_{\Lambda\Xi}^{\Sigma\Xi}, V_{\Sigma\Xi}$ ポテンシャルを表し、色の違いはポテンシャルのクォーク質量依存性を示す。

まず、 ${}^{1}S_{0}$ のポテンシャル行列を見る。この系はS = -1の場合とSU(3)既約表現の混合割合が等しく、S = -1のポテンシャルと同様の振る舞いが 期待できる。これを踏まえて両者のポテンシャルを比較すると、非対角要素 の符号(チャンネル間の相対符号に依存する)以外はポテンシャル強度も含め てほとんど同様の振る舞いをしている事が確認できる。クォーク質量依存性 については、ポテンシャル行列の対角成分における近距離斥力の僅かな成長 を除いて、誤差の範囲内で変化を確認することができなかった。



Figure 8: 結合チャンネル Schrödinger 方程式から再構成された S = -3, $I = 1/2 \operatorname{con}^{3}S_{1} \operatorname{on} \operatorname{d} \operatorname{r} \operatorname{schrödinger}$ 方段のグラフは左から $V_{\Lambda\Xi}$, $V_{\Sigma\Xi}^{\Lambda\Xi}$ 下段は左から $V_{\Lambda\Xi}^{\Sigma\Xi}$, $V_{\Sigma\Xi}$ ポテンシャルを表し、色の違いはポテンシャルのクォーク質量依存性を示す。

次に、³S₁のポテンシャル行列を見る。この図から、対角要素同士のポテ ンシャルの振る舞いを比較すると、それらの振る舞いが非常に似ており、ポテ ンシャルの強度が CG 係数の強度比で決定されている事が分かる。非対角要 素同士の振る舞いも互いにほぼ一致しており、ポテンシャル行列がエルミー ト性を持っている事を示唆している。

また、この系は先に述べたように混合してくる SU(3) の既約表現が $\overline{10}$ から 10 に代わっているので、S = -1のポテンシャルと異なるポテンシャルの 振る舞いが期待される。このことに注目し、S = -1の ${}^{3}S_{1}$ ポテンシャル行列 とこのポテンシャル行列を比較してみる。SU(3) 既約表現での議論から、10 表現はクォークレベルでほぼ禁止される状態に対応しており、 $\overline{10}$ 表現のポテンシャルよりも近距離で斥力的に振舞うことが知られている。つまり、この

ような斥力的な表現が混合することにより、S = -1の³ S_1 ポテンシャルより も斥力的に振舞う事が予想される。実際、ポテンシャルの対角成分を比較し てみると、S = -3の場合のポテンシャルの引力ポケットが非常に浅くなっ ており、10表現混合による斥力効果を表している事が確認できた。



Figure 9: I = 3/2 の $\Sigma \Xi$ 系のポテンシャル。左から ${}^{1}S_{0}$ と ${}^{3}S_{1}$ のポテンシャルを表し、色の違いはポテンシャルのクォーク質量依存性を示す。

今度は、I = 3/2のポテンシャルを見てみる。この系は $\Sigma \equiv$ のみから構成 される単一チャンネル系になっている。図 9 は I = 3/2 の $\Sigma \equiv$ ポテンシャル を示しており、左図は ${}^{1}S_{0}$ 、右図は ${}^{3}S_{1}$ でのポテンシャルを示している。両 図ともに、ポテンシャルは近距離で斥力的に振る舞い、中間距離に引力のポ ケットを持っていることが確認できる。また、この図から ${}^{3}S_{1}$ の相互作用が ${}^{1}S_{0}$ の相互作用より僅かに引力的に振舞っていることが分かる。

クォーク質量依存性を見ると、両図ともにクォーク質量の減少に伴って 近距離斥力部分の成長が確認できるが、誤差を超える範囲での大きなズレを 確認することができなかった。

4.3 S = -4 system

この系は、ΞΞのみによって構成されており、図 10 から、 ${}^{1}S_{0}$ の相互作用が ${}^{3}S_{1}$ の相互作用より引力ポケットが深くなっている事が分かる。クォーク質量依存性を見ると、両図ともにクォーク質量の減少に対してほとんど変化が見られないことが分かる。これは、S = -4系においては s-クォークの割合が大きくなり、近距離でのパウリ効果に伴う斥力の成長が ud クォークの質量変化に影響を受け難くなっていると考えられる。中間子質量の減少に伴うポテンシャル領域の伸張に関しては、他の系と同様に大きな変化が見られな かった。



Figure 10: ΞΞ 系のポテンシャル。左から ${}^{1}S_{0}$ (I = 1) と ${}^{3}S_{1}$ (I = 0) のポテンシャルを表し、色の違いはポテンシャルのクォーク質量依存性を示す。

こうして、我々の手法により結合チャンネル方程式から各チャンネル間 のポテンシャルの導出に成功したことにより、格子 QCD によるハドロン間 力の全容解明へ向けた大きな飛躍であるといえる。

5 オクテット・ハイペロン間相互作用((反)対称LS 力と負パリティー相互作用)

Octet hyperon(核力を含む)間相互作用で、(反)対称LS力と負パリティー の相互作用の研究を進めている。現状では、T2K 筑波上で使用可能な核力 (対称LS力と負パリティー相互作用)のコードが存在し、利用期間内にBlue Gene/Qへの移植を試みたが、完全な成功に至っていない。一方でこの核力 のコードは、Wick contractionを全手動で行うため、これを様々な hyperon の組み合わせに適用するよりも、ある程度自動化され合理化されたコードを 利用する方が効率的である。この点において、octet hyperon間結合チャンネ ル相互作用(中心力)で使われている物は魅力的であるが、LS力の計算に必 要とされるような複雑な source には対応させるのは問題があり、アルゴリズ ムを含めて改めて作成する事を計画している。核力コードの移植と同時に、 この新しいコードの作成を行っているが(別々のメンバーにより行われてい るため干渉はしない)、いろいろつめるべき点が存在するため、完成にはもう 暫くかかる状況である。

今回は、このように移植が完成していない段階でも行えて、かつ、後々 (反)対称 LS 力の計算や、smearing source を使った中心力の計算等で必要と なることが期待される single baryon の dispersion の効率的な計算(再計算を 伴わない計算)について、いま考えているアルゴリズムが現実的であるかど

うか実験してみた結果を示す。これからのバリオン間力の計算では、single state saturation が達成されていない状況でも安定してバリオン間力を計算 できるやり方である"時間依存の方法"を用いる。この方法では、相対空間 運動量に対して、相対論的な dispersion $E(ec{p})=\sqrt{m^2+ec{p^2}}$ を仮定して導か れた"時間依存型 Schrödinger-like 方程式"が中心的役割を演じる。しかしな がら、不幸にして採用しているゲージ配位が相対論的 dispersion を破ってし まっている場合、この dispersion を補正してやる必要がある。dispersion の補 正によって、"時間依存の方法"がうまく使える点に関しては、Ref.¹によって LATTICE2012 で報告している。空間運動量をもったバリオンのエネルギー を測定するため、momentum wall source を使って、空間運動量を入れてや る事が考えられるが、これでは各運動量毎に solver を起動して contraction の 計算を行う必要があり、あまり効率的でない(ポテンシャルの計算に加えて quark propagator の再計算が必要となる)。これよりもむしろ、source 側では smearing source 等を用いて、様々な空間運動量の成分を混ぜた2点 correlator において、sink 側で空間和をとらずにデータを保管し、解析段階で sink 側に フーリエ変換を使って、空間運動量を選り分ける方が効率的に思える(この場 合、ポテンシャルを計算する際に用いた quark propagator の再利用が可能と なる)。このやり方が現実的であるかどうか、 $ext{CP-PACS/JLQCD}$ の $16^3 imes 32$ の 2+1 flavor QCD ゲージ配位を用いて試してみた。 FIG. 11 と FIG. 12 にそ



Figure 11: 2点 correlator の空間運動量依存性

れぞれNの2点 correlatorと effective energy の空間運動量依存性をプロット した。source point は1点だけであることを考えると、ポテンシャル (Nambu-Bethe-Salpeter 波動関数) に十分必要とされる統計数を使うと、single baryon energy の空間運動量依存性をこの方法で十分な精度で求められる事を結論

¹K. Murano for HAL QCD Collaboration, a talk given at LATTICE2012.



Figure 12: effective energy の空間運動量依存性

した。