

研究責任者名 Name	大川 正典 OKAWA Masanori	所属機関 Affiliation	広島大学大学院理学研究科 Hiroshima University
受理番号 Proposal No.	大型 14/15-03	研究課題名 Program title	ツイストされた時空縮約モデルの数値的研究 Numerical study of twisted space-time reduced model

研究を終了しましたので、下記の通り報告します。

成果の概要

Abstract

(和文)

1) Twisted Eguchi-Kawai model (TEK model) は格子サイズ L が 1 で、ゲージ群のランクが $N = \hat{L}^2$ の時空縮約モデルであるが、 $L \neq 1$ の理論も考えることができる。この理論がラージ N 極限で、 $L\hat{L}$ にしか依存しないことを、数値シミュレーションにより Wilson loop の期待値を計算することにより非摂動論的に研究した。

2) 2 フレーバーのアジョイント・フェルミオンを含む時空縮約モデルは、クォーク質量が 0 で赤外固定点を持つコンフォーマル理論だと考えられている。赤外固定点の性質は、質量異常次元 γ_* によって支配されており、フェルミオン行列の固有値分布から γ_* を決定する研究を行なった。

3) TEK model でのステップスケリング関数の解析を、ツイストされた境界条件のもとでの Wilson flow 法を用いて行った。非摂動論的な結合定数のスケール依存性は、大まかに 2 ループからのベータ関数で支配されていることがわかった。

4) Over-relaxation 法を用いた TEK model の新しいシミュレーションアルゴリズムを開発した。

(英文)

1) The generalized twisted reduced model has been investigated. It is defined on a lattice with lattice size L with rank of group $N = \hat{L}^2$. We confirm non-perturbatively that the theory only depends on $L\hat{L}$ by calculating Wilson loop with numerical simulation.

2) The space-time reduced model with 2 flavor adjoint fermions are supposed to be a conformal theory having an infrared-fixed point at zero quark mass. The nature of the fixed point is governed by the mass anomalous dimension γ_* . We investigate the value of γ_* from the eigenvalue distribution of the fermion matrix.

3) The step-scaling function of the TEK model is calculated by Wilson flow method in twisted boundary condition. The non-perturbative scale dependence of the coupling constant is shown to follow approximately the two loop beta function.

4) New simulation algorithm of the TEK model is developed based on over-relaxation method.

研究成果を公開しているホームページアドレス

事務局にて使用	論文 査読有	論文 査読無	講義・発表	招待講演	その他
	4	0	0	0	0

研究課題名 ツイストされた時空縮約モデルの数値的研究
課題グループ名 sctek
研究代表者 大川正典 広島大学大学院理学研究科教授

素粒子の標準モデルは、その基礎を $SU(N)$ 非可換ゲージ理論においている。一般に $SU(N)$ 非可換ゲージ理論は非常に複雑な構造を持っているが、4次元格子上で定義された $SU(N)$ 格子ゲージ理論は、 N を無限に持っていった極限で時空の自由度を内部空間に吸収できてしまう可能性がある。実際、江口・川合は格子点が1点しかない時空縮約理論を考えた [1]。現在この理論は江口・川合模型 (EK-model) と呼ばれている。EK-model には $Z(N)$ 対称性があり、この対称性が破れていなければ、4次元格子上で $SU(N)$ ゲージ理論と EK-model は N を無限に持っていった極限で同等である。しかしこの対称性は弱結合相および中間結合相で自発的に破れてしまい、2つの理論は等しくない。この困難を解決するために、Gonzalez-Arroyo と私は、EK-model にツイストされた境界条件を課した twisted EK-model (TEK-model) を提案した [2, 3]。TEK-model が正しく $SU(N)$ 格子ゲージ理論を再現するのであれば、ラージ N 極限での弦定数が計算できるはずであり、SR16000 計算機を用いて連続理論での弦定数を計算した [4]。その結果は、通常の $SU(N)$ ゲージ理論で有限の N での弦定数を計算し、 N 無限大に外挿した値と完全に一致しており、TEK-model が正しくラージ N ゲージ理論を記述していることがわかった。本年度は、時空縮約理論について次の4点について研究した。なお、計算は高エネルギー加速器研究機構および京都大学基礎物理学研究所の SR16000 計算機を同時に用いて行った。

1) TEK-model は格子点が1点の理論であるが、ツイストされた境界条件のもとでは、さらに一般的な時空縮約理論を考えることができる。 $SU(N)$ ゲージ理論で、 $N = \hat{L}^2$ とする。ここで \hat{L} は正の整数である。ツイストされた境界条件は、フラックス k と呼ばれる正の整数で区別される。ただし、 k と \hat{L} は互いに素である。格子点が L^4 の格子理論を考えると、我々の研究により [5, 6]、理論は $L\hat{L}$ および、 \bar{k}/\hat{L} にしか依存しないことが、摂動論の範囲内で示されている。ここで \bar{k} は、 $\bar{k}k = \hat{L} \pmod{\hat{L}}$ を満たす正の整数である。さらにラージ N 極限を考えると、 \bar{k}/\hat{L} 依存性は $O(1/N^2)$ となり、理論は $L\hat{L}$ にしか依らなくなる。これが、一般化された時空縮約理論であり、 $L = 1$ が TEK-model である。本年度はこの *volume independence* と呼ばれる現象を、数値シミュレーションにより非摂動的に研究した [7]。具体的には、 $L = 1, 2, 4$ の場合に \hat{L} を色々とり、 \hat{L} が大きい時、Wilson loop の期待値が、 $L\hat{L}$ にしか依存しないことを確かめた。これにより、*volume independence* が非摂動的に確かめられたことになる。

2) 近年、アジョイント表現に属するフェルミオンを伴った $SU(N)$ ゲージ場理論が大きな関心を呼んでいる。その理由のひとつに、AdS/CFT 対応がある。これによると、4次元超対称ゲージ理論と、Anti de Sitter 時空を背景にもつ5次元超弦理論が対応している。特にゲージ理論でラージ N 極限をとると、対応する弦理論は古典的な超重力理論となる。アジョイント・フェルミオンを持つラージ N ゲージ理論も時空を縮約したモデルを考えることができる [8]。

2フレーバーのアジョイント・フェルミオンを含む理論は、クォーク質量が0で赤外固定点を持つコンフォーマル理論だと考えられている。赤外固定点の性質は、質量異常次元 γ_* によって支配されており、本年度はフェルミオン行列の固有値分布 (eigenvalue density) から γ_* を決定する研究を行なった。フェルミオン行列の eigenvalue density ρ は、固有値を ω として

$$\rho(\omega) = A\omega^{(3-\gamma_*)/(1+\gamma_*)} \quad (1)$$

となる。格子上での実際の計算では、有限質量のエルミートディラック演算子 $M = m_q^2 - \not{D}^2$ の固有値 Ω^2 を計算し、 $\omega = \sqrt{\Omega^2 - m_q^2}$ とする。数値シミュレーションでは格子サイズが有限であることから系統誤差を評価する必要があるが、有限サイズ効果を受けるのは小さな固有値だけで、大きな固有値は有限サイズ効果をほとんど受けないと考えられる。実際、図 1 に $N=121$ 、 $b=0.35$ で 1000 個の固有値を計算した結果と、 $N=289$ で 2000 個の固有値を計算した結果を比較した [9]。 $a\Omega$ が小さいときは結果に違いがあるが、 $a\Omega$ が大きいときには優位な差はない。 $b=0.36$ の計算も行い、大きな $a\Omega$ での解析から $\gamma_*=0.269(2)(50)$ が得られた。ただし最初の誤差は統計誤差、2 番目の誤差は系統誤差である。

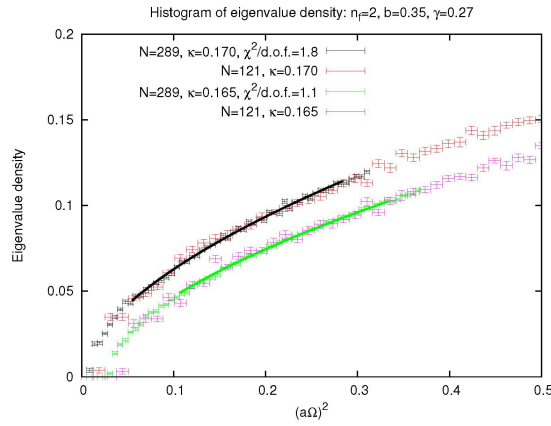


図 1:

3) Wilson flow 法を用いたステップスケーリング関数の解析

理論の固定点の研究をする最も直接的な方法は、結合定数のスケール依存性を調べることであり、格子上では、ステップスケーリング関数を用いる解析が有効である。従来、シュレディンガー関数を用いた研究がされているが、境界条件を $O(a)$ で improve する必要がある。最近、Wilson flow 法を用いたステップスケーリング関数の研究が注目を集めている。特に、ツイストされた境界条件での解析は、周期的境界条件の欠点である constant field の問題がなく、また自動的に $O(a)$ improvement がされているので、有望な方法と考えられている。本年度は、TEK model でのステップスケーリング関数の解析を行った [10]。図 2 に結果を示す。横軸は繰り込み前の結合定数 u 、縦軸はスケール (=格子サイズ) を 1.5 倍にとった時の結合定数 σ と u の比である。予想されるように非摂動論的な結合定数のスケール依存性は、大まかに 2 ループからのベータ関数で支配されている。

4) 通常、TEK model の数値シミュレーションは Heat-Bath 法によって行われているが、over-relaxation 法を用いることにより、auto-correlation length を約 2 分の 1 に出来ることを示した [11]。

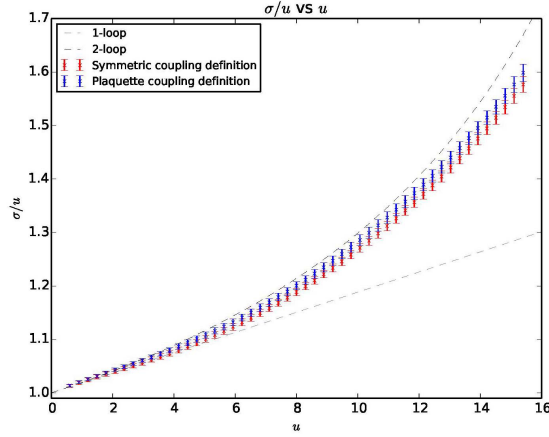


图 2:

参考文献

- [1] T. Eguchi and H. Kawai, “Reduction of dynamical degrees of freedom in the large N gauge theory”, *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1063.
- [2] A. Gonzalez-Arroyo and M. Okawa, “Twisted Eguchi-Kawai Model: a reduced model for large N lattice gauge theory”, *Phys. Rev. D* **27** (1983) 2397.
- [3] A. Gonzalez-Arroyo and M. Okawa, “large N reduction with the twisted Eguchi-Kawai model”, *JHEP* 1007 (2010) 043.
- [4] A. Gonzalez-Arroyo and M. Okawa, “The string tension from smeared Wilson loops at large N ”, *Phys. Lett. B* 718 (2013) 1524.
- [5] M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo and M. Okawa, “Spatial volume dependence for 2+1 dimensional $SU(N)$ Yang-Mills theory”, *JHEP* **1309** (2013) 003.
- [6] M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo and M. Okawa, “Volume independence for Yang-Mills fields on the twisted torus”, *International Journal of Modern Physics A* Vol. 29, No. 25 (2014) 1445001.
- [7] A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa, “Testing volume independence of $SU(N)$ pure gauge theories at large N ”, *JHEP* 1412 (2014) 106.
- [8] A. Gonzalez-Arroyo and M. Okawa, “Twisted space-time reduced model of large N QCD with two adjoint Wilson fermions”, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 014514.
- [9] M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, L. Keegan, M. Okawa, “Mass anomalous dimension of Adjoint QCD at large N from twisted volume reduction”, *JHEP* 1508 (2015) 034.
- [10] M. Garcia-Perez, A. Gonzalez-Arroyo, L. Keegan and M. Okawa, “The $SU(\infty)$ twisted gradient flow running coupling”, *JHEP* 1501 (2015) 038.
- [11] M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, L. Keegan, M. Okawa, A. Ramos, “A comparison of updating algorithms for large N reduced models”, *JHEP* 1506 (2015) 193.