

研究責任者名 Name	浅川 正之 ASAKAWA Masayuki	所属機関 Affiliation	大阪大学理学研究科 Osaka University
受理番号 Proposal No.	大型 14/15-15	研究課題名 Program title	格子 QCD による有限温度媒質中のチャーモニウムの分散関係の解析 Charmonia dispersion relation in deconfined phase on the lattice

研究を終了しましたので、下記の通り報告します。

成果の概要

Abstract

(和文) 格子 QCD をもちいて J/ψ と η_c の有限温度有限運動量相関関数を測定し、最大エントロピー法 (MEM) を用いてスペクトル関数を復元した。復元したスペクトル関数の束縛状態を表すピークを解析することで、真空と有限温度媒質中におけるチャーモニウムの分散関係と、ピークの留数の運動量依存性を調べた。その結果、有限温度媒質中におけるチャーモニウムの分散関係と留数の運動量依存性は、真空のものと同じであり誤差の範囲で媒質効果が見いだせないという非自明な結果を得た。

また、媒質中においてベクターチャンネルのスペクトル関数は Lorentz 対称性の欠如により縦波と横波が分離する。我々はスペクトル関数の縦波と横波成分を MEM を用いて復元した。その結果、MEM の精度の範囲内ではスペクトル関数の縦波と横波成分の構造に違いは見られなかった。

(英文)

We measured the correlation functions for J/ψ and η_c with finite momentum at finite temperature on the lattice. We reconstruct the spectral functions from the correlation functions using the maximum entropy method (MEM). We studied the dispersion relation of charmonia and the momentum dependence of the residue in vacuum and at finite temperature from the reconstructed spectral function. We obtain nontrivial results that the dispersion relation and the momentum dependence of the residue are consistent with the vacuum one within statistics.

Then the spectral function for vector channel is decomposed into the transvers and longitudinal components at finite temperature because the system lacks Lorentz invariance. We reconstruct them and find that there are no difference in the resolution of MEM analysis.

事務局にて使用	論文 査読有	論文 査読無	講義・発表	招待講演	その他
	0	0	5	0	0

格子 QCD による有限温度媒質中のチャーモニウムの分散関係の 解析

1 研究組織

- 研究責任者
浅川 正之 (あさかわ まさゆき) 大阪大学 大学院理学研究科・教授
- 共同研究者
北沢 正清 (きたざわ まさきよ) 大阪大学 大学院理学研究科・助教
池田 惇郎 (いけだ あつろう) 大阪大学 大学院理学研究科・D2

2 実施報告

2.1 研究背景

相対論的重イオン衝突実験においてチャーモニウムの収量は QGP 生成のシグナルとして重要な観測の一つと考えられている。このため、格子 QCD 数値解析により臨界温度 (T_c) 付近のチャーモニウムの性質を第一原理的に調べる研究も数多くなされている。しかし、これまで格子計算による研究においては、媒質に対して静止したチャーモニウムの性質が主な研究対象であり、媒質に対して運動するチャーモニウムの性質の研究はあまりなされていない。一方、重イオン衝突実験において生成するチャーモニウムは媒質に対して運動している。この運動が媒質中のチャーモニウムの状態に影響を及ぼす可能性がある。

2.2 研究方法

我々は、格子上で有限運動量をもった相関関数

$$G(\tau, \vec{k}) = \int d^3x e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \langle J_l(\tau, \vec{x}) J_l^\dagger(0, \vec{0}) \rangle \quad (1)$$

$$= \int_0^\infty K(\tau, \omega) A(\omega, \vec{k}) d\omega, \quad (2)$$

を測定し、最大エントロピーを用いてスペクトル関数を復元した。ここで積分変換の核 $K(\tau, \omega)$ は

$$K(\tau, \omega) = \frac{e^{-\tau\omega} + e^{-(1/T-\tau)\omega}}{1 - e^{-\omega/T}} \quad (3)$$

であたえられ、オペレーター $J_l(\tau, \vec{x}) = \bar{c}i\gamma_l c$ は $l = 1, 2, 3$ がベクターチャンネル、 $l = 5$ が擬スカラーチャンネルに対応する。そして復元したスペクトル関数を解析することで、有限温度媒質中におけるチャーモニウムの分散関係および、束縛状態に対応するスペクトル関数のピークの留数の運動量依存性を調べた。

また、媒質中においてベクターチャンネルのスペクトル関数は縦波と横波に分離する、

$$A^{\mu\nu}(\omega, \vec{k}) = P_T^{\mu\nu} A_T(\omega, \vec{k}) + P_L^{\mu\nu} A_L(\omega, \vec{k}). \quad (4)$$

ここで射影演算子 P_T と P_L は、

$$P_T^{00} = P_T^{0i} = P_T^{i0} = 0 \quad (5)$$

$$P_T^{ij} = \delta^{ij} - k^i k^j / |\vec{k}|^2 \quad (6)$$

$$P_L^{\mu\nu} = k^\mu k^\nu / k^2 - g^{\mu\nu} - P_T^{\mu\nu} \quad (7)$$

で定義される。

実時間相関関数の虚部であるスペクトル関数を虚時間相関関数から得るには、式 (2) の逆変換、虚時間から実時間への解析接続を行う必要がある。格子 QCD から得られる虚時間相関関数は有限個のデータ点から成るため、一般にこの解析接続は難しい。そこで、我々はこの虚時間相関関数を最大エントロピー法を用いて解析することで、スペクトル関数を推定した。最大エントロピー法の利点の一つとして、復元されたスペクトル関数を持つ誤差を手法の範囲内で評価できることが挙げられる。MEM の誤差はスペクトル関数の汎関数 $\mathcal{O}[A(\omega)]$ のある領域 I における平均

$$\langle \mathcal{O}[A(\omega)] \rangle_I = \int d\alpha \int [dA] \int_I d\omega \mathcal{O}[A(\omega)] P(A, \alpha) / \int_I d\omega, \quad (8)$$

に対して、

$$\langle (\delta \mathcal{O}[A(\omega)])^2 \rangle_I = \int d\alpha \int [dA] \int_{I \times I} d\omega d\omega' \delta \mathcal{O}[A(\omega)] \delta \mathcal{O}[A(\omega')] P(A, \alpha) / \int_{I \times I} d\omega d\omega' \quad (9)$$

で定義される。ここで $\delta \mathcal{O}[A(\omega)] = \mathcal{O}[A(\omega)] - \mathcal{O}[A_\alpha(\omega)]$ そして、 $A_\alpha(\omega)$ はある α において MEM のもっともらしさ $P(A, \alpha)$ を最大化するスペクトルである。

有限温度媒質中におけるチャーモニウムの分散関係を調べるには、チャーモニウムに対応するスペクトル関数のピーク位置の運動量依存性を調べる必要がある。ここで問題となるのは「スペクトル関数のピークの位置」をどう定義するかである。最大エントロピー法によって復元されたスペクトル関数は不定性を持っている。そのため、スペクトル関数のピークの頂点のエネルギー ω やピークの幅といった、スペクトル関数の形状だけから決まる量は物理量とは直接対応しない。そこで、我々は「スペクトル関数のピークの位置」をピークの重心を用いて

$$R_{\text{peak}} = \frac{\langle \omega A(\omega) / \omega^2 \rangle_I}{\langle A(\omega) / \omega^2 \rangle_I} \quad (10)$$

と定義した。この定義を用いれば、先に述べた最大エントロピー法における誤差評価の手法を応用することで、ピークの重心について誤差を

$$\delta R_{\text{peak}} = \frac{\sqrt{\langle \{\delta(\omega A(\omega)/\omega^2)\}^2 \rangle_I}}{\langle A(\omega)/\omega^2 \rangle_I}. \quad (11)$$

と評価することが可能である [1]。

次に、真空において、 $c\bar{c}$ の束縛状態が存在するとき、スペクトル関数のその束縛状態の質量付近の構造は

$$\begin{aligned} A(\omega, \vec{k})_{\text{peak}} &= Z\delta(m^2 - |\vec{k}|^2) \\ &= Z'\delta\left(m - \sqrt{\omega^2 - |\vec{k}|^2}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

で表すことができるはずである。ここで、 Z は定数で、 $Z' \equiv Z/2\omega$ を導入した。そして式 (12) より、真空において Z' は定数であることがわかる。

MEM で再構築したスペクトル関数の解析においては、 Z' を $A(\omega, \vec{k})/\omega$ の面積、

$$Z' = \langle A(\omega, \vec{k})/\omega \rangle_I, \quad (13)$$

で定義する。

2.3 数値計算

これらの解析では、運動量の解像度を大きくするため空間体積をできるだけ大きくとる必要がある。そのためこのシミュレーションではクエンチ近似および、非等方度 4 の非等方格子を用いた。ゲージ配位のアップデートには熱浴法と過緩和法を併用し、standard Wilson ゲージ作用と Wilson フェルミオンを用いた。表 1 に示すパラメーターでシミュレーションを行い、そのゲージ配位上で擬スカラーチャンネルとベクターチャンネルの有限運動量をもつ虚時間相関関数を測定した。

表 1 格子計算のパラメーター

N_τ	T/T_c	N_σ	L_σ [fm]	a_τ [fm]	a_σ/a_τ	β	N_{conf}
44	1.70	64	2.496	0.00975	4	7.0	700
46	1.62	64	2.496	0.00975	4	7.0	500
50	1.49	64	2.496	0.00975	4	7.0	500
96	0.78	64	2.496	0.00975	4	7.0	500

図 1 は真空、有限温度においてのベクターチャンネルの虚時間相関関数の運動量依存性を示している。ここで運動量は $\vec{k} = (p, 0, 0)$ とおいた。この図より虚時間相関関数の進行方向に垂直な成分と平行な成分の運動量依存性が異なることがわかる。

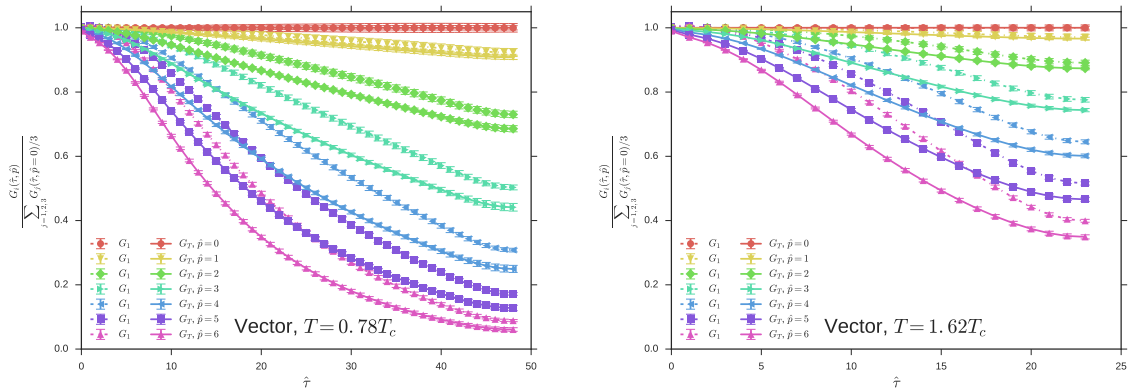


図1 ベクターチャンネルの有限運動量相関関数とゼロ運動量相関関数の比。上の図は $T = 0.78T_c$ であり、真空に対応し、下の図は $T = 1.62T_c$ であり、有限温度である。破線は進行方向に平行な成分 $G_1(\tau, \hat{p})$ 。実線は進行方向に成分の平均 $G_T(\tau, \hat{p}) = (G_2(\tau, \hat{p}) + G_3(\tau, \hat{p}))/2$ 。

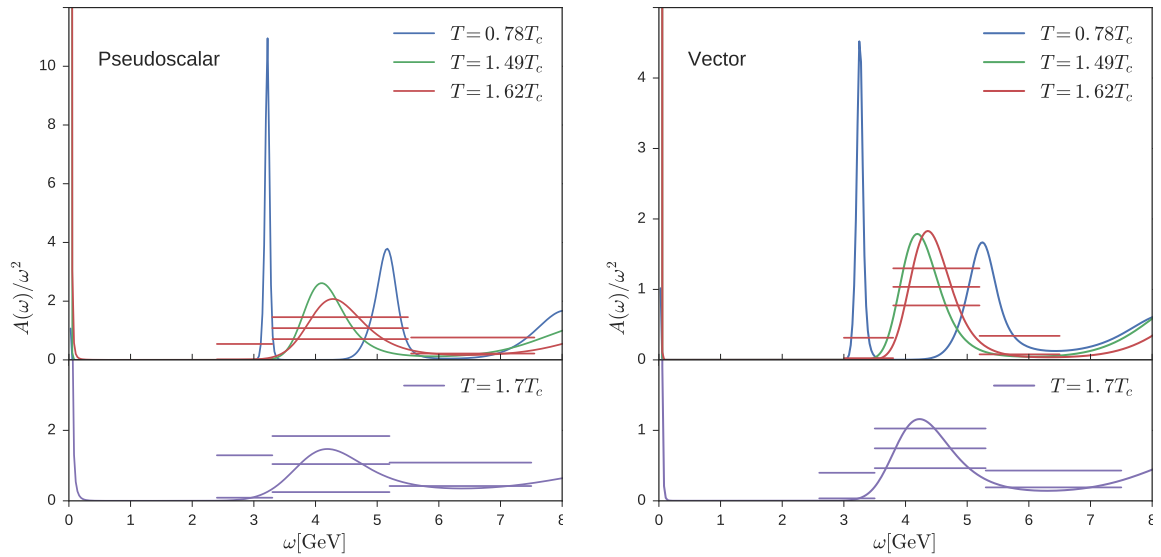


図2 ゼロ運動量スペクトル関数の温度依存性。左は擬スカラーチャンネル、右はベクターチャンネル。横線は式 (8) のスペクトルの平均値、及び式 (9) の誤差を表す。

図2はゼロ運動量におけるスペクトル関数の温度依存性、図3は $T = 1.62T_c$ における擬スカラーチャンネル、ベクターチャンネルのスペクトル関数の運動量依存性を示したものである。これら図より、擬スカラーチャンネル、ベクターチャンネルともに $1.62T_c$ までは束縛状態が存在していることがわかる。そして束縛状態が存在する $T = 0.78T_c, 1.49T_c, 1.62T_c$ のスペクトル関数について分散関係と留数の運動量依存性の解析を行った。

図4はチャーモニウムの分散関係を評価した結果である。図より、有限温度においてもチャーモ

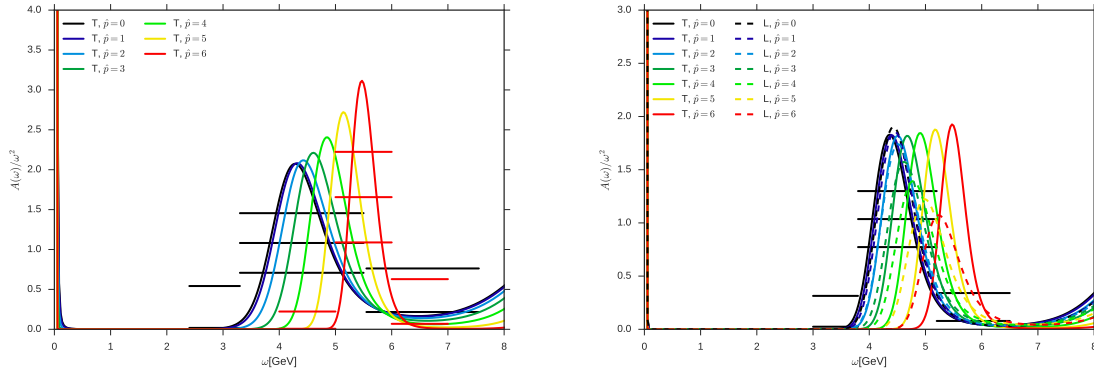


図3 $T = 1.62T_c$ におけるスペクトル関数の運動量依存性。左は擬スカラーチャンネル、右はベクターチャンネル。

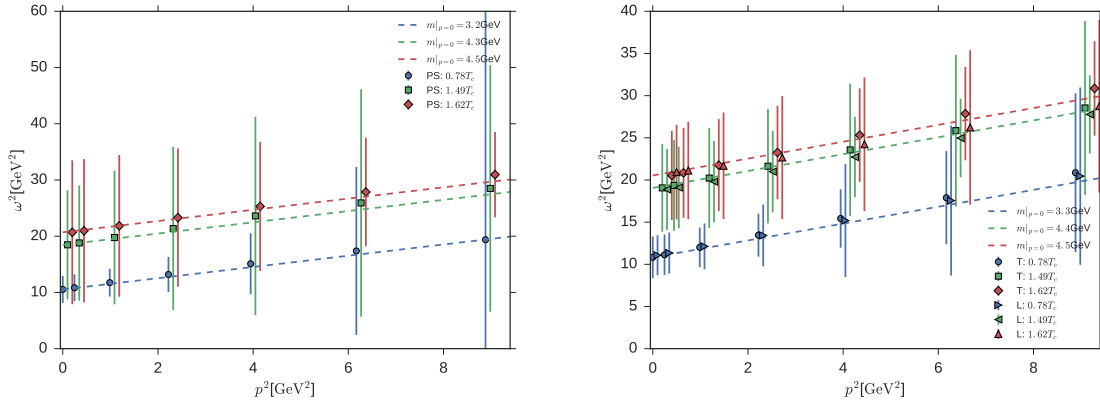


図4 チャーモニウムの分散関係の温度依存性。左は擬スカラーチャンネル、右はベクターチャンネル。破線は式(14)。

ニウムの分散関係は Lorentz 型の分散関係

$$\omega^2 = m_0^2 + |\vec{k}|^2. \quad (14)$$

ここで m_0 は質量、と大きく異ならないという非自明な結果を確認できる。また、ベクターチャンネルの縦波、横波の差はエラーの範囲では確認できない。

次に、チャーモニウムの束縛状態に対応するピークの留数の運動量依存性を調べた。図5はチャーモニウムの束縛状態に対応するピークの留数の運動量依存性を示したものである。図より擬スカラーチャンネル、ベクターチャンネルの双方において有限運動量における留数の運動量依存性は見えないという非自明な結果を得ることができた。

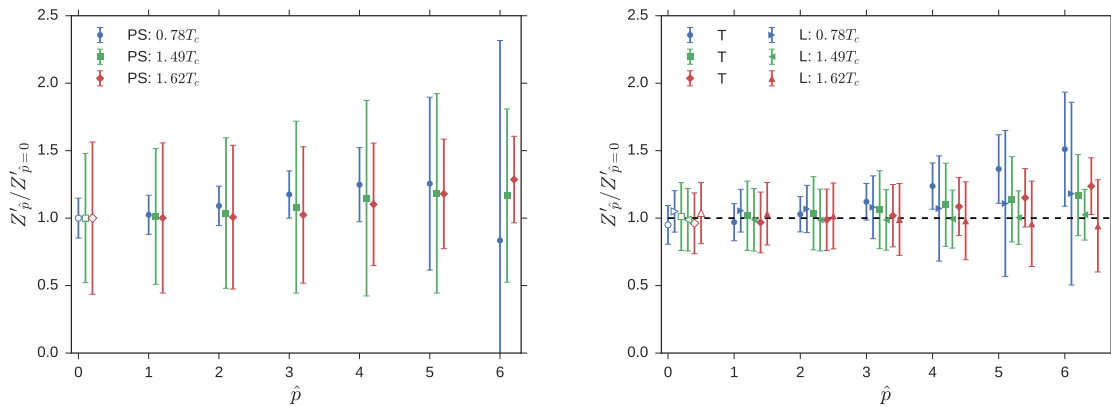


図5 束縛状態に対応するピークの留数をゼロ運動量の留数で規格化したものの運動量依存性。左は擬スカラーチャンネル、右はベクターチャンネル。

2.4 まとめ

有限温度媒質中におけるチャーモニウムの分散関係と留数の運動量依存性を MEM の誤差つきで初めて解析した。これらの結果より、今回の MEM の精度の範囲では、媒質中のチャーモニウムの運動量は、チャーモニウムの質量程度までは、束縛状態に影響を及ぼさないということが分かった。また、ベクターチャンネルのスペクトル関数の媒質中における分離を詳細に解析した。今回の結果ではチャーモニウムが溶解するであろう $T = 1.6T_c \sim 1.7T_c$ 付近において、MEM の結果が不安定であった。これは統計量およびダブラーの効果によるものと考えられる。本年度の研究ではダブラーの効果を抑制するためにより細かい格子上での解析を準備している。

参考文献

- [1] A. Ikeda, M. Asakawa and M. Kitazawa, PoS (LATTICE2014)215.