

研究責任者名 Name	土井 琢身 DOI Yakumi	所属機関 Affiliation	理化学研究所仁科加速器研究センター
受理番号 Proposal No.	大型 14/15-21	研究課題名 Program title	格子 QCD シミュレーションによるハドロン間相互作用の研究

研究を終了しましたので、下記の通り報告します。

#### 成果の概要 Abstract

(和文) 格子 QCD 第一原理計算により、様々なバリオン間相互作用の研究を行った。特に、Luscher 法と HAL QCD 法の系統的な比較を行った。 $\Xi \Xi (^1S_0)$  チャンネルに着目し、wall, smeared の 2 source を用いた。Luscher 法では強い source 依存性があり、いわゆる fake plateau 問題が起きていると解った。一方 HAL 法では source 依存性は弱く、その小さい依存性も potential の微分展開における高次項で説明でき、結果に信頼性があると解った。結論として、 $\Xi \Xi (^1S_0)$  はパイオン質量 510MeV において、非束縛である。さらに得られた potential を用い Schrodinger 方程式を有限体積で解くことで、なぜ Luscher 法において fake plateau 問題が顕在化するのかも解明した。すなわち、励起状態の混合により、信頼ある plateau には  $t \sim (4\pi^2/L^2/M)^{-1} \sim 10\text{fm}$  程度まで取る必要があることを示した。これは、 $t \sim 1\text{fm}$  程度のデータから “plateau 的構造” を同定している従来の Luscher 法計算の問題点を示すものである。

また、これまであまり調べられてこなかった十重項バリオンを含むバリオン間相互作用の研究を行った。特に、ABC 効果と呼ばれる (準) 束縛状態の観測が報告されているチャンネルに対応する  $\Delta \Delta (^7S_3, I=0)$  の相互作用を調べ、強い引力効果を見出した。さらに、近年クォーク模型により束縛状態の可能性が議論されている  $\Lambda c-N$  相互作用の研究を行った。パイオン質量 570, 700MeV における  $^1S_0$  チャンネルの計算結果は、低エネルギーで強い引力を示すものであったが、この質量領域では非束縛と解った。

(英文) We study baryon-baryon interactions from lattice QCD. A comparative study between Luscher's method and HAL QCD method is performed in  $\Xi \Xi (^1S_0)$  channel with wall and smeared source. Luscher's method exhibits strong source dependence, indicating the “fake plateau” problem. On the other hand, HAL method shows its reliability with weak source dependence, and  $\Xi \Xi (^1S_0)$  is found to be unbound at  $m(\pi)=510\text{MeV}$ . By solving Schrodinger eq. with the obtained potential, we reveal the origin of “fake plateau” in Luscher's method. In fact, due to the contamination from excited states, one has to take  $t \sim (4\pi^2/L^2/M)^{-1} \sim 10\text{fm}$  for a reliable plateau. This casts a strong doubt on the existing results with Luscher's method, which study a plateau-like structure at  $t \sim 1\text{fm}$ .

We also study the interactions with decuplet baryons, in particular,  $\Delta \Delta (^7S_3, I=0)$ , which corresponds to the so-called ABC effect. We find a strong attraction. In addition, we study  $\Lambda c-N$  interaction. At  $m(\pi)=570, 700\text{MeV}$ , we find a strong attraction at low energies in  $^1S_0$  channel, while it is not strong enough to form a bound state.

研究成果を公開しているホームページアドレス (N/A)

事務局にて使用	論文 査読有	論文 査読無	講義・発表	招待講演	その他
	1	0	6	5	0

# 高エネルギー加速器研究機構 大型シミュレーション研究実施報告書 (2014/10 - 2015/09)

## 1 研究組織

- 研究責任者: 土井琢身 (どい・たくみ)
- 所属機関: 理化学研究所仁科加速器研究センター・専任研究員
- 研究課題名: 格子 QCD シミュレーションによるハドロン間相互作用の研究
- 課題グループ名: SCNFQCD
- 共同研究者
  - 初田哲男 (はつだ・てつお): 理化学研究所仁科加速器研究センター・主任研究員
  - 青木慎也 (あおき・しんや): 京都大学基礎物理学研究所・教授
  - 石井理修 (いしい・のりよし): 大阪大学核物理研究センター・准教授
  - 根村英克 (ねむら・ひでかつ): 筑波大学計算科学研究センター・准教授
  - 村野啓子 (むらの・けいこ): 大阪大学核物理研究センター・協同研究員
  - 井上貴史 (いのうえ・たかし): 日本大学生物資源科学部・准教授
  - 佐々木健志 (ささき・けんじ): 筑波大学計算科学研究センター・研究員
  - 池田陽一 (いけだ・よういち): 理化学研究所仁科加速器研究センター・研究員
  - 山田真徳 (やまだ・まさのり): 筑波大学数理物質科学研究科・博士課程修了 (理学博士)
  - 宮本貴也 (みやもと・たかや): 京都大学基礎物理学研究所・D1
  - Etminan, Faisal (エトミナン・ファイサル): Univ. of Birjand・D6
  - 入谷匠 (いりたに・たくみ): Stony Brook University・研究員
  - 権業慎也 (ごんぎょう・しんや): 京都大学基礎物理学研究所・研究員
  - 川井大輔 (かわい・だいすけ): 京都大学基礎物理学研究所・D1

## 2 研究成果

本研究の長期的目標は、格子 QCD を用いて、核力・ハイペロン力を始めとする、ハドロン間相互作用の全貌を第一原理的に決定することである。2014-2015 年度においては、クォーク質量が物理的質量よりも重い領域において、主として (1) 正パリティチャンネルにおけるバリオン間力の研究、特に Lüscher 法と HAL QCD 法の比較 (2) 十重項バリオンを含むバリオン間相互作用の研究 (3)  $\Lambda_c - N$  間相互作用の研究の研究を行った。以下、それぞれのテーマ毎に成果を報告する。

## 3 正パリティチャンネルにおけるバリオン間力の研究、特に Lüscher 法と HAL QCD 法の比較

### 3.1 研究課題の内容

格子量子色力学に基づいたハドロン間相互作用解析では、Lüscher の有限体積法及び HAL QCD 法という 2 つの理論的定式化が知られている。しかし、この 2 つの手法は、 $I = 2 \pi\pi$  散乱では一致が確認されたが、バリオン間相互作用では、結果に系統的な差があることが指摘されていた。これまでのクォーク質量が重い領域での研究結果では、HAL QCD 法の結果からは、 $NN$   $^1S_0$  および  $^3S_1$  channel はともに散乱状態、一方で、Lüscher 法ではともに束縛状態が得られている。ただし、従来の研究結果では互いに異なるゲージ配位、クォーク質量を用いており、差をもたらす要因は未解明であった。

本研究課題の主な目的は、2 つの解析手法によるバリオン間相互作用の理解と格子量子色力学に基づくハドロン間相互作用の確立にある。本解析では従来の Lüscher 法の解析で使用された同一のゲージ配位、クォーク質量を用いて HAL QCD 法と Lüscher 法からバリオン間相互作用を高精度に解析し、2 つの手法の系統的な比較を行った。

### 3.2 研究概略

本研究では、同一のゲージ配位とクォーク質量などのセットアップを共通にし、Lüscher の有限体積法及び HAL QCD 法からバリオン間相互作用を解析する。

また、quark source として、HAL QCD 法では、wall source が主に使用され、一方の Lüscher 法では smeared source が用いられている。手法間の系統誤差を明らかにするため、本解析ではそれぞれの解析結果の quark source 依存性について詳細に調べた。なお、本年度は  $NN$  channel よりも統計誤差の少ない  $\Xi\Xi$  channel、特に、 $NN(^1S_0)$  channel と同表現である  $\Xi\Xi(^1S_0)$  channel を集中的に解析した。

### 3.3 研究成果

本年度の研究により得られた主な研究成果は以下である。

- smeared source と wall source による Lüscher 法の詳細な比較から、quark source により結果に系統的な差が生じることが判明した。これは、少なくともどちらか一方の測定は偽であり、従来の研究で得られていた energy shift は励起状態が混在した測定結果であることを示唆する。

- HAL QCD 法では、smeared source と wall source の両方で、励起状態が混合していてもほぼ無矛盾な potential が得られることを示した。また、2種類の quark source の結果を用いることで、potential の微分展開の高次 potential を得られることも示した。
- HAL QCD 法の potential から有限体積での固有値計算を行い、詳細に解析した Lüscher 法の energy shift と無矛盾な結果を得ることができた。また、それらの体積依存性を解析することで、本解析で使用したゲージ配位、クォーク質量では  $\Xi\Xi(^1S_0)$  channel は非束縛という結論が得られた。

なお、NN channel についてはまだ統計誤差が大きいものの  $\Xi\Xi$  channel の解析とほぼ同様の結論が明らかになりつつある。以下では、上記の結果の詳細を述べる。

### 3.3.1 Lüscher 法の quark source 依存性

Lüscher の有限体積法では、まず、有限体積  $L^3$  の箱にある粒子 2 体系の energy shift

$$\Delta E(L) = 2\sqrt{(m^B)^2 + k^2} - 2m^B$$

を測定する。この momentum shift  $k$  から有限体積公式を利用することで、phase shift などの物理量を得られる。なお、実際の格子 QCD 解析では、以下で定義される effective energy shift  $\Delta E_{\text{eff}}(t)$  の plateau の値により  $\Delta E(L)$  を測定する。

$$\Delta E_{\text{eff}}(t) = E_{\text{eff}}^{BB}(t) - 2m_{\text{eff}}^B = \log \frac{R(t)}{R(t+1)}, \quad R(t) \equiv \frac{G^{BB}(t)}{\{G^B(t)\}^2}, \quad (3.1)$$

ここで、 $G^B(t)$  と  $G^{BB}(t)$  はそれぞれバリオン 1 体と 2 体系の相関関数であり、effective energy (mass) は以下で定義される。

$$E_{\text{eff}}^{BB}(t) = \log \frac{G^{BB}(t)}{G^{BB}(t+1)}, \quad m_{\text{eff}}^B(t) = \log \frac{G^B(t)}{G^B(t+1)}. \quad (3.2)$$

$\Xi\Xi(^1S_0)$  channel の effective energy shift  $\Delta E_{\text{eff}}(t)$  の測定結果を図 3.1 に示す。(なお、空間体積は  $(48a)^3 \simeq (4.3\text{fm})^3$ )  $t = 12 - 16$  で  $\Delta E_{\text{eff}}(t)$  は plateau を示すが、その値は quark source により異なる。これは、少なくともどちらか一方は偽のシグナルであることを示唆する。

Effective energy shift の plateau の振る舞いをより詳細に調べるため、 $\Xi\Xi(^1S_0)$  の effective energy  $E_{\text{eff}}(t)$  と  $\Xi$  の effective mass  $m_{\text{eff}}(t)$  を個別にプロットした結果が図 3.2 である。この図から、たとえ  $\Delta E_{\text{eff}}(t)$  が plateau であっても、個別の channel では基底状態とは限らず、 $E_{\text{eff}}(t)$  と  $m_{\text{eff}}(t)$  との系統的な相殺で  $\Delta E_{\text{eff}}(t)$  に偽の plateau が生じることが分かる。

以上の解析から、従来の Lüscher 法の解析で得られた energy shift  $\Delta E(L)$  の値は基底状態に達しておらず、偽のシグナルであった可能性が高いという問題点が明らかになった。これこそが、従来の HAL QCD 法との結果の相違の主な原因であると考えられる。

### 3.3.2 HAL QCD 法の quark source 依存性

HAL QCD 法では、以下で定義される Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) correlation function

$$R(\vec{r}, t) \equiv \langle 0|T\{B(\vec{x} + \vec{r}, t)B(\vec{x}, t)\}\bar{J}(0)|0\rangle / \{G^B(t)\}^2 = \sum_n A_n \phi^{W_n}(\vec{r}) e^{-\Delta W_n t} + \mathcal{O}(e^{-\Delta W_{\text{th}} t}) \quad (3.3)$$

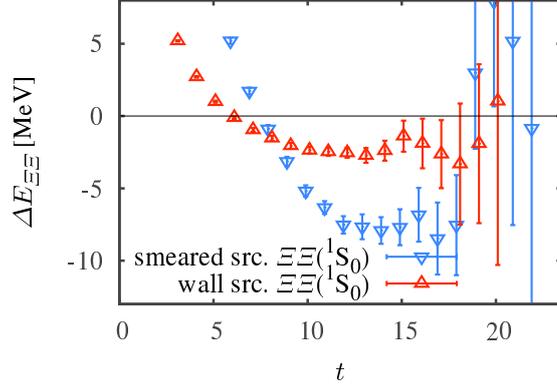


Figure 3.1:  $\Xi\Xi(^1S_0)$  channel energy shift  $\Delta E_{\Xi\Xi}(t)$  の quark source 依存性 (格子サイズは  $48^3 \times 48$ ) . 両者はおおよそ  $t = 12 - 16$  で異なる plateau を示す .

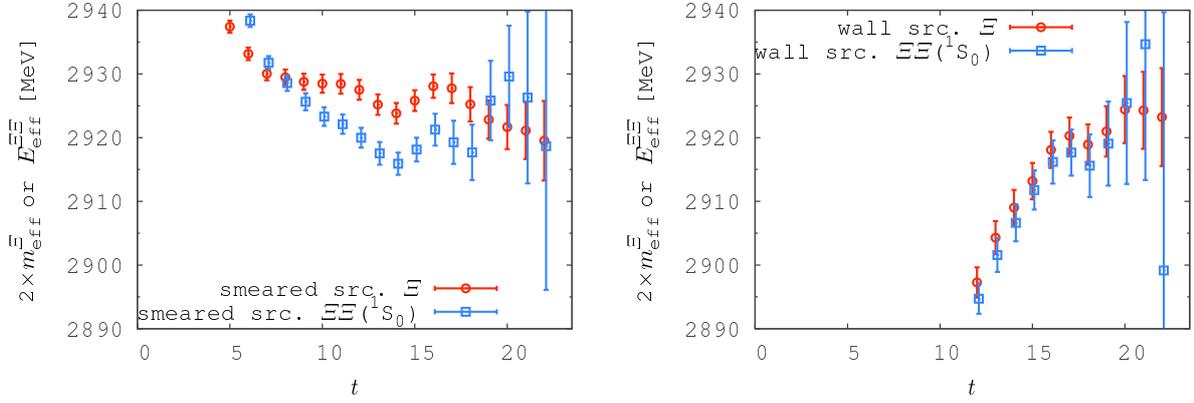


Figure 3.2:  $\Xi\Xi(^1S_0)$  channel の effective energy  $E_{\Xi\Xi}^{\text{eff}}(t)$  及び  $\Xi$  effective mass  $m_{\Xi}^{\text{eff}}(t)$  ( $\times 2$ ) (a) smeared source. (b) wall source. どちらも  $t$ -依存性を持ち、十分な基底状態ではない .

を元に potential を導出する . ここで、 $B(\mathcal{J})$  は、それぞれ解析する channel に相当する sink (source) operator である . なお、 $\Delta W_n$  と  $\Delta W_{\text{th}}$  は、 $n$ -th energy eigenvalue  $W_n$ 、inelastic threshold energy  $W_{\text{th}}$  から  $\Delta W_n = W_n - 2m_B$  ならび  $\Delta W_{\text{th}} = W_{\text{th}} - 2m_B$  で定義される .

NBS correlator  $R(\vec{r}, t)$  は、threshold 以下であれば、次の time-dependent Schrödinger-like equation を満たす .

$$\left[ \frac{1}{4m_B} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} - H_0 \right] R(\vec{r}, t) = \int d\vec{r}' U(\vec{r}, \vec{r}') R(\vec{r}', t) \quad (3.4)$$

ここで、non-local kernel  $U(\vec{r}, \vec{r}')$  の微分展開

$$U(\vec{r}, \vec{r}') = \{V_0(r) + V_\sigma(r)\sigma_1 \cdot \sigma_2 + V_T(r)S_{12} + V_{\text{LS}}(r)\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + \mathcal{O}(\nabla^2)\} \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') \quad (3.5)$$

を用いて LO の potential は以下で得ることができる .

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4m_B} \frac{(\partial/\partial t)^2 R(\vec{r}, t)}{R(\vec{r}, t)} - \frac{(\partial/\partial t) R(\vec{r}, t)}{R(\vec{r}, t)} - \frac{H_0 R(\vec{r}, t)}{R(\vec{r}, t)} . \quad (3.6)$$

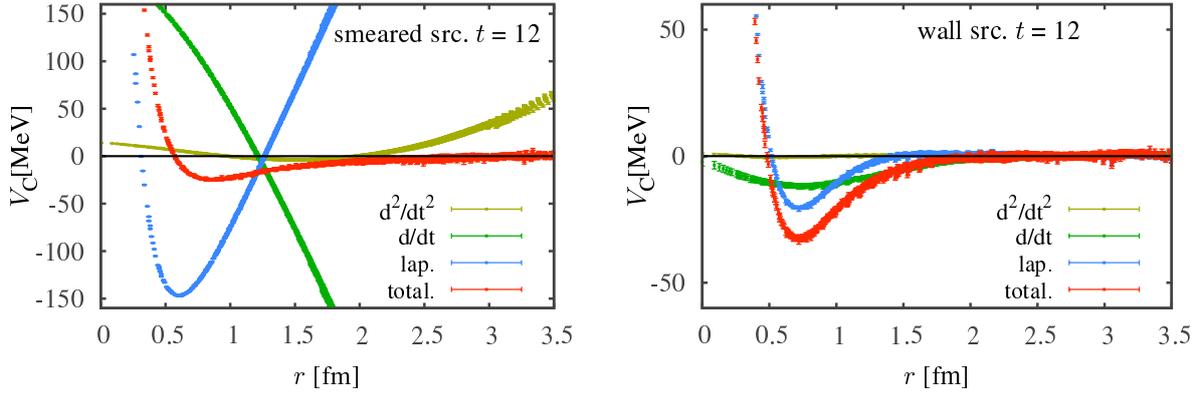


Figure 3.3: HAL QCD 法による  $\Xi\Xi(^1S_0)$  channel potential . および、 $\nabla^2$ ,  $\frac{\partial}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$  項の比較 . (a) smeared source (b) wall source.

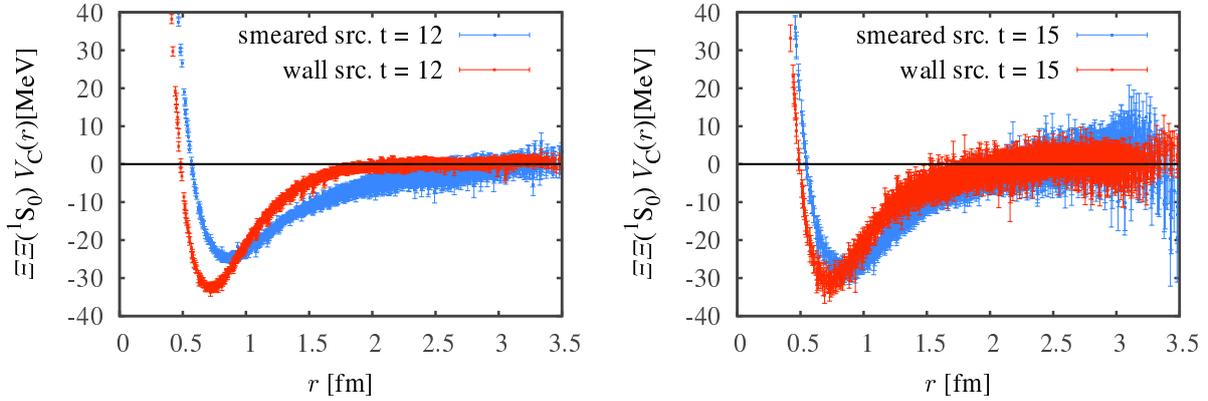


Figure 3.4: HAL QCD 法による  $\Xi\Xi(^1S_0)$  channel potential 解析 . smeared source と wall source の結果の  $t$  依存性の比較 . (a)  $t = 12$  (b)  $t = 15$ .

以下に格子サイズ  $48^3 \times 48$  での  $\Xi\Xi(^1S_0)$  channel potential の解析結果を示す . 図 3.3 は、 $t = 12$  における  $V(\vec{r})$  ならびに  $\partial^2/\partial t^2$ ,  $\partial/\partial t$  および  $H_0$  の各項のプロットである . wall source と異なり、smeared source の場合では、各項が強く相殺しあっていることが分かる . 図 3.4 は、quark source 依存性を比較した結果である . wall source potential は殆ど時刻  $t$  よりず一定であるが、smeared source の場合は、 $t$  に依存する . なお、wall source と smeared source の結果には、若干の差異が残るものの、 $t = 12$  から  $t = 15$  へと徐々に wall source の結果へと収束する様子が見られる .

### 3.3.3 HAL QCD 法を用いた有限体積 energy shift の測定

先に述べたように、effective energy shift  $\Delta E_{\text{eff}}(t)$  から正しい energy shift  $\Delta E(L)$  を得ることは困難であるが、HAL QCD 法であれば、quark source に依存しない相互作用が得られる . この potential  $V$  から有限体積での Hamiltonian  $H = H_0 + V$  の energy eigenvalue を解析することで、energy shift を測定できる . ここでは、potential としては wall source の時刻  $t = 12$  の結果を用い、空間体積は、 $40^3$ ,  $48^3$ ,  $64^3$  ( $L = 3.6, 4.3, 5.8$  fm) を解析した . 図 3.5 は、基底状態の energy eigenvalue の体積依存性である . energy shift は体積の逆数に比例し、 $\Xi\Xi(^1S_0)$  state

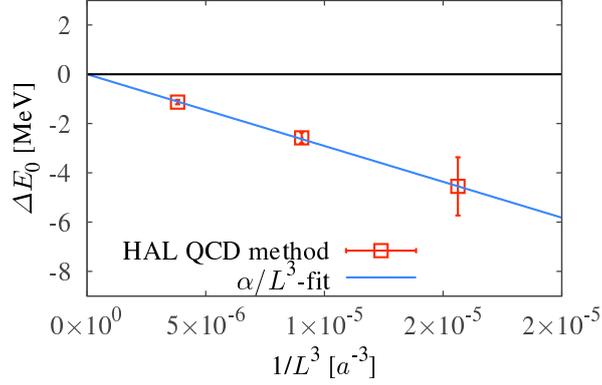


Figure 3.5:  ${}^3\Sigma({}^1S_0)$  channel potential に基づく、基底状態の energy eigenvalue の体積依存性 .

は、このクォーク質量の場合では、非束縛であることを意味する .

### 3.3.4 NLO potential

この non-local potential の微分展開の次の次数を考慮すると

$$U(\vec{r}, \vec{r}') = (V_0(\vec{r}) + V_1(\vec{r})\nabla^2)\delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (3.7)$$

(なお、簡単のためここでは  ${}^1S_0$  channel の場合を考える) Schrödinger-like equation は以下のようになる

$$\left[ \frac{1}{4m} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} - H_0 \right] R(\vec{r}, t) = V_0(\vec{r})R(\vec{r}, t) + V_1(\vec{r})\nabla^2 R(\vec{r}, t), \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \therefore \tilde{V}_{\text{tot}}(\vec{r}, t) &\equiv \frac{1}{4m} \frac{(\partial^2/\partial t^2)R(\vec{r}, t)}{R(\vec{r}, t)} - \frac{(\partial/\partial t)R(\vec{r}, t)}{R(\vec{r}, t)} - \frac{H_0 R(\vec{r}, t)}{R(\vec{r}, t)} \\ &= V_0(r) + V_1(r) \frac{\nabla^2 R(\vec{r}, t)}{R(\vec{r}, t)}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

ここで微分展開の LO potential  $V_0(r)$  と NLO potential  $V_1(r)$  は、smeared source、wall source の NBS correlation function  $R^{\text{smeared/wall}}(\vec{r}, t)$  を用いて、以下の式を解くことで得られる .

$$\begin{aligned} V_0(r) + V_1(r) \frac{\nabla^2 R^{\text{smeared}}(\vec{r}, t)}{R^{\text{smeared}}(\vec{r}, t)} &= \tilde{V}_{\text{tot}}^{\text{smeared}}(\vec{r}, t) \\ V_0(r) + V_1(r) \frac{\nabla^2 R^{\text{wall}}(\vec{r}, t)}{R^{\text{wall}}(\vec{r}, t)} &= \tilde{V}_{\text{tot}}^{\text{wall}}(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (3.10)$$

その結果、wall source potential の場合では、 $V_{\text{tot}}(r)$  と  $V_0(r)$  が殆ど一致していることが明らかになり、これは wall source での微分展開がよく収束していることを意味している . 先の  $V_{\text{tot}}(r)$  の解析では、wall source と smeared source の結果に有意な差が見られたが、これは smeared source の場合では、微分展開の収束が不十分であったためである .

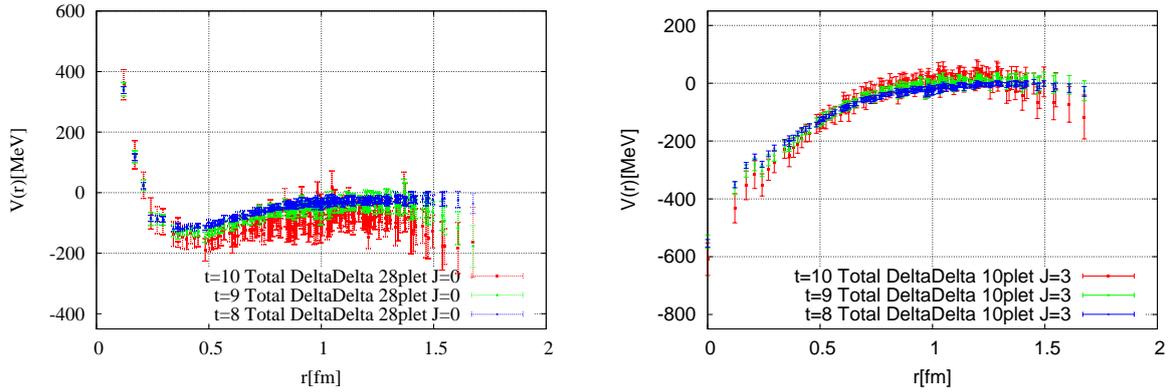


Figure 4.1: 左図は $^1S_0$  チャンネルでの $\Delta\Delta$  相互作用、右図は $^7S_3$  チャンネルでの $\Delta\Delta$  相互作用。

## 4 十重項バリオンを含むバリオン間相互作用の研究

本研究では、我々のグループが一定の成功を収めている八重項バリオン間相互作用の研究を拡張し、十重項バリオン間相互作用、特に $\Delta\Delta$ 間の相互作用の研究を行った。 $\Delta\Delta$ 間の相互作用の様々なチャンネルのうち、 $^1S_0$  ( $I = 3$ ) チャンネルと $^7S_3$  ( $I = 0$ ) チャンネルに焦点をあてて取り組んだ。CP-PACS/JLQCD Collaboration により生成された  $m_\pi \simeq 1\text{GeV}$  で、フレーバー SU(3) 極限のゲージ配位  $V = 16^3 \times 32$  ( $L \simeq 2\text{fm}$ ) を用いて計算した。

まず、図 4.1 に示すように、 $^1S_0$  チャンネルでの $\Delta\Delta$  相互作用は通常の $^1S_0$  チャンネルでの NN 相互作用と同様、短距離領域で斥力芯を持ち、中距離領域で引力のポケットを持つことを明らかにした。さらにこの結果は、フレーバー SU(3) 極限での解析であるため、 $^1S_0$  チャンネルでの $\Omega\Omega$  相互作用も同じ振る舞いを示す。したがって、これまで研究してきた PACS-CS Collaboration により生成されたフレーバー SU(3) 極限でないゲージ配位 ( $m_\pi \simeq 700\text{MeV}$ ,  $L \simeq 2.9\text{fm}$ ) を用いた $\Omega\Omega$  相互作用の解析と比較することで、フレーバー SU(3) 対称性の破れの影響も明らかにすることができる。

次に $^7S_3$  チャンネルでの解析結果について述べる。 $^7S_3$  チャンネルでは CELSIUS/WASA Collaboration によって、ABC 効果と呼ばれる束縛状態の観測が報告されているため、dibaryon 探索の観点からも非常に興味深いチャンネルとなっている。したがって、理論的にその存在を明らかにすることは重要である。下図に示すように、我々の計算結果によると、このチャンネルでの相互作用は斥力芯がなく、強い引力のみを示し、その $\Delta\Delta$  束縛状態の存在を示唆する結果となった。ただし、このチャンネルは厳密には $^3D_3$  チャンネルの NN 相互作用との結合チャンネルとなっているため、その影響を今後調べていく必要がある。

今年度の成果を反映して、今後の大きな方向性としては、 $^1S_0$  や $^7S_3$  チャンネルでの $\Delta\Delta$  相互作用の研究をより確立していくことに加えて、一般の十重項バリオン間相互作用の研究や十重項・八重項バリオン間相互作用の研究への拡張にも取り組み、包括的なバリオン間相互作用の理解を目指す。

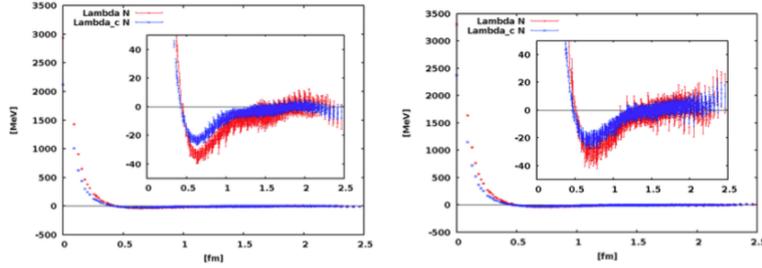


Figure 5.1:  $m_\pi = 700$  MeV(左図),  $m_\pi = 570$  MeV(右図) における、 $\Lambda - N$  ( $^1S_0$ ) ポテンシャル (赤) と  $\Lambda_c - N$  ( $^1S_0$ ) ポテンシャル (青)。

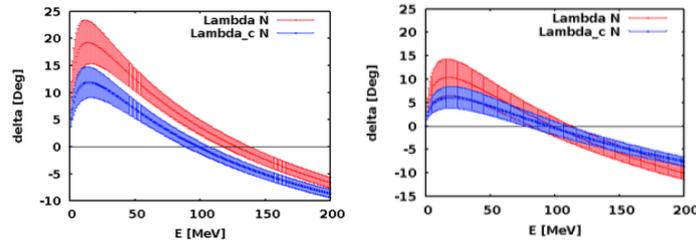


Figure 5.2:  $m_\pi = 700$  MeV(左図),  $m_\pi = 570$  MeV(右図) における、 $\Lambda - N$  ( $^1S_0$ ) の位相差 (赤) と  $\Lambda_c - N$  ( $^1S_0$ ) の位相差 (青)。

## 5 $\Lambda_c - N$ 間相互作用の研究

本研究では、チャームクォークを含むハドロンである  $\Lambda_c$  と核子との間に働く相互作用を HAL QCD 法を用いて計算した。チャームクォークが入ったことによる効果を調べるために、 $\Lambda_c - N$  ポテンシャルだけでなく  $\Lambda - N$  ポテンシャルも同時に計算し、比較を行った。計算には PACS-CS Collaboration により生成された  $2 + 1$  フレーバーの full QCD 配位 ( $V = 32^3 \times 64$ ,  $L \sim 2.9$  fm) を用い、u, d クォーク質量の依存性を見るために、 $\pi$  中間子質量が  $m_\pi = 700$  MeV, 570 MeV である 2 種類のゲージ配位を採用した。

$^1S_0$  チャネルの計算の結果、 $\Lambda_c - N$  ポテンシャルと  $\Lambda - N$  ポテンシャルは共に短距離で斥力芯、 $r \sim 0.5$  fm 付近に引力を持つことが見られた (図 5.1)。また、 $\Lambda_c - N$  ポテンシャルの斥力芯と引力はそれぞれ  $\Lambda - N$  ポテンシャルのものより弱くなっていることも明らかになった。この傾向は、2 種類の u, d クォーク質量に共通して現れている。クォーク模型によると、核力の短距離部分に大きな寄与を与える Color-magnetic interaction は重いクォークを含む系において Heavy quark symmetry により抑制されることが知られており、我々の計算はこの事実を再現する結果となった。

次に、得られたポテンシャルを用いて位相差の解析を行った (図 5.2)。 $\Lambda_c - N$  と  $\Lambda - N$  の位相差は共に非束縛を示し、 $\Lambda - N$  と比べて  $\Lambda_c - N$  の位相差の方がより引力が弱くなっていることが分かった。さらに、u, d クォーク質量の減少に対して  $\Lambda_c - N$  と  $\Lambda - N$  の引力は共に弱くなる傾向となった。この傾向が物理的な u, d クォーク質量まで続くのであれば  $\Lambda_c - N$  は物理点においても束縛状態を持たないことを示唆している。

今後の研究では、より軽い u, d クォーク質量での計算を行い、ポテンシャルへの依存性を調べていく。また、非弾性散乱の寄与を詳細に調べるために、 $\Lambda_c N - \Sigma_c N - \Sigma_c^* N$  Coupled channel の計算を行う。