

研究責任者名 Name	初田哲男		所属機関 Affiliation	理化学研究所仁科加速器研究センター
受理番号 Proposal No.	(T) 11-14	研究課題名 Program title	格子 QCD シミュレーションによるバリオン間力の研究	

研究を終了しましたので、下記の通り報告します。

成果の概要

Abstract

(和文) 格子 QCD により、核力・バリオン間力の研究を行った。手法としては、Nambu-Bethe-Salpeter 波動関数を用い、それをインプットとして Schrodinger 方程式を逆解きすることでポテンシャルを決定する。これにより、散乱位相差に忠実なポテンシャルを、格子 QCD データから直接決定することができる。この手法は様々なハドロン間相互作用に拡張することが可能であり、本研究では、特に、ハイペロン力と、三核子力について格子シミュレーションを行った。前者については、 $S=-2$ のチャンネルについて、 $\Lambda\Lambda - N\Xi - \Sigma\Sigma$ 結合チャンネルの計算を行い、ハイペロン力における SU(3) の破れの効果について系統的に研究を行った。三体力については、三核子が等距離直線上に配位した場合での計算を行い、特に系統誤差について重点的に研究を行った。波動関数の時間依存性を利用することで、励起状態の寄与を考慮した解析を行った。また、格子間隔を小さくした格子シミュレーションを行い、格子三体力の結果に対する離散化誤差の影響について研究した。

(英文) We study nuclear forces and baryon forces from lattice QCD simulations. We utilize Nambu-Bethe-Salpeter wave functions and determine potentials through Schrodinger equations, so that the potentials are faithful to the scattering phase shifts. In this work, we extend the method and study hyperon forces and three-nucleon forces in lattice QCD. For the former case, we investigate the $S=-2$ channel from $\Lambda\Lambda - N\Xi - \Sigma\Sigma$ coupled channel calculates. The SU(3) breaking effects in hyperon forces are studied systematically. In the latter case, we extract three-nucleon forces in which three nucleons are aligned linearly with an equal spacing. In particular, systematic uncertainties are carefully examined: The effects from excited state contaminations are studied utilizing the time-dependence of wave functions. The effects of discretization error are studied by performing the lattice QCD simulation with a finer lattice spacing.

研究成果を公開しているホームページアドレス

研究成果の 公表	口頭研究発表 件数	査読付きの学術論文数	プロシーディング論 文数	その他（投稿中を 含む）
	30	2	6	0

口頭研究発表

1. T. Doi for HAL QCD Collaboration,
 “Three-Nucleon Forces explored by Lattice QCD Simulations”
 The XXIX International Symposium on Lattice Field Theory, The Village at Squaw Valley, Lake Tahoe, California, USA, July 11 - 16, 2011.
2. T. Doi for HAL QCD Collaboration,
 “The Lattice QCD Study of the Three-Nucleon Force”
 The 19th Particles and Nuclei International Conference (PANIC11), Boston, USA, 24-29 Jul 2011
3. T. Doi for HAL QCD Collaboration,
 "Exploring Three-Nucleon Forces in Lattice QCD"
 Talk given at Workshop on “Nuclear physics from large scale simulation”, RIKEN, Saitama, Japan, 24-25 Jan. 2012.
4. T. Doi for HAL QCD Collaboration,
 “Exploring Three-Nucleon Forces in Lattice QCD”
 Invited Talk given at JPS meeting, Hirosaki University, Hirosaki, Japan, 16-19 Sep. 2011.
5. T. Doi for HAL QCD Collaboration,
 "Cutoff effects on Three-Nucleon Forces in Lattice QCD"
 Talk given at JPS meeting, Kwansai Gakuin University, Nishinomiya, Japan, 24-27 Mar. 2012.
6. H. Nemura, (for HAL QCD Collaboration),
 "Baryon-baryon interaction of strangeness $S=-1$ sector",
 The XXIX International Symposium on Lattice Field Theory, The Village at Squaw Valley, Lake Tahoe, California, USA, July 11 - 16, 2011.
7. H. Nemura, (for HAL QCD Collaboration),
 "Expectations for nuclear physics at J-PARC from recent lattice QCD studies", The Korea-Japan workshop on nuclear and hadron physics at J-PARC, Seoul National University, Seoul, Korea, September 22 - 23, 2011 (招待講演).
8. 根村 英克、「格子 QCD によるストレンジネス(-1)のハイペロン核子相互作用の研究」
 日本物理学会 第 67 回年次大会、関西学院大学（西宮上ヶ原キャンパス）・2012 年 3 月 24-27 日。
9. 根村 英克、「Lattice QCD によるバリオン間相互作用と中性子星」、
 日本物理学会 第 67 回年次大会、関西学院大学（西宮上ヶ原キャンパス）・2012 年 3 月 24-27 日、招待講演。
10. H. Nemura (for HAL QCD Collaboration),
 「格子 QCD によるストレンジネス $S=-1$ の YN ポテンシャル」、
 素核宇融合による計算基礎物理学の進展 ---ミクロとマクロのかけ橋の構築---、合歓の郷・2011 年 12 月 3 日 - 5 日。
11. 初田哲男 「素粒子・原子核から宇宙へ：スーパーコンピュータと現代物理学」
 第 2 回 仁科記念シンポジウム「アイソトープ科学の最前線」原子力と仁科博士
 (科学技術館、東京、2012 年 3 月 23 日)
12. 初田哲男「宇宙の進化と物質の起源-クォーク・グルーオン・プラズマから中性子星へ-」
 「物理科学の最前線」(東北大学、仙台市、2011 年 12 月 2 日)
13. T. Hatsuda “Recent Results in Particle and Nuclear Physics from Lattice QCD Simulations”
 2nd AICS Internarional Symposium - Computer and Computational Sciences for Exascale Computing -(Kobe, Japan, March 1-2, 2012).
14. T. Hatsuda “QCD Structure of Hadronic Matter”
 YIPQS Symposium, Perspectives in Theoretical Physics - From Quark-Hadron Sciences to Unification of Theoretical Physics - (Kyoto, Japan, Feb.6-8, 2012).
15. T. Hatsuda “QCD Structure of Matter”
 The 11th International Symposium on Origin of Matter and Evolution of Galaxies
 (Wako, Japan, Nov.14 - 17, 2011).
16. T. Hatsuda, “Hadron Interactions from Lattice QCD”
 International School of Nuclear Physics, 33rd Course, From Quarks and Gluons to Hadrons and Nuclei (Erice, Italy, Sep. 16-24 2011)
17. 佐々木健志 for HAL QCD collaboration,

- "チャンネル結合を考慮した格子 QCD によるハイペロン間相互作用",
新学術領域「素核宇宙融合」×「新ハドロン」クロスオーバー研究会,
計算科学研究機構、2011年6月23-24日
18. 佐々木健志 for HAL QCD collaboration,
"Lattice QCD study of baryon-baryon interaction with strangeness $S=-2$ ",
日本物理学会, 弘前大学, 2011年9月16-20日
19. 佐々木健志 for HAL QCD collaboration,
"Lattice QCD studies of strangeness $S=-2$ baryon-baryon interactions",
素核宇宙融合による計算基礎物理学の進展-ミクロとマクロのかけ橋の構築-研究会,
合歓の郷、2011年12月3-5日
20. 佐々木健志 for HAL QCD collaboration,
"格子 QCD による一般化核力の研究",
HPCI 戦略プログラム分野5「物質と宇宙の起源と構造」シンポジウム,
秋葉原コンベンションホール、2012年3月7-8日
21. 佐々木健志 for HAL QCD collaboration,
"格子 QCD によるストレンジネス $S=-2$ 系のバリオン間相互作用",
日本物理学会, 関西学院大学, 2012年3月24-27日
22. K. Sasaki for HAL QCD collaboration,
"Strangeness $S=-2$ baryon-baryon interactions from lattice QCD",
The XXIX International Symposium on Lattice Field Theory - Lattice 2011, Squaw Valley, Lake
Tahoe, California, July 11-16 2011
23. Noriyoshi Ishii for HAL QCD Coll.,
"Nuclear Force from lattice QCD"
新学術領域「素核宇宙融合」×「新ハドロン」クロスオーバー研究会---多様な手法でせまる
ハドロン物理への挑戦---
理化学研究所計算科学研究機構、2011年6月23日~24日
24. Noriyoshi Ishii for HAL QCD Coll.,
"Time-dependent effective Schrodinger equation for the lattice nuclear potentials",
The XXIX International Symposium on Lattice Field Theory, The Village at Squaw Valley, Lake
Tahoe, California, USA, July 11-16, 2011
25. 石井理修 for HAL QCD Coll.,
「Time-dependent effective Schrodinger equation for lattice nuclear potentials」,
日本物理学会 2011年秋季大会、弘前大学、2011年9月16日~19日
26. Noriyoshi Ishii for HAL QCD Coll.,
"Nuclear Forces from lattice QCD simulation",
2nd International Workshop on "Quark and Hadrons under Extreme Conditions" ---Lattice QCD,
Holography, Topology, and Physics at RHIC/LHC---,
Keio University, Japan, Nov. 17-18, 2011 (invited talk)
27. Noriyoshi Ishii for HAL QCD Coll.,
"A comment on the weak NN scattering length of HAL QCD Collaboration",
素核宇宙融合による計算基礎物理学の進展---ミクロとマクロの架け橋の構築---、合歓の
郷、2011年12月3日~5日
28. Noriyoshi Ishii for HAL QCD Coll.,
"A comment on the NN scattering length of HAL QCD Collaboration",
HPCI 戦略プログラム分野5研究会「計算手法による素粒子論研究の広がり」
KEK, 2011年12月19日~21日
29. 石井理修 for HAL QCD Coll.,
「格子 QCD の核力 (最近の進展)」
HPCI 戦略プログラム5研究会「大規模計算による原子核研究の展開---核子多体系を中心
に---」
理化学研究所、2012年1月24日、25日 (招待講演)
30. 石井理修 for HAL QCD Coll.,
「格子 QCD の核力 (最近の発展)」
HPCI 戦略プログラム5「物質と宇宙の起源と構造」全体シンポジウム
秋葉原コンベンションホール、2012年3月7日、8日

査読つきの学術論文(URL を記載)

1. T. Doi, S. Aoki, T. Hatsuda, Y. Ikeda, T. Inoue, N. Ishii, K. Murano, H. Nemura and K. Sasaki (HAL QCD Collaboration),
Prog. Theor. Phys. 127, 723 (2012)
“Exploring Three-Nucleon Forces in Lattice QCD”
<http://arxiv.org/abs/arXiv:1106.2276>
2. Noriyoshi Ishii, Sinya Aoki, Takumi Doi, Tetsuo Hatsuda, Yoichi Ikeda, Takashi Inoue, Keiko Murano, Hidekatsu Nemura, Kenji Sasaki, [HAL QCD Coll.],
Physics Letters B in press, arXiv:1203.3642[hep-lat]
"Hadron-hadron interactions from imaginary-time Nambu-Bethe-Salpeter wave function on the lattice",
<http://arxiv.org/abs/arXiv:1203.3642>

プロシーディング論文(URL を記載)

1. T. Doi for HAL QCD Collaboration,
PoS LAT2011, 151 (2011)
“Three-Nucleon Forces explored by Lattice QCD Simulations”
<http://arxiv.org/abs/arXiv:1112.4103>
2. T. Doi for HAL QCD Collaboration,
Proc. of the 19th Particles and Nuclei International Conference (PANIC11)
“The Lattice QCD Study of the Three-Nucleon Force”
<http://arxiv.org/abs/arXiv:1109.4748>
3. T. Doi for HAL QCD Collaboration,
AIP Conf. Proc. 1388, 636-639 (2011),
“Exploring Three Nucleon Forces in Lattice QCD”
<http://arxiv.org/abs/arXiv:1105.6247>
4. H. Nemura [HAL QCD Collaboration],
"Lambda-nucleon potential calculated from lattice QCD",
Proceedings of the 12th International Conference on the Structure of Baryons (Baryons'10), edited by A. Hosaka et al., AIP Conf. Proc. 1388, pp. 628-631, (2011).
http://proceedings.aip.org/resource/2/apcpcs/1388/1/628_1
5. H. Nemura (for HAL QCD Collaboration),
"Baryon-baryon interaction of strangeness $S=-1$ sector",
Proc. of the 29th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2011),
PoS, LATTICE2011 (2011), 167.
<http://arxiv.org/abs/arXiv:1203.3320>
6. K. Sasaki for HAL QCD collaboration,
"Strangeness $S=-2$ baryon-bayon interactions from lattice QCD",
PoS(Lattice 2011)173 :
<http://pos.sissa.it/cgi-bin/reader/conf.cgi?confid=139>

その他 (学位論文、紀要、投稿中の論文を含む) (URL を記載)

1.

特記 (本研究に関係した、新聞記事・著作、受賞など)

- 1.
- 2.

高エネルギー加速器研究機構
大型シミュレーション研究実施報告
(2011年度テスト運用期間)

1 研究組織 (期間中の所属)

- 研究責任者: 初田哲男 (はつだ・てつお)
- 所属機関: 理化学研究所仁科加速器研究センター・主任研究員 / 東京大学理学系研究科・教授
- 研究課題名: 格子 QCD シミュレーションによるバリオン間力の研究
- 課題グループ名: SCNFQCD
- 共同研究者
 - 青木慎也 (あおき・しんや): 筑波大学数理物質科学研究科・教授
 - 石井理修 (いしい・のりよし): 筑波大学計算科学研究センター・準教授
 - 根村英克 (ねむら・ひでかつ): 筑波大学計算科学研究センター・準教授
 - 村野啓子 (むらの・けいこ): 理化学研究所仁科加速器研究センター・研究員
 - 井上貴史 (いのうえ・たかし): 日本大学生物資源科学部・助教
 - 土井琢身 (どい・たくみ): 理化学研究所仁科加速器研究センター・研究員 / 東京大学原子核科学研究センター・特任助教
 - 佐々木健志 (ささき・けんじ): 筑波大学計算科学研究センター・研究員
 - 池田陽一 (いけだ・よういち): 東京工業大学理工学研究科・学振特別研究員 (PD)
 - CHARRON, Bruno (シャロン・ブルーノ): 東京大学理学系研究科・D1
 - 山田真徳 (やまだ・まさのり): 筑波大学数理物質科学研究科・M2

2 実施報告の詳細

核子間の相互作用・核力は、原子核物理において最も基本的かつ重要な概念である。長距離における1パイオン交換ポテンシャルに始まり、中間領域における引力、短距離における斥力芯など、様々な側面が明らかにされてきた。現代では、実験データを用いて現象論的に求められた核力が利用可能であり、膨大な核子核子散乱データを非常に精度良く再現できる。しかし、これら現象論的核力と、真の基礎理論たる標準理論・特にQCDとの関係は、必ずしも明らかではなく、理論的には不満足な状況にあった。特に、近距離領域では、核子同士が重なり合うため、クォーク・グルーオンの自由度からの理解が本質的に重要となるはずである。しかし、従来、核力をQCDから決定するための理論的フレームワークが確立しておらず、事実上解決不可能な問題であると認識されていた。

我々のグループは、この問題に対して、格子QCDを用いて核力を直接求める、全く新しい手法を提案し、理論面と数値面の双方から研究を進めてきた。この手法では、Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) 波動関数に着目し、これがSchrödinger方程式の解となるという条件から逆解きすることで、ポテンシャルを決定する。理論的には、この手法で得られた核力ポテンシャルは、散乱位相差に忠実であることを、場の理論的に証明することができる。またこの手法は、従来格子QCDで散乱位相差を求める標準的な方法である、Luescherの有限体積法の拡張にもなっている。数値的には、2006年3月に始まるKEK大型シミュレーション研究において、世界で初めての核力計算を行い、近距離の斥力芯と、中・長距離での引力ポテンシャルを得た。これは、現象論的核力を定性的によく再現するものである。

さらに、最近の我々の研究では、この手法をさらに発展させ、NBS波動関数からポテンシャルを決定する際に、時間依存型のSchrödinger方程式を用いることで、相関関数に励起状態の情報が混ざっている場合でも、ポテンシャルを精度良く決定できることを示した。従来、多バリオン系の格子計算では、励起状態の混合というノイズの取り扱いが非常に難しいとされてきたが、この手法はむしろ、基底状態の情報に加え、励起状態の情報をもシグナルとして取り扱うことを可能にするものであり、長年の問題の解決への突破口を与えるものである。

このような我々の手法は、核力ポテンシャルを決定するだけでなく、ハドロン間相互作用一般に拡張可能なものである。特に、今後重要かつ格子QCDの意義が真に発揮されるのは、実験では決定困難な相互作用について、予言を与えることである。その点において、我々が大きな目標に掲げているのが、(1) ハイペロン力の決定 (2) 三体力の決定であり、本研究では上の二つを主なテーマとして研究を行った。

ハイペロン力については、J-PARC 実験におけるハイパー核物理と密接に関わっており、また、近年中性子星内部での役割も重要視されている。実験的にハイペロンビームを作ることが難しいことから、散乱実験は一般に困難であるが、我々の格子 QCD 計算では、散乱状態・ポテンシャルを直接扱えるため、その研究には大きな期待が寄せられている。ハイペロン力の研究では結合チャンネルが重要となるため、我々は本研究において特に、 $S = -2$ での結合チャンネル計算によるバリオン間相互作用の研究を行った。

三体力については、原子核少数多体系のスペクトル精密計算を通して、その重要性が認識されてきたが、近年、中性子星や超新星爆発などの高密度系における役割、さらには中性子過剰核・元素合成における役割も注目されている。しかし、実験的に三体散乱完全実験を行うのは事実上不可能であり、格子 QCD での三体力決定の意義は非常に大きい。そのための第一歩として、本研究においては、三核子が直線上に並んだ配置における三核子間力について、特に系統誤差のコントロールに重点を置いた研究を行った。

以下では、それぞれのテーマにおける研究成果について、個別に詳述する。

2.1 結合チャンネル計算によるバリオン間相互作用

Flavor $SU(3)$ の世界に拡張されたバリオン間相互作用の深い理解は、ハイペロンを含んだ原子核に関する構造の詳細や、中性子星の中心部の構造、超新星爆発に至る天体核物理の一層の理解のために非常に重要である。しかし、バリオン間力における近距離斥力に関する情報はクォーク自由度に関する情報を大いに含んでおり、現象論的に決定するのが難しいことから、QCD の第一原理計算によるバリオン間相互作用の研究が期待されている。

Flavor $SU(3)$ が厳密な対称性として成り立っている場合、2 粒子系はこの対称性から決まる既約表現によって分類される。基底状態のバリオン (flavor octet) 間の相互作用を調べる際には

$$8 \otimes 8 = 1 \oplus 8_s \oplus 27 \oplus 8_a \oplus 10 \oplus \overline{10} \quad (1)$$

に分解され、バリオン間の相対軌道角運動量を S -波に限ると、相互作用はこの既約表現で完全に分類されることになる。この中で、 $1, 8_s, 8_a, 10$ が $SU(3)$ への拡張により現れる表現であり、特に singlet (1) は近距離でのパウリ排他律が働かず、強い引力効果により H ダイバリオンの存在が格子 QCD 計算により確認されている。

この対称性が破れると、それまで縮退していたバリオンやメソンがストレンジネスに特徴付けられる個性を持つ。また、2 粒子系を分類する既約表現間での混合が起こり、バリオン間力はさらに多様に変化し始める。この多

様化の一方でバリオン間相互作用の中に flavor $SU(3)$ 対称性に従った関係がどの程度残されるのか、また、それに伴い、 H ダイバリオン状態が現実世界でどのような運命を辿るのかという疑問も生じる。

今回、我々は $S = -2$ のバリオン間相互作用を計算した。この系は flavor $SU(3)$ の破れに伴う H -ダイバリオン状態の変化を見る上で興味深いのだが、対称性の破れに伴い多数の状態が小さなエネルギー差の間に密集し複雑化するので、各状態間の遷移を正しく考慮した計算をする必要がある。

簡単のため、2つのチャンネルが結合している系の場合に計算概要を紹介する。結合チャンネルの Schödinger 方程式は、non-local ポテンシャルの微分展開で leading order だけを考えて

$$\begin{aligned} (H_{0\alpha} + \tilde{E}_\alpha) \psi^\alpha(\vec{r}, E) &= \sum_{\gamma=\alpha,\beta} V^\alpha_\gamma(\vec{r}) \psi^\gamma(\vec{r}, E) \\ (H_{0\beta} + \tilde{E}_\beta) \psi^\beta(\vec{r}, E) &= \sum_{\gamma=\alpha,\beta} V^\beta_\gamma(\vec{r}) \psi^\gamma(\vec{r}, E) \end{aligned} \quad (2)$$

となり、チャンネル α, β に関する自由ハミルトニアンと非相対論的運動エネルギーは、換算質量 μ と漸近運動量 p, q を用いて、それぞれ以下のように表される。

$$H_{0\alpha} = -\frac{\nabla^2}{2\mu_\alpha}, \quad H_{0\beta} = -\frac{\nabla^2}{2\mu_\beta}, \quad \tilde{E}_\alpha = E - m_{\alpha_1} - m_{\alpha_2} \simeq \frac{p^2}{2\mu_\alpha}, \quad \tilde{E}_\beta \simeq \frac{q^2}{2\mu_\beta} \quad (3)$$

ここで p, q は相対論的エネルギーと以下のような関係にある。

$$E = \sqrt{m_{\alpha_1}^2 + p^2} + \sqrt{m_{\alpha_2}^2 + p^2} = \sqrt{m_{\beta_1}^2 + q^2} + \sqrt{m_{\beta_2}^2 + q^2}. \quad (4)$$

NBS 波動関数は、バリオンの局所演算子 $B(\vec{x})$ を使って、

$$\psi^{B_1 B_2}(\vec{r}, E) = \sum_{\vec{x}} \langle 0 | B_1(\vec{x} + \vec{r}) B_2(\vec{x}) | E \rangle, \quad (5)$$

と定義される。この波動関数は、バリオンの4点相関関数から

$$W_{\mathcal{I}}^{B_1 B_2}(t - t_0, \vec{r}) \propto A_E \psi^{B_1 B_2}(\vec{r}, E) e^{-E(t-t_0)} \quad (6)$$

$$A_E = \langle E | \bar{\mathcal{I}}(t_0) | 0 \rangle \quad (7)$$

と関係付いており、ここから波動関数を引き出すことになる。 \mathcal{I} は、バリオン数2のエネルギー固有状態 E を作り出すように最適化された source 演算子である。

いま R -correlator を以下のように定義する。

$$R_{\mathcal{I}}^{B_1 B_2}(t - t_0, \vec{r}) \equiv e^{(m_1 + m_2)(t - t_0)} W_{\mathcal{I}}^{B_1 B_2}(t - t_0, \vec{r}) \quad (8)$$

この時間微分から漸近運動量を求めることができ、その関係を式 (2) に適用することにより、時間微分を含んだ Schrödinger 方程式が次のように得られる。

$$\begin{pmatrix} V_{\alpha}^{\alpha}(\vec{r}) \\ V_{\beta}^{\alpha}(\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{\mathcal{I}_1}^{\alpha}(t, \vec{r}) & W_{\mathcal{I}_1}^{\beta}(t, \vec{r}) \\ W_{\mathcal{I}_2}^{\alpha}(t, \vec{r}) & W_{\mathcal{I}_2}^{\beta}(t, \vec{r}) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -\frac{\nabla^2}{2\mu_{\alpha}} W_{\mathcal{I}_1}^{\alpha}(t, \vec{r}) - e^{(m_1 + m_2)t} \frac{\partial}{\partial t} R_{\mathcal{I}_1}^{\alpha}(t, \vec{r}) \\ -\frac{\nabla^2}{2\mu_{\alpha}} W_{\mathcal{I}_2}^{\alpha}(t, \vec{r}) - e^{(m_1 + m_2)t} \frac{\partial}{\partial t} R_{\mathcal{I}_2}^{\alpha}(t, \vec{r}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

この式は \mathcal{I}_1 と \mathcal{I}_2 が線形独立な波動関数を生成するという条件の下で正しい式になっている。ここで、最適化された source 演算子 \mathcal{I}_1 、 \mathcal{I}_2 が、 \mathcal{I}_A と \mathcal{I}_B により作られているとすると

$$\begin{pmatrix} \mathcal{I}_1 \\ \mathcal{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1^A & U_1^B \\ U_2^A & U_2^B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{I}_A \\ \mathcal{I}_B \end{pmatrix}, \quad (10)$$

となり、式 (9) は行列 U が逆行列を持つ限りは、 \mathcal{I}_A 、 \mathcal{I}_B により生成された状態でも正しい式を与えることが分かる。つまり、source の最適化は、この方式を使う限りは必要ないことが確認できる。こうして、状態を表す独立な演算子を用意することで、それらの間の結合チャンネルポテンシャルを式 (9) から導出できることが分かる。

Table 1: 計算に用いたゲージ配位 (Iwasaki gauge action + $O(a)$ improved Wilson quark action を用いて生成) に関するパラメータ。

Lattice parameters					
β	κ_s	c_{SW}	lattice size	a [fm]	L [fm]
1.90	0.13640	1.715	$32^3 \times 64$	0.091	2.902
Esbs					
κ_{ud}		Esb1	Esb2	Esb3	
		0.13700	0.13727	0.13754	
m_{π} [MeV]		701(1)	570(2)	411(2)	
m_K [MeV]		789(1)	713(2)	635(2)	
m_{π}/m_K		0.89	0.80	0.65	

計算では、JLDG/ILDG において公開されている PACS-CS Collaboration により生成された 2+1 flavor の配位を用いた。この格子は $a = 0.0907$ [fm] の

$32^3 \times 64$ 格子で、物理的空間サイズで $L = 2.9[\text{fm}]$ に相当する。Tab. 2.1 には、今回計算に使用したゲージ配位に関するパラメータを載せた。本研究では、Coulomb gauge 固定を行った上で、flat wall source のクォーク伝搬関数を用い、source の位置 (t_0) をずらしながら 16 source time slice 分の計算を行った。

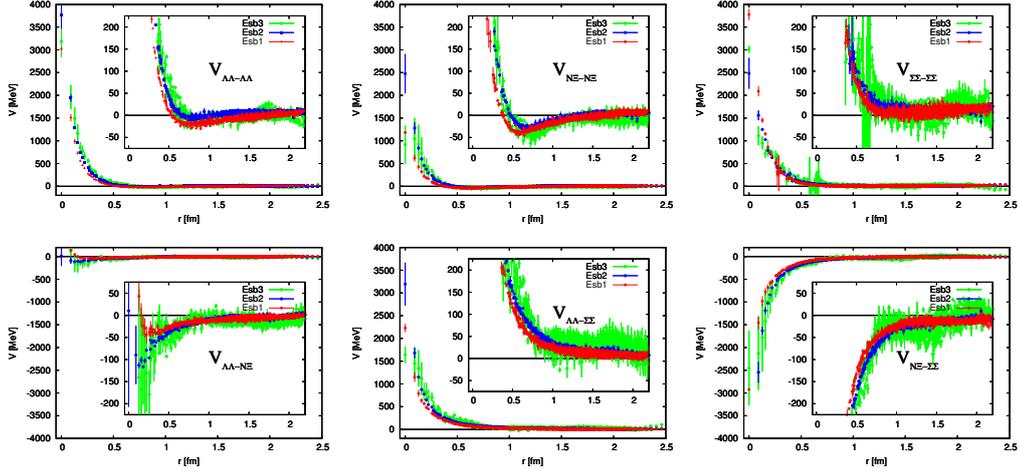


Figure 1: 結合チャンネル Schrödinger 方程式から再構成されたポテンシャル。上段のグラフは左から $V_{\Lambda\Lambda}$, $V_{N\Xi}$, $V_{\Sigma\Sigma}$ 、下段は左から $V_{\Lambda\Lambda}^{\Lambda\Lambda}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{\Lambda\Lambda}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{N\Xi}$ ポテンシャルを表し、色の違いはポテンシャルのクォーク質量依存性を示す。

今回、我々は flavor $SU(3)$ 対称性が破れたゲージ配位においてポテンシャルを計算した。図 1 は、 $\Lambda\Lambda$ - $N\Xi$ - $\Sigma\Sigma$ 系の結合チャンネルポテンシャルの結果であり、 $t - t_0 = 11$ での波動関数を用いて計算した。

上段の 3 つのグラフは左側からそれぞれ、 $V_{\Lambda\Lambda}^{\Lambda\Lambda}$, $V_{N\Xi}^{N\Xi}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{\Sigma\Sigma}$ のポテンシャル行列の対角成分を示している。これらの結果から、対角ポテンシャルの引力の強さは $V_{N\Xi}^{N\Xi} > V_{\Lambda\Lambda}^{\Lambda\Lambda} > V_{\Sigma\Sigma}^{\Sigma\Sigma}$ の順となっており、小さな体積の計算結果や、 $SU(3)$ 計算での予想と整合していることが確かめられた。下段の 3 つのグラフは非対角的遷移ポテンシャルを描いたものであり、左から $V_{\Lambda\Lambda}^{\Lambda\Lambda}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{\Lambda\Lambda}$, $V_{\Sigma\Sigma}^{N\Xi}$ を表している。この図から、 $\Lambda\Lambda$ から $N\Xi$ への遷移を司るポテンシャルが、他の遷移を表すポテンシャルに比べて非常に小さいことが確認できる。クォークに関する質量依存性は色の異なるポテンシャルの結果を比較することにより見ることが出来る。クォーク質量が軽くなるにつれてポテンシャルの範囲が距離の大きな領域へ伸びているように見えるが、誤差が大きくもう少し統計を増やす改善が必要である。

$SU(3)$ 対称性の破れの効果を見るために、粒子を基底としたポテンシャル

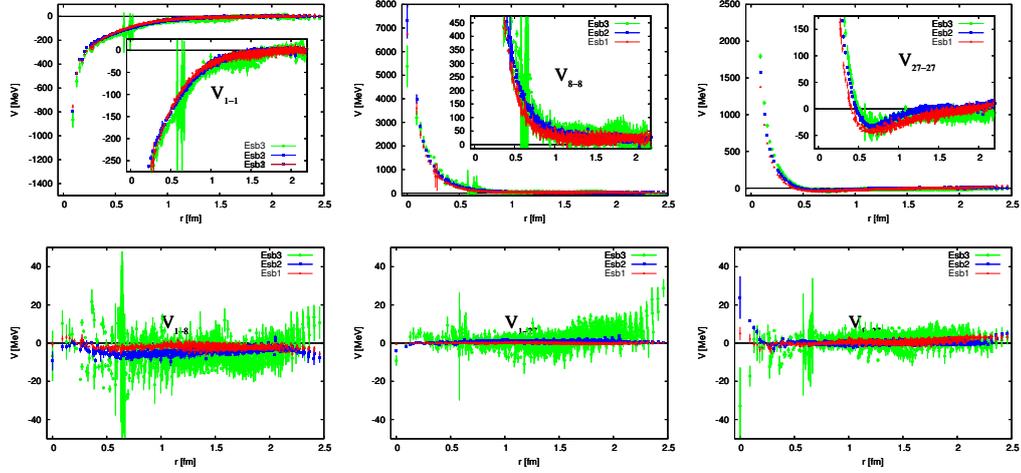


Figure 2: $SU(3)$ 既約表現の基底での結合チャンネルポテンシャル。上段のグラフは左から V_1^1 , V_8^8 , V_{27}^{27} ポテンシャルを表している。下段は左から V_{1-8}^1 , V_{8-1}^8 , V_{27-1}^{27} ポテンシャルを表す。

を Flavor $SU(3)$ の既約表現 (singlet, octet, 27plet) を基底としたポテンシャルに変換する。この変換は $SU(3)$ の Clebsh-Gordan 係数行列 U を用いて容易に行われ、

$$UVU^t = \begin{pmatrix} V_1^1 & V_{1-8}^1 & V_{1-27}^1 \\ V_{8-1}^8 & V_8^8 & V_{8-27}^8 \\ V_{27-1}^{27} & V_{27-8}^{27} & V_{27}^{27} \end{pmatrix} \quad (11)$$

となる。この基底でのポテンシャルの非対角要素は、Flavor $SU(3)$ の既約表現間の遷移に対応しており、この対称性が厳密である場合には完全にゼロになるべき量であり、対称性の破れの効果を見る上で重要な量となる。

Flavor $SU(3)$ の既約表現 (singlet, octet, 27plet) を基底としたポテンシャルを Fig. 2 に示す。上段の 3 つのグラフはそれぞれ singlet, octet, 27plet の対角ポテンシャルを Esb1~Esb3 の結果を比較して描いたものである。これらのポテンシャルは、定性的に $SU(3)$ 極限でのポテンシャルと同様の結果となっている。クォーク質量依存性は、クォークの質量が軽くなるに伴ってポテンシャルの到達距離が伸びているように見える。

下段の 3 つのグラフは $SU(3)$ の既約表現間の非対角的遷移ポテンシャルを描いたものである。現段階では誤差が大きく、 $SU(3)$ の破れに伴うポテンシャル変化に関して明確な結論は付けられないが、27plet と他の既約表現とを繋ぐ遷移ポテンシャルはゼロからのズレが見られないが、singlet と octet

表現を繋ぐ遷移ポテンシャルは、 $r = 0.5 \sim 1.5\text{fm}$ の領域で有限の値を持ち、その強さは $SU(3)$ の破れ具合が大きくなるにつれて大きくなっているように見える。

こうして、我々の手法により結合チャンネル方程式から各チャンネル間のポテンシャルの導出に成功したことにより、格子 QCD によるハドロン間力の全容解明へ向けた大きな飛躍であるといえる。

2.2 三核子間力の研究

現代の原子核物理においては、三体力の理解は最も重要な課題の一つとなっており、第一原理計算の意義は非常に大きなものがある。実際、三体力は、少数核子系における引力効果、対称核物質系における斥力効果など、多彩な性質を持つと考えられている。さらに近年では、超新星爆発や中性子星の性質に及ぼす影響や、中性子過剰核でのドリップライン / 魔法数・さらには元素合成への影響も指摘されるなど、宇宙・天体物理との学際分野における重要なテーマともなっている。しかしながら、三体力の性質については、多くの場合モデル描像に基づいた部分的理解にとどまっており、基本法則たる QCD からの直接計算が切望されていた。

この問題に対し、我々は Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) 波動関数を用いた二体ハドロン間相互作用の計算手法を、三体ハドロン系に拡張することで、格子 QCD による三体力直接計算を行ってきた。具体的な三体系の計算では、まず次のような六点相関関数を計算する。

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta\gamma,\alpha'\beta'\gamma'}(\vec{r}, \vec{\rho}, t - t_0) \\ = \langle N_\alpha(\vec{x}_1, t) N_\beta(\vec{x}_2, t) N_\gamma(\vec{x}_3, t) \overline{(N'_{\alpha'}(t_0) N'_{\beta'}(t_0) N'_{\gamma'}(t_0))} \rangle \quad (12) \end{aligned}$$

ここで N は proton もしくは neutron である。この六点相関関数から求められる NBS 波動関数の情報を、次のようなシュレーディンガー方程式を用いて、ポテンシャルの情報に焼き直すことが出来る。

$$\left[-\frac{1}{2\mu_r} \nabla_r^2 - \frac{1}{2\mu_\rho} \nabla_\rho^2 + \sum_{i < j} V_{2NF,ij}(\vec{r}_i - \vec{r}_j) + V_{3NF}(\vec{r}, \vec{\rho}) \right] \psi(\vec{r}, \vec{\rho}) = E\psi(\vec{r}, \vec{\rho}), (13)$$

ここで、 $V_{2NF,ij}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ は、 (i, j) -ペアについての二体力であり、 $V_{3NF}(\vec{r}, \vec{\rho})$ が、求めたい三体力である。

上の式において、三体力を求めるには、全ポテンシャルから二体力を不定性無く差し引くことが必要であり、そのためには、ポテンシャルの $\vec{r}, \vec{\rho}$ 依存性を明示的に取り扱わなければならない。そこで我々は、三核子が三次元空

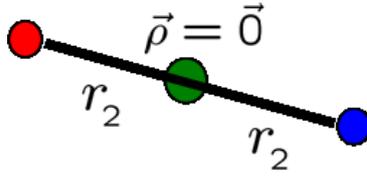


Figure 3: linear-setup の配置。

間において相対的に fix された配位での計算を行ってきている。具体的には、linear-setup, すなわち、三核子が一直線上に並び、かつ一つの核子が重心の位置にあるような三次元配位での計算を行っている。(図 3) このような系の特徴として、波動関数が 3 つの基底のみで張れるため、解くべき Schrödinger 方程式を 3×3 という小さな空間での結合チャンネル方程式に簡単化することができる。

さらに、二体力を差し引く手法についても、我々は parity-even の二体力のみを用いて三体力部分を同定する手法を開発してきた。具体的には、波動関数の bra ベクトルとして

$$\psi_S \equiv \frac{1}{\sqrt{6}} \left[-p_{\uparrow} n_{\uparrow} n_{\downarrow} + p_{\uparrow} n_{\downarrow} n_{\uparrow} - n_{\uparrow} n_{\downarrow} p_{\uparrow} + n_{\downarrow} n_{\uparrow} p_{\uparrow} + n_{\uparrow} p_{\uparrow} n_{\downarrow} - n_{\downarrow} p_{\uparrow} n_{\uparrow} \right], \quad (14)$$

という波動関数を用いる。この波動関数は、任意の二体核子ペアについて、スピン・アイソスピン反対称であるため、空間部分是对称であることが保証され、これによって parity-odd 二体力の情報無しで三体力の効果を取り出せることになる。一般的に、格子 QCD での核力決定においては、parity-odd 二体力は parity-even 二体力に比べてシグナルが悪いため、上記の手法は、三体力を精度良く決定するためには重要となる。

今回の研究では、以上の枠組みに加え、特に系統誤差のコントロールに重点を行った研究を行った。まず最初に、相関関数における励起状態の寄与についての研究を行った。従来我々が用いてきた時間非依存型 Schrödinger 方程式 (13) を用いてポテンシャルを求めるためには、相関関数が基底状態の寄与で飽和していることが必要である。しかし、多バリオン相関関数においては基底状態の飽和を実現するためには、かなり大きな Euclid 時間が必要なことが多く、そのため実際の計算では励起状態の寄与が系統誤差として入ってくる可能性がある。この点において、本研究では、次のような時間依存型 Schrödinger 方程式を、三体力計算に対しても持ちいることでこの問題

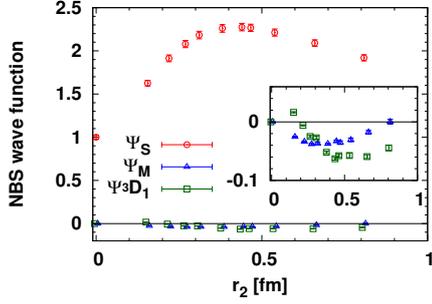


Figure 4: triton channel における三体系の波動関数。

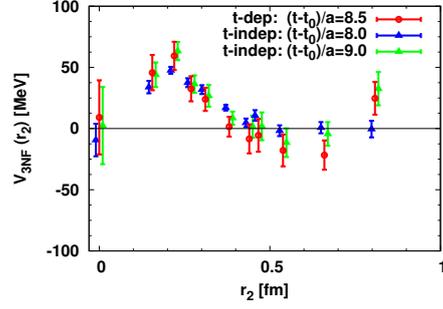


Figure 5: scalar/isoscalar 三体力に対する計算結果。(preliminary)

の解決を行った：

$$\left[-\frac{1}{2\mu_r} \nabla_r^2 - \frac{1}{2\mu_\rho} \nabla_\rho^2 + \sum_{i<j} V_{2NF,ij}(\vec{r}_i - \vec{r}_j) + V_{3NF}(\vec{r}, \vec{\rho}) \right] \psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, \vec{\rho}, t). \quad (15)$$

この手法においては、ポテンシャルのエネルギー非依存性を利用することにより、相関関数（あるいはNBS 波動関数）に励起状態の寄与があっても、正しくポテンシャルを決定することが可能となる。

格子 QCD 計算のセットアップとしては CP-PACS Collaboration によって生成され、ILDG/JLDG によって公開されている、 $N_f = 2$, $V = 16^3 \times 32$, $\beta = 1.95$, $1/a = 1.27 \text{ GeV}$, $c_{sw} = 1.53$, $\kappa_{ud} = 0.13750$ ($m_\pi = 1.13 \text{ GeV}$) のゲージ配位 598 個を用いた計算データを用いた。Coulomb gauge fixing を行った上で、wall source の quark propagator を用いて計算している。

図 4 は、 $(t - t_0)/a = 8$ での三体系 (triton channel) の波動関数に対する計算結果である。linear-setup における三つの基底に対応する波動関数をそれぞれに異なる色でプロットしている。三体力計算に最も効くのは、赤の点に対応する波動関数である。

図 5 は、波動関数をインプットとして、Schrödinger 方程式を逆解きして得られた、三体力の計算結果である。ここで三体力としては、scalar/isoscalar の形を用いた。青色および緑色のデータが、前期までの研究で得られた時間非依存法での結果であり、それぞれ $(t - t_0)/a = 8$, $(t - t_0)/a = 9$ に対応する。これに対して、赤色のデータが、今期での、時間依存法を用いた結果であり、 $(t - t_0)/a = 8$ と $(t - t_0)/a = 9$ のデータを両方用いることで、中間点 $(t - t_0)/a = 8.5$ で (時間依存) Schrödinger 方程式を解いて得られた結果であ

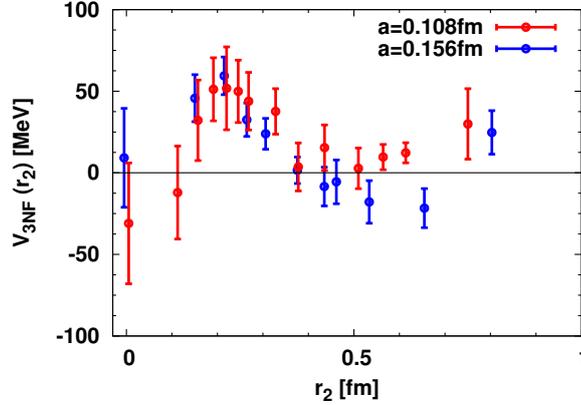


Figure 6: scalar/isoscalar 三体力に対する計算結果。赤が格子間隔 $a = 0.108$ fm, 青が格子間隔 $a = 0.156$ fm に対応する。(preliminary)

る。これらを比較すると、統計誤差の範囲でコンシステントであり、励起状態の扱いが改善された時間依存法の解析でもやはり近距離での斥力三体効果が得られている。なお、従来、高密度核物質系などでは、近距離斥力三体力が、現象論的に必要とされていることを強調したい。

我々は、さらに得られた結果の格子間隔依存性についても研究した。実際、一般的に、近距離においては離散化誤差が大きい可能性があるため、このような研究は重要である。この点を調べるため、今回の研究では格子間隔がより小さいセットアップでの格子計算を行った。具体的には、CP-PACS Collaboration によって生成された $N_f = 2$, $V = 24^3 \times 48$, $\beta = 2.10$, $1/a = 1.83$ GeV, $c_{sw} = 1.47$, $\kappa_{ud} = 0.13570$ ($m_\pi = 1.16$ GeV) ゲージ配位 798 個を用いて計算を行った。これは先の計算と比べ格子間隔が 45% 小さくなっている一方、他の物理的パラメータはほぼ同じである。

この計算は、(格子間隔単位での)体積が増加しているため、計算コストが非常に高いものであるが、日立 SE の方と協力することとで、10% 弱の計算高速化を達成した。これまで我々が開発してきた様々な高速化技法と併せ、全体として、ピーク性能に対する実行性能比が約 30% という非常に高い計算効率を達成したことになる。

これによって得られた三体力の結果が、図 6 である。青がこれまでの格子間隔 $a = 0.156$ fm に対応する結果 ($(t - t_0)/a = 8.5$) であり、赤がより小さな格子間隔 $a = 0.108$ fm に対応する結果 ($(t - t_0)/a = 12.5$) である。これから、格子間隔が小さい場合でも、(まだ統計誤差が大きい段階ではあるが)、

やはり近距離における三体斥力効果が見えていることが解る。

今後は、格子間隔が小さいセットアップにおいて、より統計を増やすことで、離散化誤差の影響について最終的な結論を得るとともに、クォーク質量がより軽い点での計算をすることで、クォーク質量依存性についても調べる予定である。また、linear-setup 以外の三次元配位での計算、triton channel 以外の channel の計算による三体力のスピン・アイソスピン依存性の研究、さらには flavor を $SU(3)$ に拡張した研究など、研究を様々な方向に発展させていく予定である。