

研究責任者名 Name	中村純 Atsushi Nakamura	所属機関 Affiliation	広島大学 Hiroshima University
受理番号 Proposal No.	大型 12/13-09	研究課題名 Program title	Wilson フェルミオンを用いた有限密度格子 QCD シミュレーションの研究

研究を終了しましたので、下記の通り報告します。

成果の概要

Abstract

(和文) 有限密度 QCD の研究は、QCD 理論の相構造を明らかにし、超高エネルギー重イオン反応、中性子星内部を理解するために重要である。特に格子 QCD の数値シミュレーションによる第一原理計算は、現象論的モデルや密度ゼロからの外挿に基づく現在の理解を大きく進めることが期待されている。

しかし、有限密度系格子モンテカルロ計算では、符号問題のために通常の手法が使えない。我々は、これまで開発して来たウイルソン・フェルミオン作用によるフガシティ展開公式により、符号問題の無いゼロ化ポテンシャル領域、及び虚数化学ポテンシャル領域でカノニカル分配関数を計算し、それを使用して全化学ポテンシャル領域の計算を行うプログラムを開発し、テストを行っている。現在、生成された配位が大きな密度領域の情報をどれだけ含んでいるか（オーバーラップ問題）の調査を小さな格子上で行っている。この調査が終了した段階で大規模計算に挑戦する予定である。

(英文) QCD at finite density will reveal the QCD phase structure, and provide important information on heavy ion collision experiments and interior neutron stars. The first principle calculation by Lattice QCD simulation is quite important because it provides more reliable information than present phenomenological approaches and extrapolation from the zero density information.

However, the finite density QCD simulation suffers from the sign problem and we can not employ the standard Monte Carlo methods. We have developed a fugacity expansion formula of the Wilson fermion determinant and test it: we evaluate the canonical partition functions at zero and imaginary chemical potential regions, and calculate the whole chemical potential regions with the canonical partition functions. Currently we investigate on small lattices how much (or less) information of large density regions in generated configurations (over-lap problem). After completing this investigation, we will challenge large scale simulations.

研究成果を公開しているホームページアドレス

研究成果の 公表	口頭研究発表 件数	査読つきの 学術論文数	プロシーディング 論文数	その他 (投稿中を含む)
	3	1	1	

成果の公表リスト（それぞれの枠に番号をつけて記入願います。）

口頭研究発表 Presentations at scientific meetings concerning the program									
1. 31st International Symposium on Lattice Field Theory, Mainz, ドイツ、2013年7月31日 “Pursuing QCD Phase Transition with Lattice QCD and Experimental Data” 2. eXtreme QCD, Bern、スイス、2013年8月5日 “What can we learn from RHIC proton multiplicity distributions on QCD phase diagram ?” 3. Future Trends in High-Energy Nuclear Collisions, Beijing、中国 “ole of Lattice QCD in Future High-Energy Nuclear Collisions” 4. 日本物理学会, 2013年秋(高知)、2013年9月21日 「多重度分布と QCD 相転移」									
査読つきの学術論文(雑誌名等には 巻、頁、発表年を記載) (* 不足する場合には追加願います。 Refereed Journal Articles (name of journal, volume, page, year)									
1	<table border="1"> <tr> <td>著者名 Author</td> <td>Keitaro Nagata; Shinji Motoki; Yoshiyuki Nakagawa; Atsushi Nakamura; Takuya Saito</td> </tr> <tr> <td>タイトル title</td> <td>Towards extremely dense matter on the lattice</td> </tr> <tr> <td>雑誌名 name of journal</td> <td>Progress of Theoretical and Experimental Physics 2012 2012: 1A103</td> </tr> <tr> <td>URL</td> <td>http://ptep.oxfordjournals.org/content/2012/1/01A103.full.pdf</td> </tr> </table>	著者名 Author	Keitaro Nagata; Shinji Motoki; Yoshiyuki Nakagawa; Atsushi Nakamura; Takuya Saito	タイトル title	Towards extremely dense matter on the lattice	雑誌名 name of journal	Progress of Theoretical and Experimental Physics 2012 2012: 1A103	URL	http://ptep.oxfordjournals.org/content/2012/1/01A103.full.pdf
著者名 Author	Keitaro Nagata; Shinji Motoki; Yoshiyuki Nakagawa; Atsushi Nakamura; Takuya Saito								
タイトル title	Towards extremely dense matter on the lattice								
雑誌名 name of journal	Progress of Theoretical and Experimental Physics 2012 2012: 1A103								
URL	http://ptep.oxfordjournals.org/content/2012/1/01A103.full.pdf								
2	<table border="1"> <tr><td>著者名</td><td></td></tr> <tr><td>タイトル</td><td></td></tr> <tr><td>雑誌名等</td><td></td></tr> <tr><td>URL</td><td></td></tr> </table>	著者名		タイトル		雑誌名等		URL	
著者名									
タイトル									
雑誌名等									
URL									
3	<table border="1"> <tr><td>著者名</td><td></td></tr> <tr><td>タイトル</td><td></td></tr> <tr><td>雑誌名等</td><td></td></tr> <tr><td>URL</td><td></td></tr> </table>	著者名		タイトル		雑誌名等		URL	
著者名									
タイトル									
雑誌名等									
URL									
プロシーディング論文(雑誌名等には 巻、頁、発表年を記載) (* 不足する場合には追加願います。 International Conference Proceedings (name of journal, volume, page, year)									
1.	<table border="1"> <tr> <td>著者名 Author</td> <td>S. Motoki, K. Nagata and A. Nakamura</td> </tr> <tr> <td>タイトル title</td> <td>Study of the low temperature and high density states by using lattice QCD simulations</td> </tr> <tr> <td>雑誌名等 name of journal</td> <td>PoS(Lattice 2012)266</td> </tr> <tr> <td>URL</td> <td>http://pos.sissa.it/archive/conferences/164/266/Lattice%202012_266.pdf</td> </tr> </table>	著者名 Author	S. Motoki, K. Nagata and A. Nakamura	タイトル title	Study of the low temperature and high density states by using lattice QCD simulations	雑誌名等 name of journal	PoS(Lattice 2012)266	URL	http://pos.sissa.it/archive/conferences/164/266/Lattice%202012_266.pdf
著者名 Author	S. Motoki, K. Nagata and A. Nakamura								
タイトル title	Study of the low temperature and high density states by using lattice QCD simulations								
雑誌名等 name of journal	PoS(Lattice 2012)266								
URL	http://pos.sissa.it/archive/conferences/164/266/Lattice%202012_266.pdf								
2.	<table border="1"> <tr><td>著者名</td><td></td></tr> <tr><td>タイトル</td><td></td></tr> <tr><td>雑誌名等</td><td></td></tr> <tr><td>URL</td><td></td></tr> </table>	著者名		タイトル		雑誌名等		URL	
著者名									
タイトル									
雑誌名等									
URL									
3.	<table border="1"> <tr><td>著者名</td><td></td></tr> <tr><td>タイトル</td><td></td></tr> <tr><td>雑誌名等</td><td></td></tr> <tr><td>URL</td><td></td></tr> </table>	著者名		タイトル		雑誌名等		URL	
著者名									
タイトル									
雑誌名等									
URL									
その他 (学位論文、紀要、投稿中の論文を含む) (URL を記載) Others (thesis for a degree, bulletin, papers to be published, etc.)									
1. URL: 2. URL:									
特記 (本研究に関係した、新聞記事・著作、受賞など) (過去に遡っても構いません。) Special Notes (newspaper article, literary works, awards, etc.)									
1. 2.									

H25年度 KEK 大型シミュレーション研究 実施報告書

Wilson フェルミオンを用いた有限密度格子 QCD シミュレーションの研究

1 研究組織

中村 純 (なかむら あつし) 広島大学情報メディアセンター・教授

永田 桂太郎 (ながた けいたろう) KEK・研究員

元木伸治 (もとにしんじ) KEK・研究員

2 当該期間の実施報告の詳細

QCD(量子色力学)は、物質の基本的要素と考えられているクォーク/グルーオンの力学であり、現代の素粒子論の標準理論の一つとなっている。この QCD は温度や密度を変化させたときには、我々が現在見ている低温/低密度のハドロン相のみでなく、クォーク・グルーオンプラズマ相、カラー超伝導相などを含む豊富な構造を持っていると考えられている。しかし、強い相互作用である QCD では摂動の適用範囲は限られており、これまで QCD 相図の研究は主として有効理論と密度ゼロでの格子 QCD によるものに限られてきた。

通常、格子 QCD のシミュレーションは

$$Z = \int \mathcal{D}\mathcal{U} \det \Delta(\mu) e^{-S_G} \quad (1)$$

の中の $\det \Delta(\mu) e^{-S_G} / Z$ を確率として分配関数 Z をモンテカルロ法で評価していくことで実行されるが、化学ポテンシャル μ がゼロでない実数の場合には $\Delta(\mu)$ が複素数になってしまい、このような計算ができなくなってしまう(符号問題)。 $\Delta(\mu)$ の代わりにその絶対値を使い (phase quench)、位相を reweighting factor として処理しても、位相に起因する符号の揺らぎがあり、また生成した配位が経路積分のインポートランスサンプリングになっていないというオーバーラップ問題が生じてしまうことが明らかになっている。

しかし、有限密度 QCD 状態は、高エネルギー重イオン衝突や宇宙初期の高温における QGP 状態やコンパクト天体内部の高密度物質などがあり、これらを第一原理計算である格子 QCD シミュレーションによって解明することは、格子 QCD 計算に科せられた使命である。

化学ポテンシャルが純虚数 μ_I の場合、クォーク行列式 $\det \Delta(\mu_I)$ は実となり符号問題は発生せず、モンテカルロ法が可能である。この方法は有限密度系の解析方法の一つとしてこれまでいくつかの研究が行われている。そこでは非閉じ込め相転移線の関数型の導出や、Roberge-Weiss 相転移点の位置や次数など主に QCD 相転移温度近傍が調べられてきた。

高エネルギー重イオン衝突実験データにおける多重度分布は、カノニカル分配関数 Z_n と直接に関係しているが、理論的にはこの Z_n は

$$Z_n = \frac{1}{3} \int d\theta e^{in\theta} Z(\theta = \frac{\mu_I}{T}) \quad (2)$$

によって求まる。虚数化学ポテンシャル領域では符号問題は無く、カノニカル分配関数が求まれば

$$Z(\mu, T) = \sum Z_n \xi^n \quad (3)$$

(ただし $\xi \equiv \exp(\mu/T)$ はフガシティ) によって任意のフガシティ領域の分配関数が計算でき、それから QCD 相図が分かるはずである。

しかし、定式の中の $\exp(in\theta)$ は n が大きくなると激しく振動し、それらの和を正確に計算するには非常に精度の高い $Z(\mu_I)$ の計算が必要になる。現在の純虚数化学ポテンシャル領域での格子 QCD 計算でそれを実現するのは難しい。

そこで、これまで開発してきたフェルミオン行列式 $\det \Delta(\mu)$ のフガシティ展開

$$\det \Delta(\mu) = \sum a_n \xi^n \quad (4)$$

を使い、 $(\det \Delta(\mu))^{N_f} = \sum_k c_k \xi^k$ として c_k の期待値を計算すればそれはカノニカル分配関数となる。

$$\langle c_k \rangle = Z_k \quad (5)$$

計算は、Clover 項を持つ Wilson 型フェルミオンと繰り込み群による改良ゲージ作用を用い、格子サイズは $N_s^3 \times N_t$, ($N_s = 8, 10, N_t = 4$) を用いた。

上記のようにして求めた Z_n を図 1 に示した。さらに $Z(\xi, T) = \sum Z_n \xi^n$ を計算し、 $Z=0$ となる複素フガシティ面で $Z=0$ となるものを示したのが図 2 である。高温では、低温で見られなかった Roberge-Weiss 相転移のシグナルが現れる。これは、実験データを解析する上で重要である。

今期では、以上のアルゴリズムの開発と、その小さな格子、重いクォーク領域でのテストを行った。今後、より大きな格子、現実に近いクォーク質量で計算を行っていく。

References

- [1] A. Nakamura and K. Nagata, "Pursuing QCD Phase Transition with Lattice QCD and Experimental Data", to appear in PoS(LATTICE 2013)216
- [2] K. Nagata, A. Nakamura and S. Motoki, "Low temperature limit of lattice QCD", Proceedings of The 30 International Symposium on Lattice Field Theory, 2012
- [3] Keitaro Nagata, Shinji Motoki, Yoshiyuki Nakagawa, Atsushi Nakamura and Takuya Saito, "Towards extremely dense matter on the lattice", Progress of Theoretical and Experimental Physics 2012; doi: 10.1093/ptep/pts003.

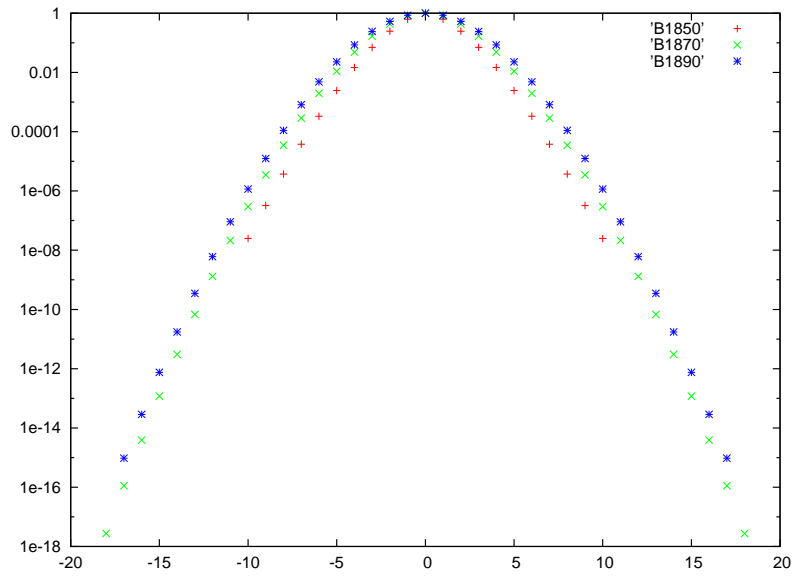


Figure 1: 格子計算でもとめたカノニカル分配関数 Z_n の分布。 $\beta = 1.85, 1.87, 1.89$.

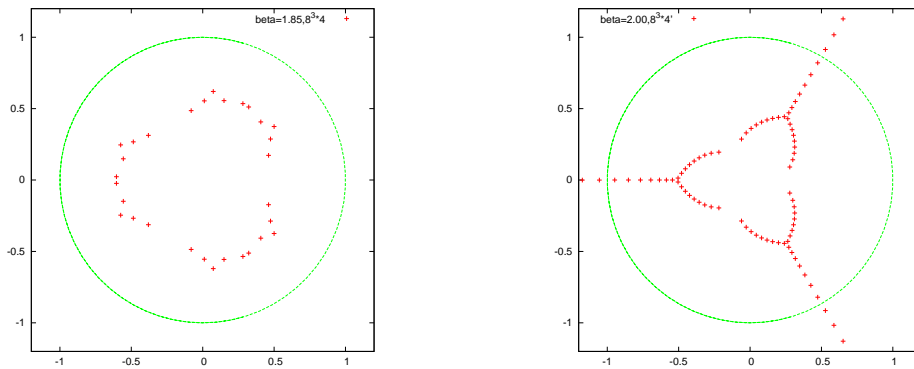


Figure 2: Z_n から構成した $Z(\mu, T)$ から計算したリー・ヤン・ゼロ分布。

- [4] Keitaro Nagata and Atsushi Nakamura, "EoS of finite density QCD with Wilson fermions by Multi-Parameter Reweighting and Taylor expansion", *Journal of High Energy Physics* April 2012, 2012:92
- [5] S. Motoki, K. Nagata and A. Nakamura, "Study of the low temperature and high density states by using lattice QCD simulations", *Proceedings of The 30 International Symposium on Lattice Field Theory*, 2012