

研究責任者名 Name	岩崎 洋一 IWASAKI Yoichi	所属機関 Affiliation	高エネルギー加速器研究機構 KEK
受理番号 Proposal No.	大型 14/15-18	研究課題名 Program title	Conformal Theories の研究

研究を終了しましたので、下記の通り報告します。

成果の概要
Abstract

Nf=2 有限温度 QCD に於けるコンフォーマル領域

最近、我々は、「2 フレーバ QCD の高温相に於ける『コンフォーマル領域』の存在」を提唱し、wilson quark を用いて数値的に検証した。本プロジェクトの目標は、良いカイラル対称性を持つ domain wall quark で、より大きな 64^4 格子で、『コンフォーマル領域』の存在を検証する事である。本年は、軽い quark ($m_q=0.01$) での相物構造、主にカイラル相転移点の特定を行った。

多フレーバ-QCD に於けるコンフォーマル領域

我々の提唱するコンフォーマル相の特性を確立すべく、質量ゼロのドメインウォールフェルミオンによってコンフォーマル領域(主に $N_f=8$)のシミュレーションを行った。Z(3)ツイストされた真空を確かめ、そこでカイラル対称性の復活を示唆するデータを得た。相関関数が巾則補正を伴う湯川型減衰となる可能性について調べた。異なる体積で得られたデータを比較することで赤外固定点の特定を試みた。

Conformal region in Nf=2 finite temperature QCD

Recently we have proposed the existence of conformal region in high temperature phase of 2 flavor QCD, and confirmed it numerically using Wilson quarks. The purpose of this project is to confirm the fact, using domain wall quarks which have good chiral properties and on a larger lattice 64^4 . This year, we investigated phase structure for light quarks ($m_q=0.01$), in particular chiral phase transition point.

Conformal region in many flavor QCD

To establish our proposal about the characteristics of the conformal phase, we also performed numerical simulations of the many flavor QCD. We mainly use $N_f=8$ massless domain-wall fermions for its theoretical advantages. We find the Z(3)-twisted structure in the vacuum and observed the chiral symmetry in the data. We also studied the propagator and obtained the data which may suggest the realization of the power-law-corrected Yukawa-type decay. We tried to determine the location of the infra-red fixed point by comparing the data on the lattices with different volumes.

研究成果を公開しているホームページアドレス

事務局にて使用	論文 査読有	論文 査読無	講義・発表	招待講演	その他
	0	0	0	0	0

大型シミュレーション研究実施報告

scnp グループ

平成 27 年 12 月 19 日

1 研究組織

本研究は以下のメンバーによって遂行されている。

- 岩崎洋一 (代表、KEK 監事) : 研究全体を統括する
- 吉江友照 (筑波大学) : 有限温度 QCD(第 2 節) のシミュレーションを実行
- 石川健一 (広島大学) : 解析的な議論をバックアップする
- COSSU, Guido (KEK) : コードの整備と保守を行う
- 野秋淳一 (KEK) : 多フレーバー QCD(第 3 節) のシミュレーションを実行

2 $N_f = 2$ 有限温度 QCD に於けるコンフォーマル領域

我々は最近、「2 フレーバ QCD の高温相には、通常のクォーク・グルーオン非閉じ込め相以外に『コンフォーマル領域』が存在する」事を、繰り込み群に基づく考察によって提唱し、Wilson fermion を用いた格子シミュレーションによって、数値的に検証した。本大型シミュレーション研究では、良いカイラル対称性を持つ domain wall fermion を用い、より大きな格子でのシミュレーションによって、『有限温度 QCD に於けるコンフォーマル領域』の存在を、より確かなものとし、コンフォーマル領域の性質を明らかにする事を目標としている。

ゲージ作用として Iwasaki improved action を、フェルミオン作用として、オリジナルの domain wall fermion より良いカイラル対称性を持つと考えられている Mobius domain wall fermion action を採用し、 $64^3 \times 64$ 格子での相構造、特に、カイラル相転移点を同定する為の計算を行った。具体的には、クォーク質量を $m = 0.01$ に固定し、 β を変えながら、相転移点 β_c を探した。Polyakov loop の振舞から、 $\beta_c \approx 7 - 8$ の結果を得た。

シミュレーションは、閉じ込め相にあると思われる $\beta = 4$ で thermalize した配位を生成し、その配位から出発して、より大きい β でシミュレーションを継続する方法を採用した。図 1 に示す様に、 $\beta = 4$ での時間方向の Polyakov loop は、絶対値が小さく、ほぼ等方的に (実軸方

向に偏ることなく)分布しているので、 $\beta = 4$ は閉じ込め相にある。次に、 $\beta = 4$ の配位の一つから出発して、 $\beta = 6, 8, 10$ のシミュレーションを行った。また、 $\beta = 6$ の最後の配位から出発して、 $\beta = 6.2, 6.4, 6.6, 6.8$ のシミュレーションも行った。図 2 に、時間方向の Polyakov loop の絶対値を示した。この結果から、 $\beta \leq 6.8$ は閉じ込め相に、 $\beta \geq 8$ は、非閉じ込め相 (又は conformal 領域) にある事が示唆される。 $\beta = 8, 10$ の Polyakov loop は、複素平面内で実軸方向に偏っている。

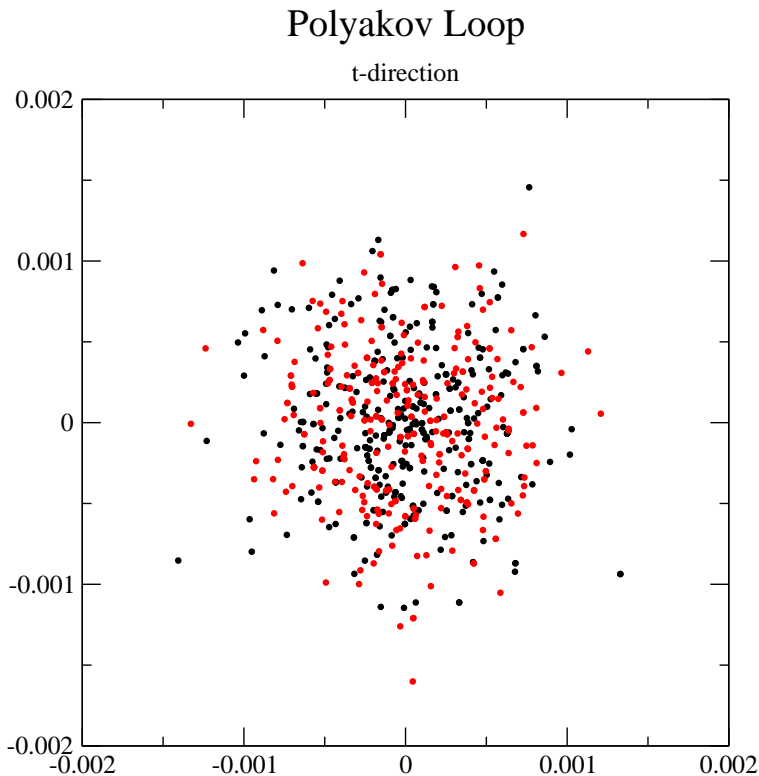


図 1: Polyakov loop in temporal direction at $\beta = 4$.

今日までの研究で、conformal 領域では、空間方向の Polyakov loop が、実軸方向ではなく、 $Z(3)$ の非自明な (位相が $\pm 2\pi/3$ の) 値をとる事が判っており、これは、conformal 領域を特徴付ける性質である。前述の方法で生成した $\beta = 8$ と 10 の配位では、図 3 に示す様に、 x 方向の Polyakov loop は $Z(3)$ 自明な実軸方向に分布している。この事は、 $\beta \geq 8$ は、conformal 領域ではなく、通常の非閉じ込め相にある可能性を示唆している。

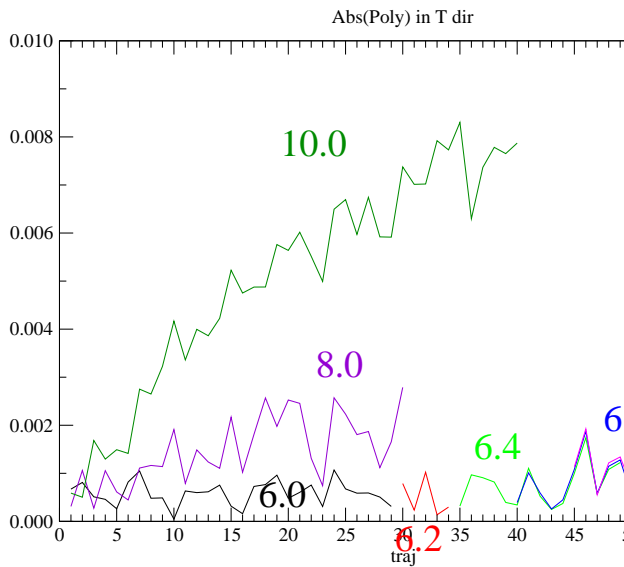


図 2: Polyakov loop in temporal direction at $\beta = 4$.

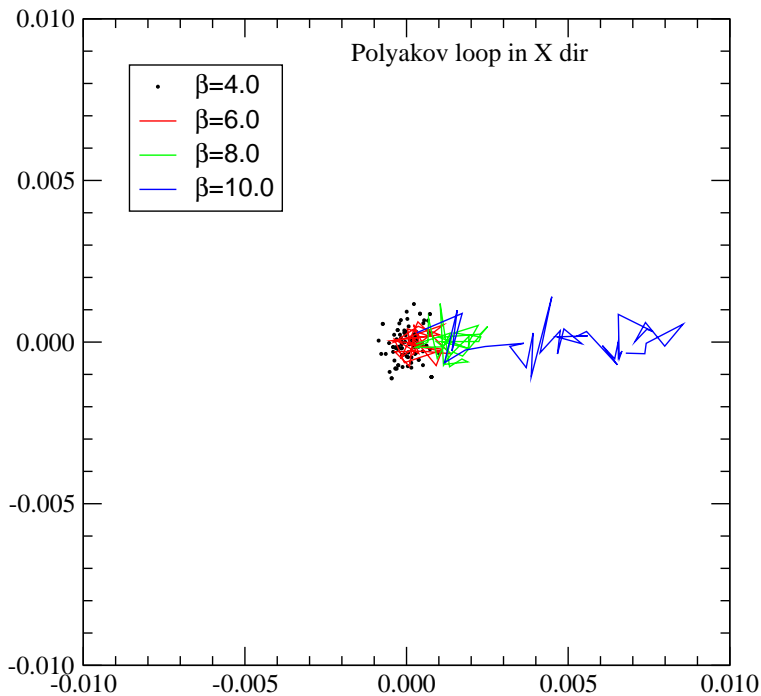


図 3: Polyakov loop in x direction at $\beta = 4, 6, 8$ and 10 .

カイラル相転移点より高温側のある点が、conformal 領域にあるか、通常の閉じ込め相にあるかを判定する事は容易ではない。実際、Wilson fermion を用いた小さいサイズの計算で、conformal 領域にある点の ensemble を生成する場合でも、その点に” ゆっくり ”近づかないと、間違っただ真空（空間方向の Polyakov loop が $Z(3)$ 自明な値をとる）に落ちる事がしばしば起こる事が判っている。この経験を踏まえ、種々の初期配位から種々の経路で $\beta = 7 - 10$ に至るシミュレーションによって、この領域の相構造をより詳しく調べ始めている。

3 $N_f = 8$ QCD に於けるコンフォーマル領域 [1]

3.1 はじめに

通常の QCD とは異なり、 $7 \leq N_f \leq 16$ のフレーバー数を持つ $SU(3)$ 理論（多フレーバー QCD）では、コンフォーマルな連続理論が実現できると考えられている。特に近年、標準理論を超えた新物理探索の文脈でも注目されている。すでに我々（の一部）が行った研究 [2, 3, 4] により、以下のことが予想されている。

1. 相図は図 4 のようになる [3]
2. コンフォーマル相において $Z(3)$ ツイストされた真空構造をもつ [3]
3. コンフォーマル相において、有限体積による赤外カットオフの影響で “巾則補正を伴う湯川型崩壊” $G(t) \propto t^{-\alpha} e^{-mt}$ が現れる [2, 3]
4. 異なる体積から得られた相関関数のふるまいを解析して赤外固定点を同定できる [4]

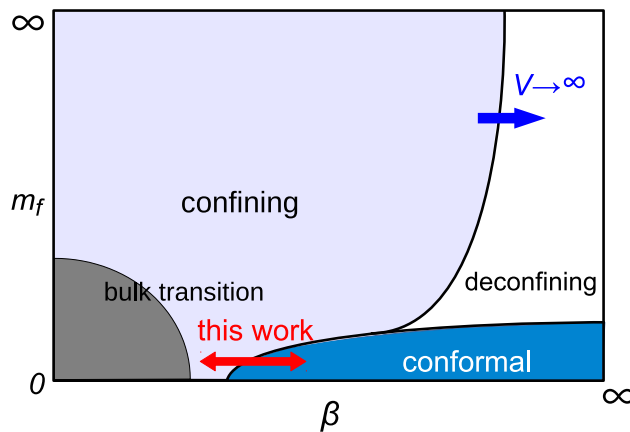


図 4: $7 \leq N_f \leq 16$ で予想される相図。

本研究のもうひとつの目的は、これまで Wilson フェルミオンを用いて得られた上記の予想を確立することにある。それには図 4 のコンフォーマル相の性質を調べることが必要である。我々は $N_f = 8$ の domain-wall 定式化を（岩崎ゲージ作用とともに）質量ゼロにて用いる。従来の Wilson フェルミオンと異なり、パラメータのチューニングなしで直接コンフォーマル相を調

$V = 8^3 \times 32$					$V = 16^3 \times 64$				
β	$\Delta\tau$	#traj.	AC	am_{res}	β	$\Delta\tau$	#traj.	AC	am_{res}
2.0	0.25	8,000	500	2.2×10^{-4}	2.6	0.100	5,500	500	1.0×10^{-5}
2.3	0.25	12,000	1,000	2.7×10^{-5}	3.4	0.125	8,000	1,000	2.8×10^{-6}
2.6	0.10	11,000	2,500	1.2×10^{-5}	4.2	0.125	12,000	1,200	1.5×10^{-6}
4.2	0.25	10,000	1,500	1.3×10^{-6}	4.7	0.125	11,000	1,500	1.3×10^{-6}
4.7	0.25	9,000	1,500	1.2×10^{-6}	6.0	0.125	11,000	1,500	1.0×10^{-6}
6.0	0.25	9,000	1,500	8.9×10^{-7}					

表 1: 生成したゲージ配位。“AC” は自己相関距離の意味。また am_{res} はカイラル対称性の明示的破れの指標。

べられるうえ、カイラル対称性をよい近似で保ったデータを得ることができる。2種類の体積 $16^3 \times 64$ と $8^3 \times 32$ のうえで、いくつかの結合定数 β の値で配位生成をした。虚時間方向(反周期境界条件を課す)の格子サイズが通常と異なり4倍と長いのは、巾則補正を伴う湯川型崩壊を調べるためである。

4 配位生成と真空構造

表 1 にこれまで生成することのできたゲージ配位をまとめる。生成されたゲージ配位上では主にポリヤコフープと中間子スペクトラムの測定を行った。図 5 はポリヤコフープの複素平面上の分布である。 β を上げていくと、予想通り $Z(3)$ ツイストされた真空構造が現れることを見た。図 5 と同じ β の値で擬スカラーとベクトルの有効質量をプロットすると、 $Z(3)$ ツイストの出現に合わせて2つのチャンネルの質量が一致することが見てとれる。すなわち $\beta = 3.4$ 以降 ($16^3 \times 64$ 格子の場合) でコンフォーマル相に入り、そこではカイラル対称性が復活していることがわかる。

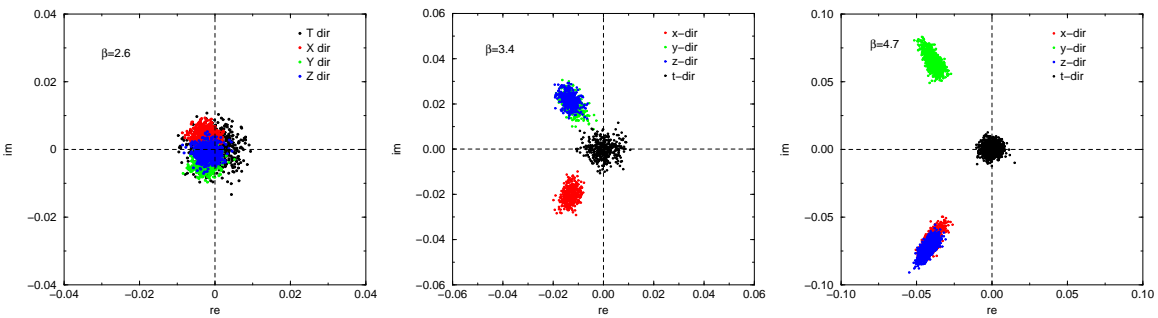


図 5: ポリヤコフープの複素面上の分布。 P_t が黒、 $P_{x,y,z}$ が別の色で表されている。左から $\beta = 2.6, 3.4$ および 4.2 の場合。 $16^3 \times 64$ 格子のデータ。

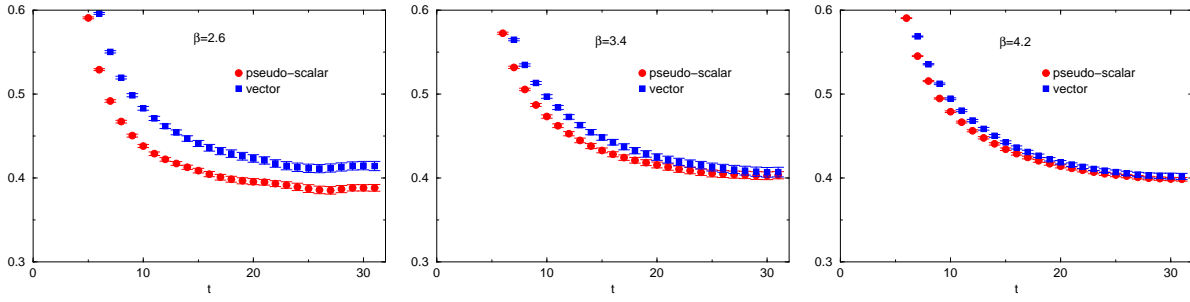


図 6: $16^3 \times 64$ 格子の擬スカラー有効質量 (赤) とベクトル有効質量 (青)。左から $\beta = 2.6, 3.4$ および 4.2 。

4.1 巾則補正を伴う湯川型崩壊

コンフォーマル相の性質を調べるため、 $\beta = 4.2$ ($16^3 \times 64$ 格子の場合) 以降について中間子スペクトラムデータを巾則補正を伴う湯川型崩壊 $\propto t^{-\alpha} e^{-mt}$ を仮定して解析してみた結果が、図 7 である。 $\alpha_{\text{eff}}, m_{\text{eff}}$ いずれにも有意な β 依存性はみられない。

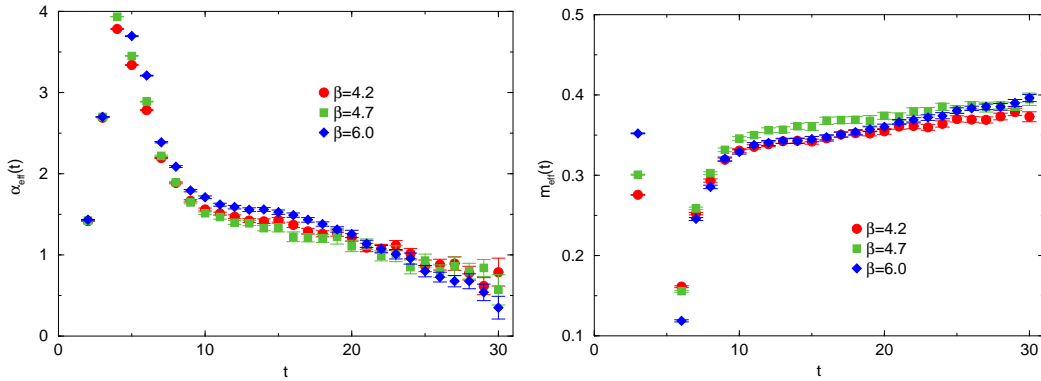


図 7: α_{eff} (左) と m_{eff} (右)。 $16^3 \times 64$ の場合。

4.2 赤外固定点の特定

赤外固定点において、スケールさせた相関関数 $\tilde{G}(\tau = t/N_t; N) = G(t; N)$ は異なるサイズ N, N' の間で

$$\tilde{G}(\tau; N) = (N'/N)^{3-2\gamma_m} \tilde{G}(\tau; N') \quad (1)$$

のように関係づけられる。これは有効質量

$$\hat{m}(\tau; N) \equiv N_t \ln(G(t; N)/G(t+1; N)) \quad (2)$$

が体積に依存しないことを意味する。 $8^3 \times 32$ と $16^3 \times 64$ との間で共通する β において、 \hat{m} を比べたのが図 8 である。特に $\beta = 4.2$ と 4.7 のあいだで両者の大小関係が反転していることが

ら、 $\beta_{IRFP} \approx 4.3$ と推測される。これを精度よく決定するにはより細かく β を変化させて数値シミュレーションを行う必要がある。また、 $8^3 \times 32$ というのは小さすぎて、そこで得られたデータはスケール則を満たさない可能性がある。

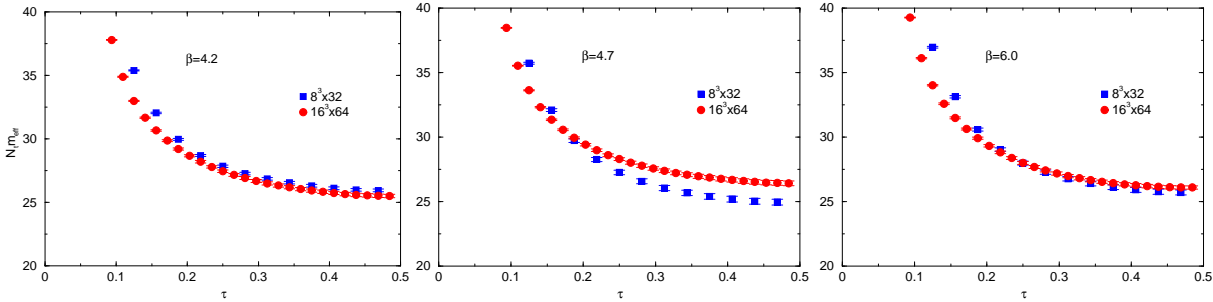


図 8: 体積 $16^3 \times 64$ (赤) と $8^3 \times 32$ (青) から得られる有効質量 \hat{m} 。左から $\beta = 4.2, 4.7$ および 6.0 の場合。

4.3 まとめと展望

以上、本研究の進捗を報告したが、より大きな格子サイズで配位生成を行うのが今後の課題である。特に $8^3 \times 32$ という体積はこの研究のためには小さすぎる可能性があり、より大きな格子によるデータを併せて使うことで体積依存性を調べなくてはならない。これによってディラック演算子の固有値スペクトラムから質量異常次元を測るなど、探索の幅を広げることができる。

参考文献

- [1] J. Noaki, G. Cossu, K.-I. Ishikawa, Y. Iwasaki and Y. Yoshié, *Study of the conformal region of the $SU(3)$ gauge theory with domain-wall fermions*, KEK-CP-336, arXiv:1511.06474.
- [2] K.-I. Ishikawa, Y. Iwasaki, Y. Nakayama and Y. Yoshié, *Conformal theories with an infrared cutoff*, Phys. Rev. D **87** (2013) 071503.
- [3] K.-I. Ishikawa, Y. Iwasaki, Y. Nakayama and Y. Yoshié, *Global Structure of Conformal Theories in the $SU(3)$ Gauge Theory*, Phys. Rev. D **89** (2014) 114503.
- [4] K.-I. Ishikawa, Y. Iwasaki, Y. Nakayama and Y. Yoshié, *IR fixed points in $SU(3)$ gauge theories*, Phys. Lett. **B748** (2015) 289.