

研究責任者名 Name	柴田 章博 Shibata Akihiro	所属機関 Affiliation	高エネルギー加速器研究機構 計算科学センター
受理番号 Proposal No.	大型 13/14-23	研究課題名 Program title	クォーク閉じ込めの双対超電導描像と閉じ込め・非閉じ込め相転移

研究を終了しましたので、下記の通り報告します。

#### 成果の概要

##### Abstract

(和文)

クォーク閉じ込め機構として双対超電導描像が有力視されている。我々のグループは、Yang-Mills 理論の非線形変数変換に基づく新しい定式化をおこない、ノンアーベリアン双対超電導描像における閉じ込めの機構を提唱した。これまで格子ゲージ理論に基づくシミュレーションを用いて、閉じ込めに寄与するモード（配位）を直接抽することでノンアーベリアン双対超電導描像の検証をおこない、弦超力における制限場ドミナンスノンアーベリアン及び磁氣的モノポールドミナンス、さらにはノンアーベリアンマイスナー効果によるフラックスチューブの形成を示した。本研究では、この新しい変数による定式化を有限温度の系に拡張し、有限温度におけるノンアーベリアン双対超電導描像に基づく閉じ込め機構について研究する。閉じ込め相、非閉じ込めの相における閉じ込めを担う制限場やノンアーベリアン磁氣的モノポールの果たす役割について解析を進め、閉じ込め・非閉じ込めの温度転移現象を双対超電導描像の立場から検証を行った。

(英文)

Dual superconductivity is believed as the promising mechanism for quark confinement. We have presented a new formulation of Yang-Mills theory on a lattice based on the non-linear change of variable, and proposed non-Abelian dual super-conductivity by using the new formulation. By using the simulation based on the lattice gauge theory, we have shown the evidences of the non-Abelian dual super conductivity: restricted field dominance and non-Abelian magnetic monopole dominance in the string tension and chromo-flux tubes from the non-Abelian dual Meissner effect.

In this study, we have further investigated our proposed non-Abelian dual super-conductivity at finite temperature. We have extended the new formulation at finite temperature, and investigated the role of the restricted field extracted from YM field and non-Abelian magnetic monopoles as quark confiner at finite temperature. Then, we have tested the relation between confinement/deconfinement phase transition and dual superconductivity in the finite temperature.

研究成果を公開しているホームページアドレス

研究成果の 公表	口頭研究発表 件数	査読つきの 学術論文数	プロシーディング 論文数	その他 (投稿中を含む)
	5	0	3	3

成果の公表リスト（それぞれの枠に番号をつけて記入願います。）

口頭研究発表 Presentations at scientific meetings concerning the program		
1. Akihiro Shibata, Kei-Ichi Kondo, Seikou Kato and Toru Shinohara, Magnetic monopole and confinement/deconfinement phase transition in SU(3) Yang-Mills theory, talk presented at The 32nd International Symposium on Lattice Field Theory(lattice 2014) 23-28 June, 2014, Columbia University New York, NY		
2. Akihiro Shibata, Kei-Ichi Kondo, Seikou Kato and Toru Shinohara, Discriminating between two reformulations of SU(3) Yang-Mills theory on a lattice: Abelian monopole or non-Abelian monopole responsible for confinement, talk given at Quark Confinement and the Hadron Spectrum XI, 07 September - 12 September 2014 St. Petersburg		
3. Kei-Ichi Kondo, Akihiro Shibata, Seikou Kato and Toru Shinohara, Reformulations of the Yang-Mills theory toward quark confinement and mass gap, talk given at Quark Confinement and the Hadron Spectrum XI, 07 September - 12 September 2014 St. Petersburg		
4. 柴田章博, 近藤慶一, 加藤清考, 篠原徹, クォーク閉じ込め・非閉じ込めの有限温度相転移と磁気的モノポールの役割, 理研シンポジウム・iTHES 研究会 「熱場の量子論とその応用」		
5. 柴田章博, 近藤慶一, 加藤清考, 篠原徹, SU(3)Yang-Mills理論におけるノンアーベリアン双対マイスナー効果の有限温度転移, 日本物理学会 第69回年次大会		
査読つきの学術論文(雑誌名等には 巻、頁、発表年を記載) (*) 不足する場合には追加願います。		
Refereed Journal Articles (name of journal, volume, page, year)		
1	著者名 Author	
	タイトル title	
	雑誌名 name of journal	
	URL	
プロシーディング論文(雑誌名等には 巻、頁、発表年を記載) (*) 不足する場合には追加願います。		
International Conference Proceedings (name of journal, volume, page, year)		
1.	著者名 Author	Akihiro Shibata, Kei-Ichi Kondo, Seikou Kato and Toru Shinohara
	タイトル title	Non-Abelian Dual Superconductivity in SU(3) Yang-Mills Theory Due to Non-Abelian Magnetic Monopoles
	雑誌名等 name of journal	Proceedings, KMI-GCOE Workshop on Strong Coupling Gauge Theories in the LHC Perspective (SCGT 12) : Nagoya, Japan, December 4-7, 2012, p.366-372
	URL	
2.	著者名	Akihiro Shibata, Kei-Ichi Kondo, Seikou Kato and Toru Shinohara
	タイトル	Non-Abelian Dual Superconductivity in SU(3) Yang-Mills Theory Due to Non-Abelian Magnetic Monopoles
	雑誌名等	Proceedings, KMI-GCOE Workshop on Strong Coupling Gauge Theories in the LHC Perspective (SCGT 12) : Nagoya, Japan, December 4-7, 2012, p.419-422
	URL	
3.	著者名	Akihiro Shibata, Kei-Ichi Kondo, Seikou Kato and Toru Shinohara
	タイトル	Non-Abelian dual Meissner effect and confinement/deconfinement phase transition in SU(3) Yang-Mills theory
	雑誌名等	PoS LATTICE2013 (2014) 506
	URL	<a href="http://arxiv.org/pdf/1403.3809.pdf">http://arxiv.org/pdf/1403.3809.pdf</a>
その他 (学位論文、紀要、投稿中の論文を含む) (著者、タイトル、論文種別、URL を記載) Others (thesis for a degree, bulletin, papers to be published, etc.)		
1. Kei-Ichi Kondo, Seikou Kato, Akihiro Shibata and Toru Shinohara, Quark confinement: dual superconductor picture based on a non-Abelian Stokes theorem and reformulations of Yang-Mills theory, arXiv:1409.1599 [hep-th], CHIBA-EP-209, KEK-PREPRINT-2014-23, <a href="http://arxiv.org/pdf/1409.1599.pdf">http://arxiv.org/pdf/1409.1599.pdf</a>		
2. Seikou Kato, Kei-Ichi Kondo, Akihiro Shibata and Toru Shinohara, Gauge-independent "Abelian" and magnetic-monopole dominance, and the dual Meissner effect in lattice SU(2) Yang-Mills theory, arXiv:1407.2808 [hep-lat], CHIBA-EP-206, KEK-PREPRINT-2014-4, <a href="http://arxiv.org/pdf/1409.1599.pdf">http://arxiv.org/pdf/1409.1599.pdf</a>		
3. Akihiro Shibata, Kei-Ichi Kondo, Seikou Kato and Toru Shinohara, Non-Abelian dual Meissner effect and confinement/deconfinement phase transition in SU(3) Yang-Mills theory, arXiv:1403.3888 [hep-lat], <a href="http://arxiv.org/pdf/1403.3888.pdf">http://arxiv.org/pdf/1403.3888.pdf</a>		
特記 (本研究に関係した、新聞記事・著作、受賞など) (過去に遡っても構いません。) Special Notes (newspaper article, literary works, awards, etc.)		

# 実施報告書（大型 13/14-23）

## クォーク閉じ込めの双対超電導描像と閉じ込め・非閉じ込め相転移

柴田章博

高エネルギー加速器研究機構計算科学センター

### 1 研究組織

- 柴田章博 [研究代表] :  
高エネルギー加速器研究機構・計算科学センター・研究機関講師
- 近藤慶一 : 千葉大学・理学部物理学科・教授
- 加藤清考 : 福井工業高等専門学校・一般教育科・准教授

### 2 研究の概要

双対超伝導描像はクォーク閉じ込めを説明する最も魅力的かつ有力なシナリオである。双対超伝導描像では、磁気的モノポールが閉じ込め機構に中心的な役割を果たすことを示すことが必要である。我々は、Cho-Duan-Ge-Faddeev-Niemi-Chabanov 分解に基づく定式化を拡張し、 $SU(N)$ -Yang-Mills 理論の格子上の新しい定式化を提唱し、従来のアーベリアン射影に基づく方法の問題点を克服し、ゲージに依存することなく、系のゲージ対称性を保持したまま、閉じ込めに寄与するモードを取り出して調べることを可能とした。申請者らは、QCD ( $SU(3)$  Yang-Mills 理論)における閉じ込め機構として、ノンアーベリアン双対超伝導描像を提唱し、その検証を進めてきた。弦超力における制限場ドミナンスノンアーベリアン及び磁気的モノポールドミナンス、さらにはノンアーベリアンミスナー効果によるフラックスチューブの形成を示した。本研究では、この新しい変数による定式化を有限温度の系に拡張し、有限温度におけるノンアーベリアン双対超電導描像に基づく閉じ込め機構について研究する。閉じ込め相、非閉じ込めの相における閉じ込めを担う制限場やノンアーベリアン磁気的モノポールの果たす役割について解析を進め、閉じ込め・非閉じ込めの温度転移現象を双対超電導描像の立場から検証を行った。

### 3 格子上の定式化

YM 場のゲージポテンシャルを分解  $U_{x,\mu} = V_{x,\mu} X_{x,\mu}$  を、連続極限でゲージポテンシャルの分解  $A_\mu(x) = V_\mu(x) + X_\mu(x)$  を与えるものを考える。リンク上の中点で定義された場  $\mathbb{A}_{x',\mu}, \mathbb{V}_{x',\mu}$  及び、格子上場  $\mathbb{X}_{x,\mu}$  とを用いて次のように対応付けられる。

$$U_{x,\mu} = \exp(-ig \int dx^\mu A_\mu(x)) = \exp(-ig\epsilon \mathbb{A}_{x',\mu}), \quad (1a)$$

$$V_{x,\mu} = \exp(-ig \int dx^\mu V_\mu(x)) = \exp(-ig\epsilon \mathbb{V}_{x',\mu}), \quad (1b)$$

$$X_{x,\mu} = V_{x,\mu}^\dagger U_{x,\mu} = \exp(-ig\epsilon \mathbb{X}_{x,\mu}). \quad (1c)$$

これらの場合は、ゲージ変換  $\Omega_x$  に対して、次のような変換性を持つ。

$$U_{x,\mu} \rightarrow \Omega U_{x,\mu} = \Omega_x U_{x,\mu} \Omega_{x+\mu}^\dagger, \quad (2)$$

$$V_{x,\mu} \rightarrow \Omega V_{x,\mu} = \Omega_x V_{x,\mu} \Omega_{x+\mu}^\dagger, \quad X_{x,\mu} \rightarrow \Omega X_{x,\mu} = \Omega_x X_{x,\mu} \Omega_x^\dagger. \quad (3)$$

ゲージ場の分解は、ゲージ群  $G$  の stability group 部分群  $H \subset G$  とその商空間  $G/H$  に対応して与えられる。  $G = SU(3)$  の minimal option ( $\tilde{H} = U(2)$ ) の場合は、変数分解  $U_{x,\mu} = X_{x,\mu} V_{x,\mu}$  は導入した随伴変換するカラー場  $\mathbf{h}_x = \Theta_x (\lambda_8/2) \Theta_x^\dagger$ , ( $\in G/H$ ) を用いて次の定義方程式で与えられる。

$$D_\mu^\epsilon[V] \mathbf{h}_x = \frac{1}{\epsilon} (V_{x,\mu} \mathbf{h}_{x+\mu} - \mathbf{h}_x V_{x,\mu}) = 0, \quad (4a)$$

この厳密解は次で与えられる。

$$X_{x,\mu} = \hat{L}_{x,\mu}^\dagger (\det(\hat{L}_{x,\mu}))^{1/3}, \quad V_{x,\mu} = X_{x,\mu}^\dagger U_{x,\mu} = \hat{L}_{x,\mu} U_{x,\mu} (\det(\hat{L}_{x,\mu}))^{-1/3}, \quad (5a)$$

$$L_{x,\mu} = \sqrt{L_{x,\mu} L_{x,\mu}^\dagger \hat{L}_{x,\mu} q} \iff \hat{L}_{x,\mu} = \left( \sqrt{L_{x,\mu} L_{x,\mu}^\dagger} \right)^{-1} L_{x,\mu}, \quad (5b)$$

$$L_{x,\mu} = \frac{5}{3} \mathbf{1} + (N-2) \frac{2}{\sqrt{3}} (\mathbf{h}_x + U_{x,\mu} \mathbf{h}_{x+\mu} U_{x,\mu}^{-1}) + 8 \mathbf{h}_x U_{x,\mu} \mathbf{h}_{x+\mu} U_{x,\mu}^{-1}. \quad (5c)$$

連続極限 ( $\epsilon \rightarrow 0$ ) を取ると、連続理論における定義方程式  $D_\mu[\mathbf{V}_\mu] \mathbf{h}(x) = 0$ ,  $\text{tr}(\mathbf{X}_\mu(x) \mathbf{h}(x))$  の方程式の解を再現する：

$$\mathbf{A}_\mu(x) = \mathbf{V}_\mu(x) + \mathbf{X}_\mu(x), \quad (6a)$$

$$\mathbf{V}_\mu(x) = \mathbf{A}_\mu(x) - \frac{4}{3} [\mathbf{h}(x), [\mathbf{h}(x), \mathbf{A}_\mu(x)]] - ig^{-1} \frac{4}{3} [\partial_\mu \mathbf{h}(x), \mathbf{h}(x)], \quad (6b)$$

$$\mathbf{X}_\mu(x) = \frac{4}{3} [\mathbf{h}(x), [\mathbf{h}(x), \mathbf{A}_\mu(x)]] + ig^{-1} \frac{4}{3} [\partial_\mu \mathbf{h}(x), \mathbf{h}(x)]. \quad (6c)$$

このリンク変数分解は、カラー場を導入してゲージ対称性を拡大しているため、ともともとの YM 理論と等価な理論を得るためには、カラー reduction 条件を課す。本研究では、 $SU(2)$  の CFNS 分解で導入された reduction 条件を拡張したものをを用いる：与えられたゲージ場  $U_{x,\mu}$  に対して、次の汎関数を最小にするようにカラー場  $\mathbf{h}_x$  を定める。

$$F_{\text{reduction}}[\mathbf{h}_x; U_{x,\mu}] = \sum_{x,\mu,k} \frac{1}{2} \text{Tr} \left( (D_\mu^\epsilon[U_{x,\mu}] \mathbf{h}_x)^\dagger D_\mu^\epsilon[U_{x,\mu}] \mathbf{h}_x \right). \quad (7)$$

磁氣的モノポール（磁氣的カレント）は、ノンアーベリアンストークスの定理、及び場の強さ  $\mathcal{F}_{\mu\nu}[\mathbf{V}]$  のホッジ分解によってゲージ不変に定義される。格子上でのゲージ不変な磁氣的モノポールカレントは  $k$  は次で与えられる。

$$V_{x,\mu} V_{x+\mu,\nu} V_{x+\nu,\mu}^\dagger V_{x,\nu}^\dagger = \exp(-ig\epsilon^2 \mathcal{F}_{\mu\nu}[\mathbf{V}](x)), \quad (8a)$$

$$\epsilon^2 \Theta_{\mu\nu}(x) := -\arg \text{Tr} \left[ \left( \frac{1}{3} \mathbf{1} - \frac{2}{\sqrt{3}} \mathbf{h}_x \right) V_{x,\mu} V_{x+\mu,\nu} V_{x+\nu,\mu}^\dagger V_{x,\nu}^\dagger \right], \quad (8b)$$

$$k_\mu(x) = 2\pi n_\mu(x) = \partial_\nu^* \Theta_{\mu\nu}(x) := \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \Theta_{\alpha\beta}(x). \quad (8c)$$

ここで、 $k_\mu$  は、分解によって得られた制限された場  $V$  により定義されており、ノンアーベリアン磁氣的モノポールである。

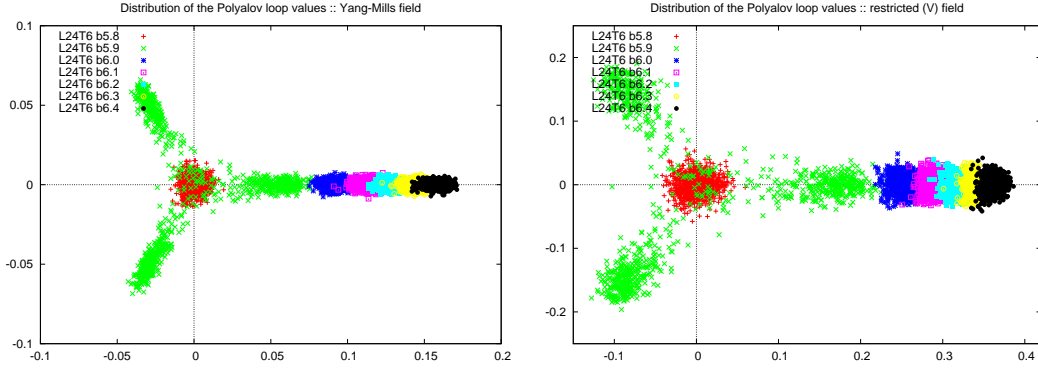


図 1: ポリヤコフループの空間平均の分布 : (左図) yang-Mills 場に対する分布。(右図) V-場に対する分布。

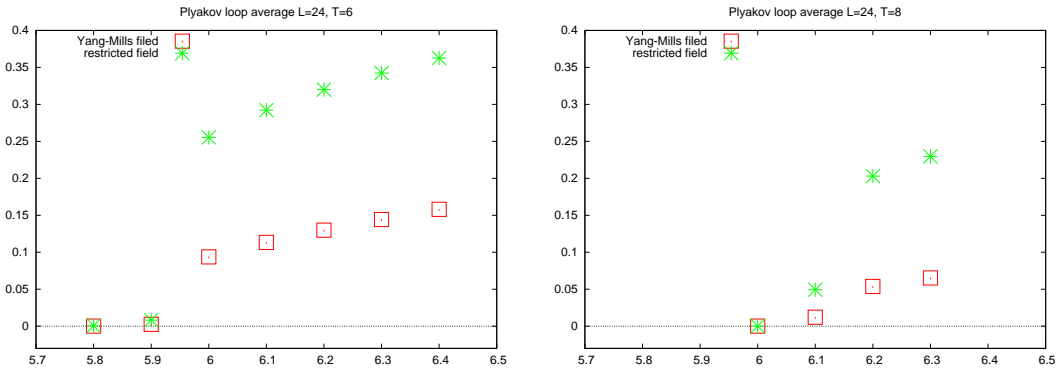


図 2: ポリヤコフループの空間平均の分布 : (左図) yang-Mills 場に対する分布。(右図) V-場に対する分布。

## 4 シミュレーションと結果

有限温度相転移を用いた解析においては、ウィルソン・ループに替えて、ポリヤコフループを用いて解析を行う。初めに、ゼロ温度のウィルソンループに対して成立した制限場 (V 場) ドミナンス (いわゆる”アーベリアン”・ドミナンス) が有限温度系においても成立していることを検証した。図 1 はオリジナルな Yang-Mills 場と制限場 V に対するポリヤコフループの空間平均を示している。図 2 は、それぞれの場の Polyakov ループの期待値を示している。Yang-Mills 場及び制限場の Polyakov ループの期待値が与える閉じ込め非閉じ込め相転移は一致する。また、Polyakov ループの 2 点関数を計測によっても V 場ドミナンスを確認した。

Polyakov ループの期待値はセンター対称性の破れを示しており、閉じ込め非閉じ込めの相転移を測る秩序パラメータとして慣例的に利用されている。本研究では、閉じ込め非閉じ込めの相転移双対超伝導の視点から検証を行う。クォーク・反クォークのソースとして、ウィルソンループの代わりにポリヤコフ・ループに置き換えたオペレータ

$$\rho_W[U] := \frac{\langle \text{tr}(U_P L^\dagger W L) \rangle}{\langle \text{tr}(W) \rangle} - \frac{1}{N} \frac{\langle \text{tr}(U_P) \text{tr}(W) \rangle}{\langle \text{tr}(W) \rangle}, \quad (9)$$

$$F_{\mu\nu}[U] := \epsilon^{-2} \sqrt{\frac{\beta}{2N}} \rho_W[U]. \quad (10)$$

を用いる。図 3 は、計測に用いたウィルソンオペレータを示している。クォーク・反クォークのソースをテンポラル (T) 方向の Polyakov ループとして導入し、クォーク・反クォークのつくる chromo-flux を計測しする。

図 4 は有限温度下におけるフラックスの計測をオリジナル Yang-Mills 場と抽出をした制限場 (V 場) につ

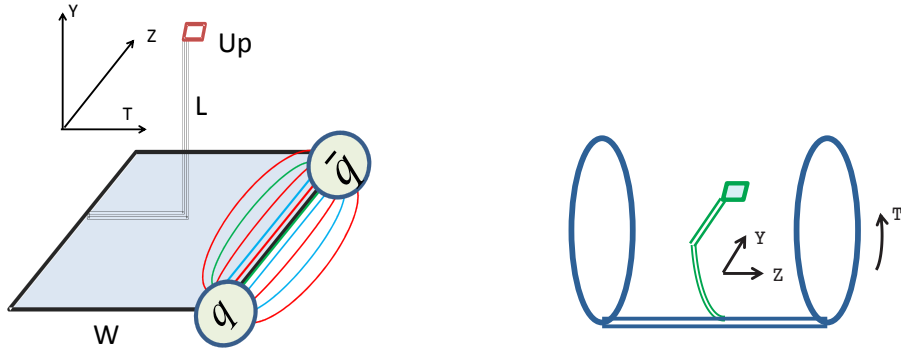


図 3: Ploriyakov loop を用いた chromo-flux の計測ためのオペレータ：(左) トーラスを展開したオペレータ (右) トーラス上の配置

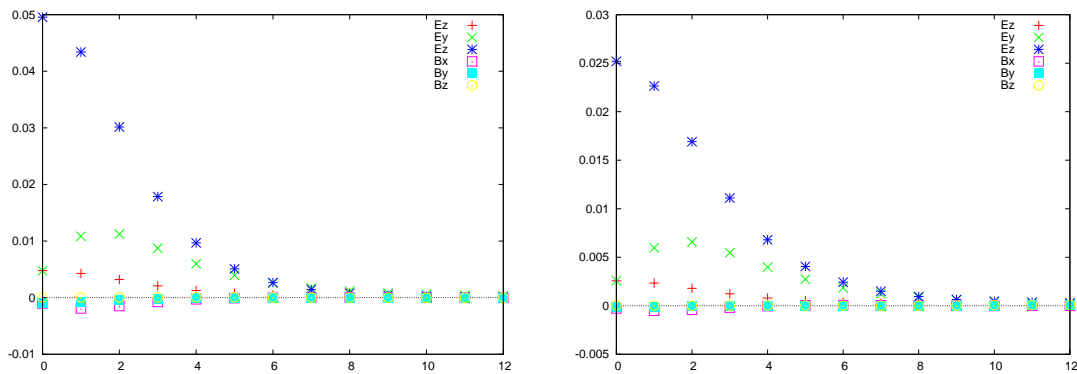


図 4: ploriyakov loop を用いた chromo-flux の計測  $24^4 \times 6$  lattice (左) Yang-Mills 場をソースとしたフラックス (右) V 場をソースとするフラックス。

いて計測を行ったものを示す。有限温度下では、chromo-flux のチューブが拡がりもち、双対超伝導状態が解消していることを示す。

双対マイスナー効果定量的にけんしょうするため、量子色フラックスと生成される磁氣的モノポールカレントの関係を調べた。クォーク・反クォーク間のフラックスによって生成される、磁氣的カレントは、制限された V 場を用いて、次のように計算される：

$$\mathbf{k} = *dF[\mathbf{V}], \tag{11}$$

図 5 は、温度を変化させたときとの生成される磁氣的 (モノポール) カレントの大きさをしめしており、閉じ込め・非閉じ込め相転移に伴って、磁氣的 (モノポール) カレントが消滅し、双対マイスナー効果が消失していることを示す。

## 5 まとめ

ノンアーベリアン双対超伝導描像を格子ゲージ理論に基づくシミュレーションによって検証を行った。chromo-electric 場のフラックス及び、磁氣的モノポール凝縮による磁氣的モノポールカレントを有限温度において計測し、閉じ込め・非閉じ込めの相転移が双対超伝導描像の視点から説明されることを lattice データから見出した。

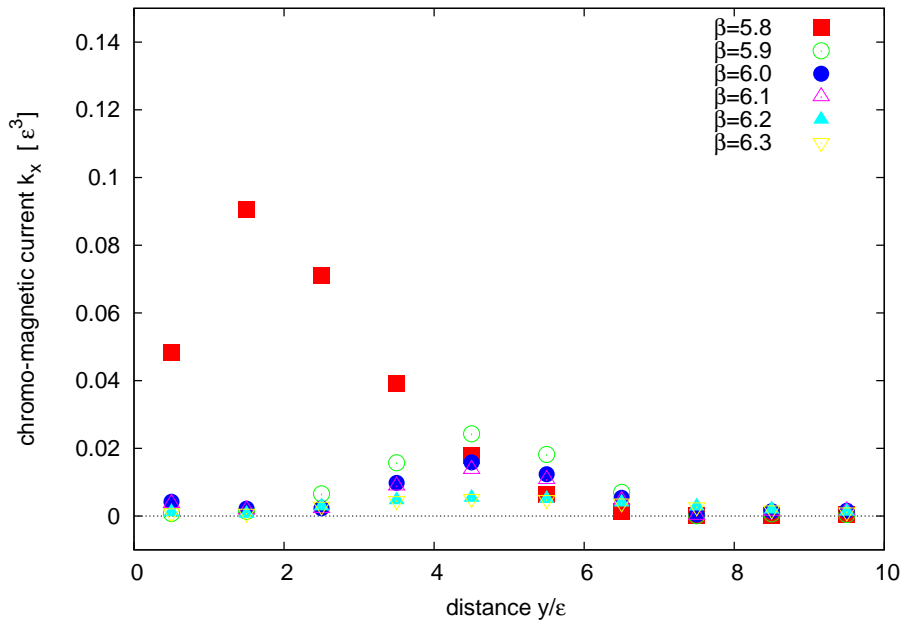


図 5: chromo-flux により生成される、chromo-magnetic current.